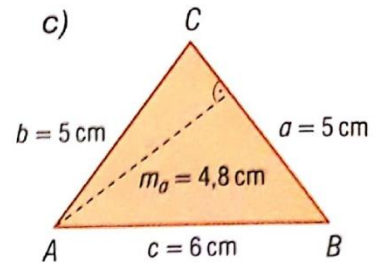
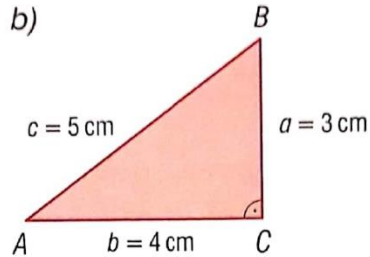
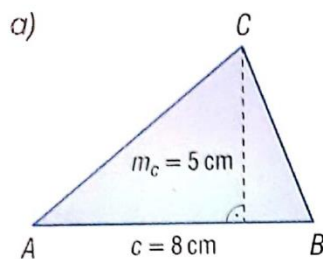


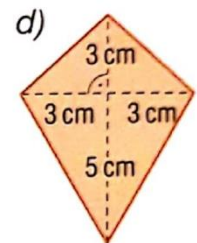
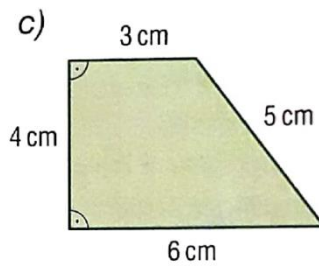
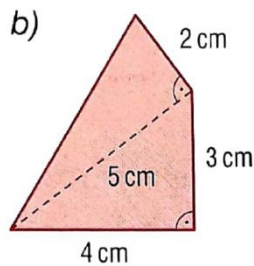
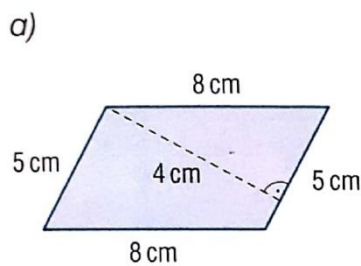
I. A kör kerülete és területe, Pitagorasz tétel, hasáb, henger

Terület- és kerületszámítás (ismétlés)

1. Határozzuk meg a háromszögek területét.



2. Határozzuk meg a négyszögek területét.

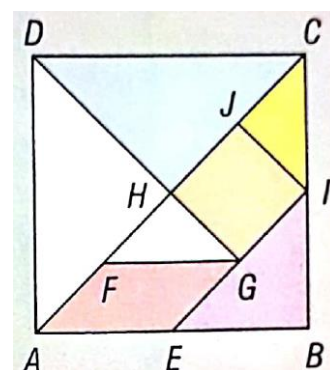


3. a) Töltsük ki a bal oldali ábrát egyjegyű pozitív számokkal a következő szabályok szerint. Egy-egy összefüggő terület pontosan annyi négyzetből áll, amennyi a benne elhelyezkedő számok értéke. Az összefüggő területekben a négyzetek csakis oldalukkal csatlakozhatnak egymáshoz, az azonos nagyságú területek pedig legfeljebb csúcsaikkal érintkezhetnek egymással.

b) Vágjuk ki egy négyzetből a jobb oldali ábrán megrajzolt síkidomokat, a részekből rakjunk ki egy téglalapot, majd azt ragasszuk be a füzetbe.

c) Számítsuk ki a jobb oldali ábrán az egyes darabok területét, ha az ABCD négyzet oldala 10 cm . E, I, H, F, G és J pontok a megfelelő szakaszok felezőpontjai.

2	1	2		1
2				
1	3		2	
		1		
	1		2	



4. Négyzet alakú telekre négyzet alapú házat építettek. A telek területe 600 m^2 -rel több, mint amennyit beépítettek és a telek oldala 10 m -rel hosszabb, mint a ház oldala. Mekkora a telek kerülete és területe?

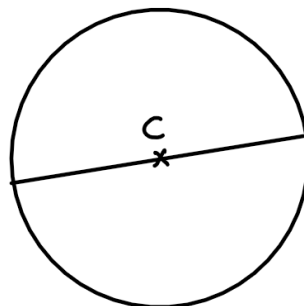
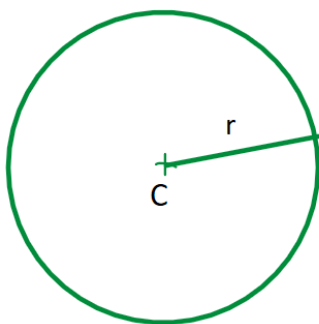
5. a) Egy téglalap mindkét rövidebb oldalát megnöveltük 6 cm -rel, így olyan négyzetet kaptunk, amelynek területe 66 cm^2 -rel nagyobb, mint a téglalapé. Mekkora a téglalap területe és kerülete?

b) Egy négyzet két szemben levő oldalát háromszorosára, másik két oldalát négyszeresére növeltük. Hányszorosa a kapott síkidom területe és kerülete az eredeti négyzet kerületének és területének?

6. Egy háromszög két oldalának hossza $a = 6 \text{ cm}$ és $b = 7 \text{ cm}$, az a oldalhoz tartozó magassága $m_a = 5 \text{ cm}$. Mekkora a b oldalhoz tartozó magassága?

7. Egy téglalap egyik oldala 3 cm -rel nagyobb, mint a másik. Mindkét oldalt 2 cm -rel megnövelve a terület 26 cm^2 -rel növekszik. Mekkora az eredeti téglalap oldalai?

A kör kerülete és területe



8. Számítsuk ki a kör kerületét és területét. A sugara 4 cm 5 m $\frac{5}{\pi} \text{ mm}$.

9. Számítsuk ki a kör kerületét és területét. Az átmérője 10 m 24 cm $1,6 \text{ dm}$

10. Mekkora a kerülete és a területe annak a körcikknek, amelynek sugara 8 cm és középponti szöge a) 45° , b) 225° , c) 144° , d) 90° , e) α ?

11. Számítsuk ki a kör négy adatából (sugár, átmérő, kerület, terület) a hiányzó hármat.

Jelölések: r a kör sugara, d az átmérője, K a kerülete, T területe.

$d = 4,52 \text{ cm}$ $r = 3 \text{ cm}$ $k = 18\pi \text{ cm}$ $t = 9\pi \text{ cm}^2$ $k = 54 \text{ m}$

12. Egy toronyóra kismutatója 1 méter hosszú. Mekkora utat tesz meg a kismutató végpontja ennyi idő alatt? 1 óra 2 óra 5 nap 1 hét 2 év

13. A gépkocsi egy kereke a $3,4 \text{ km}$ -es úton 1800 -at fordul. Mekkora a gépkocsi kerekének sugara és átmérője?

14. Egy szabályos sokszög alakú lemezből a lehető legnagyobb sugarú körlapot vágjuk ki. Mennyi a hulladék területe az egyes esetekben, ha sokszöglapok oldala egy méter? A szabályos sokszög

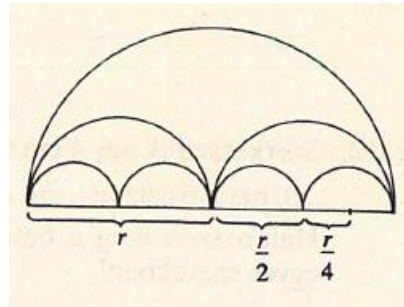
a) szabályos háromszög; b) négyzet; c) szabályos hatszög

15. Egy 1 m sugarú kör alakú lemezből a lehető legnagyobb a) szabályos háromszöget; b) négyzetet; c) szabályos hatszöget vágjuk ki! Mennyi a hulladék területe az egyes esetekben?

16. Az ábrán egyetlen r sugarú félkör, két $\frac{r}{2}$ sugarú félkör és négy $\frac{r}{4}$ sugarú félkör látható. Azonosítsuk ezeket.

a) Lássuk be, hogy az r sugarú félkörív hossza egyenlő a két $\frac{r}{2}$ sugarú félkörívek hosszának összegével.

b) Lássuk be, hogy az r sugarú félkörív hossza egyenlő a négy $\frac{r}{4}$ sugarú félkörívek hosszának összegével.



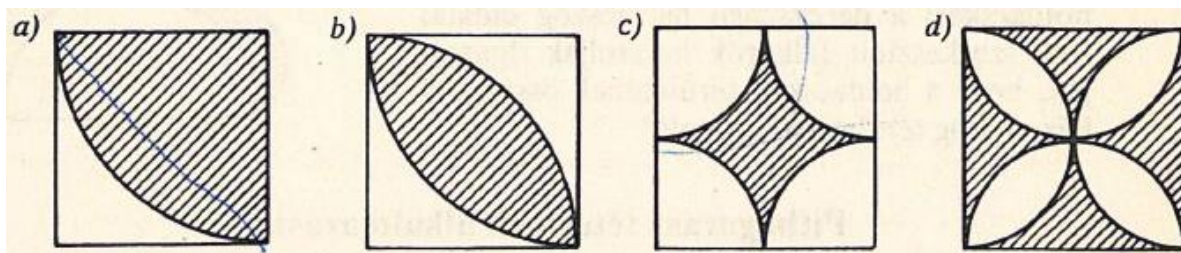
17. Határozzuk meg a 10 cm átmérőjű kör a) 60° ; b) 90° ; c) 30° ; d) 45° ; e) 180° ; f) 270° nagyságú középponti szögéhez tartozó körcikk területét és kerületét!

18. Mekkora középponti szög tartozik ahhoz a körcikkhez, amelynek területe a kör területének a) fele, b) negyede, c) hatodrésze, d) 0,6 része, e) 0,75 része?

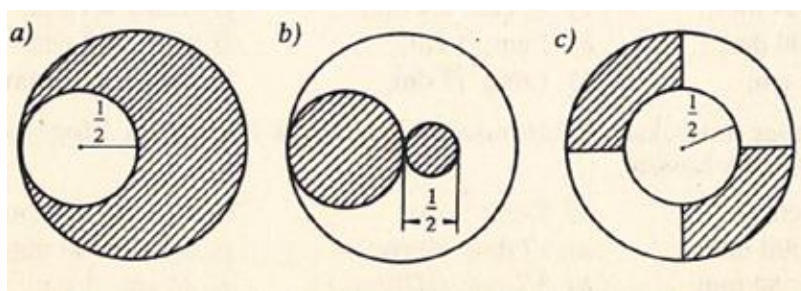
19. Egy 3 cm sugarú körcikkhez tartozó körív hossza megegyezik egy r sugarú kör kerületével. Mekkora a körcikk kerülete és területe, ha a) $r = 0,5$ cm, b) $r = 1$ cm?

20. Határozzuk meg az r és R sugarú koncentrikus körök által határolt körgyűrű területét, ha a) $r + R = 10$ cm $R - r = 2$ cm, b) $r + R = 5$ dm $R - r = 210$ mm.

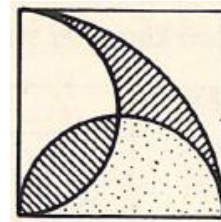
21. Határozzuk meg, hogy a négyzetek területének hányad részét teszik ki a vonalkázott síkidomok területei! (Tekintsük a négyzet oldalát egységnyiinek!)



22. Számítsuk ki a vonalkázott rész területét és a külső kör területét (a külső kör sugara mindhárom esetben 1 méter), majd az előbbi osszuk el az utóbbival. Fogalmazzuk meg azt a kérdést a legrövidebben, amelyre ez a hányados a válasz.

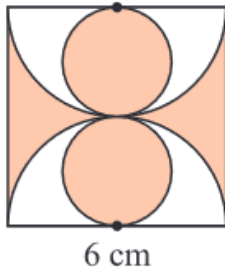


23. a) A két pontozott területet jelöljük t_1 -gyel és t_2 -vel. Írjunk fel egy összefüggést a negyedkör területe, a két félkör területe, t_1 és t_2 között. Majd hozzuk ezt a legegyszerűbb alakra. b) Lássuk be, hogy a pontozott terület rész a négyzet területének negyede!

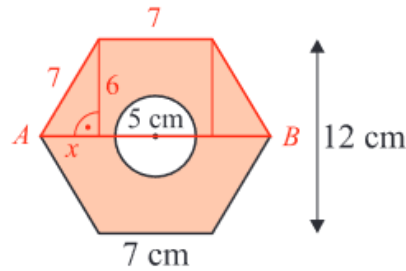


24. Mekkora a sötéten jelölt rész területe, ha az ábrán egyenlő oldalú sokszögek és körívek láthatók?

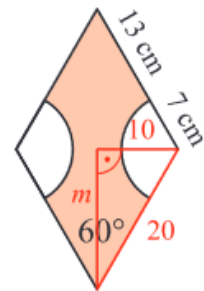
a)



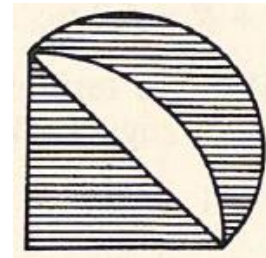
b)



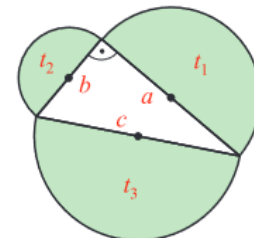
c)



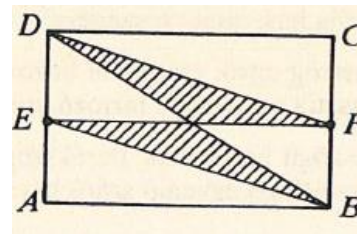
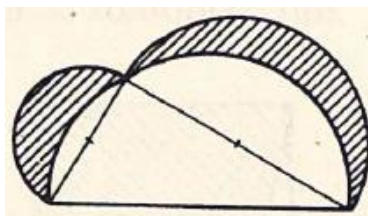
25. Egy egyenlő szárú derékszögű háromszög átfogójára félkört rajzoltunk. A derékszögű csúsból pedig a befogó nagyságú sugárral negyedkört rajzoltunk. Igazoljuk, hogy az így keletkezett holdacska területe a háromszög területével egyenlő!



26. Derékszögű háromszög oldalaira mint átmérőkre félköröket rajzolunk. Bizonyítsd be, hogy a két kisebb félkör területének összege egyenlő a harmadik félkör területével!



27. Az ábrán levő holdacskákat a derékszögű háromszög oldalai fölé szerkesztett félkörök határolják. Igazoljuk, hogy a holdacskák területének összege a háromszög területével egyenlő!



28. A téglalap két oldalát vegyük a-nak és b-nek. Számítsuk ki (a-val és b-vel) a vonalkázott részek területének összegét és a téglalap területét, majd az előbbit osszuk el az utóbbival.

29. Az alábbi körcikkeket 11 cm sugarú körből vágtuk ki.

a) Milyen hosszú körív határolja a körcikket? b) Mekkora a körcikk területe?

A:



B:



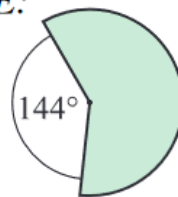
C:



D:



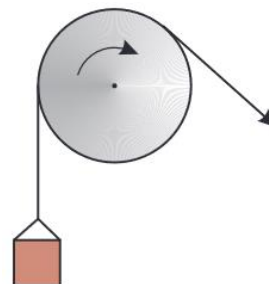
E:



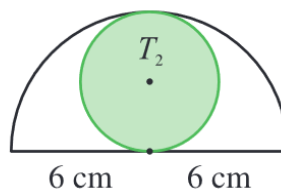
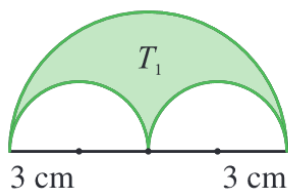
30. A toronyóra nagymutatója 80 cm hosszú. Mekkora területet söpör negyed óra alatt, 25 perc alatt, két és fél óra alatt?

31. A toronyóra kimutatója 65 cm hosszú. Mekkora ívet jár be a mutató végpontja 6 óra alatt, 18 óra alatt, 2 óra alatt, fél óra alatt?

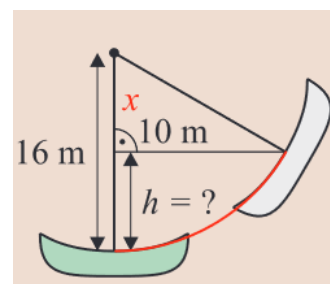
32. Milyen magasra emelkedik fel az ábra szerinti teher, ha a másfél méter átmérőjű kerék elfordulása 120° , 225° , 540° , 2880° ?



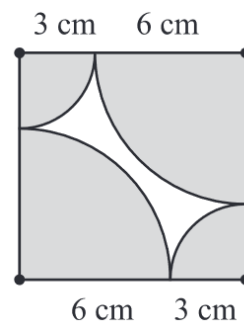
33. A színessel jelölt területek közül melyik a nagyobb?



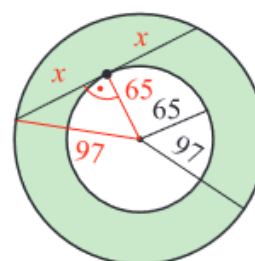
34. A „kalózhajó” nevű szerkezet 16 m hosszú rúdon leng a Vidámparkban. Hány métert emelkedik, mialatt a rúd vége tíz méterre eltávolodik a kiinduló helyzettől?



35. Mekkora a fehér alakzat területe, ha az ábrában levő körívek középpontjai a négyzet csúcsai? Az eredményt mm^2 pontossággal add meg!



36. a) Számítsd ki a körgyűrű területét, ha sugarai 65 cm és 97 cm! b) Számítsd ki a belső kört érintő húr hosszát!



A négyzetgyökök

37. Végezzük el a következő műveleteket!

$$\sqrt{100 \cdot 49} \quad \sqrt{81 \cdot 400} \quad \sqrt{121 \cdot 64} \quad \sqrt{144 \cdot 36 \cdot 4} \quad \sqrt{121 \cdot 0,49}$$

38. Mekkora a négyzet oldala, ha a területe 64, 81, 53, 99, 625, 256 területegység?

39. Írjuk fel egyetlen gyökjellel:

$$\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} \quad \sqrt{3} \cdot \sqrt{27} \quad \sqrt{2} \cdot \sqrt{72} \quad \sqrt{5} \cdot \sqrt{125} \\ \sqrt{30} \cdot \sqrt{20} \quad \sqrt{50} \cdot \sqrt{125} \quad \sqrt{20} \cdot \sqrt{72} \quad \sqrt{15} \cdot \sqrt{32}$$

40. Végezzük el számológép nélkül: $\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}$ $(\sqrt{7})^2$ $(\sqrt{11})^2$ $\sqrt{7^2}$ $\sqrt{11^2}$

$$(\sqrt{2} + 3) \cdot \sqrt{2} \quad (\sqrt{12} + \sqrt{27}) \cdot \sqrt{3} \quad \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}$$

41. A két oldal kiszámításával ellenőrizzük, hogy fennállnak-e az egyenlőségek vagy nem.

$$\sqrt{64+36} = \sqrt{64} + \sqrt{36} \quad \sqrt{4+12} = \sqrt{4} + \sqrt{12} \quad \sqrt{64-25} = \sqrt{64} - \sqrt{25}$$

$$\sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{12} \quad \sqrt{8 \cdot 8} = \sqrt{8} \cdot \sqrt{8} \quad \sqrt{100 \cdot 49} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{100}$$

$$\sqrt{\frac{25}{81}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{81}} \quad \sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}} \quad \sqrt{3^2} = (\sqrt{3})^2 \quad \sqrt{(-5)^2} = (\sqrt{-5})^2$$

42. Hozzuk a legegyszerűbb alakra, amelyben nem szerepel közelítő érték!

$$12\sqrt{2} : 4 \quad 15\sqrt{5} : 5 \quad (6\sqrt{2}) : (2\sqrt{5}) \quad \sqrt{10} : \sqrt{5} \quad \frac{\sqrt{108}}{\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{18} \cdot \sqrt{2} \quad \frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} \quad \sqrt{7} \cdot \sqrt{28} \quad \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} \quad \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{5}}$$

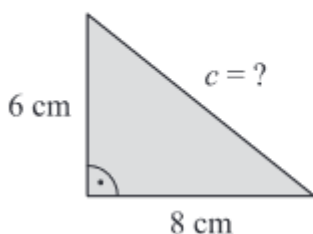
43. Végezzük el a következő hatványozásokat!

$$(\sqrt{5})^2 \quad (2\sqrt{3})^2 \quad (5\sqrt{2})^2 \quad (\sqrt{2} + 1)^2 \quad (\sqrt{5} - 1)^2 \quad (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2$$

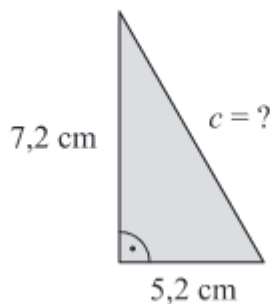
A Pitagorasz tétel

44. Számítsuk ki a derékszögű háromszögek átfogóinak hosszát.

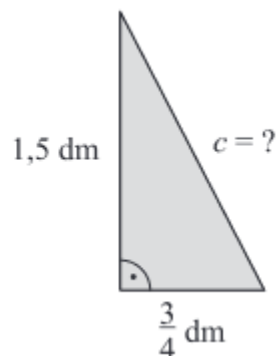
a)



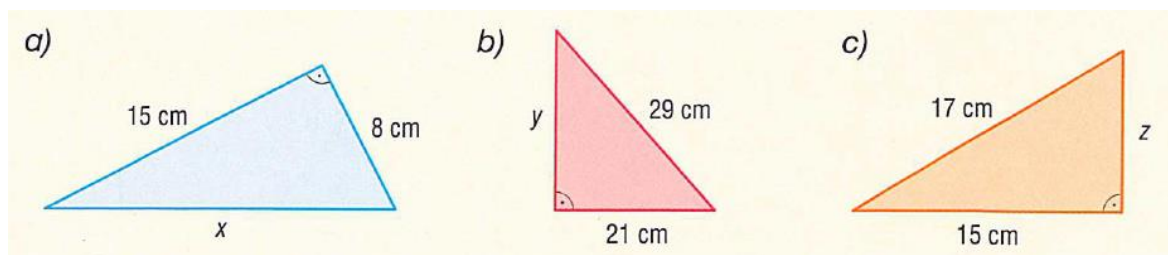
b)



c)



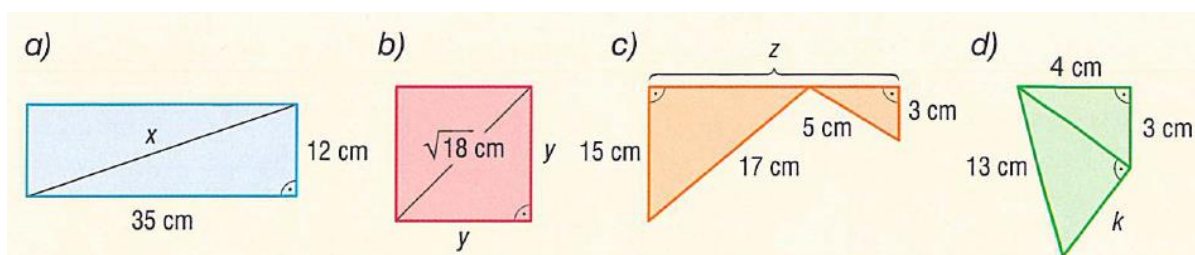
45. Határozzuk meg az ábrán látható derékszögű háromszögek ismeretlen oldalainak hosszát!



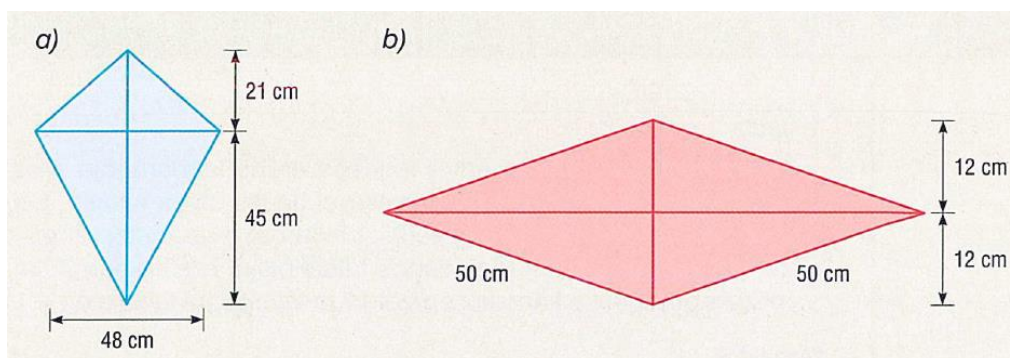
46. Mekkora annak a négyzetnek az átlója, amelynek a területe 64 m^2 ?

47. Egy téglalap átlója 85 cm, egyik oldalának hossza 13 cm. Mekkora a területe és a kerülete?

48. Határozzuk meg az ábrán betűvel jelölt szakaszok hosszát!

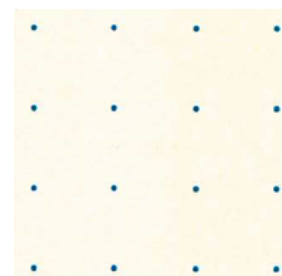


49. Mekkora a deltoid kerületének és átlóinak összege?



50. Egy 25 m széles úton két szemközti ház közé kifeszített huzalra lámpát rögzítettek, melynek a „belógása” 50 cm. Milyen hosszú a huzal?

51. Az ábrán látható négyzetrácson a négyzetek oldalának hossza 1 cm. Hányféle különböző hosszúságú szakaszt tudunk kijelölni két rácspont segítségével? Számoljuk ki ezek hosszát!



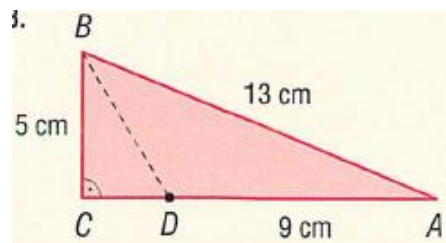
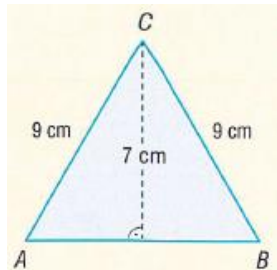
52. Egy téglalap alakú parkon átlósan egy 260 m hosszú sétány vezet át. Mekkora területen terül el a park, ha egyik oldalának hossza 100 m?

53. Egy 3 m magas létrát a falnak támasztunk. Milyen magasan érintkezik a létra a fallal, ha a lábai a faltól 0,5 m-re vannak?

54. Egy kocka éleinek hossza 10 cm. Elhelyezhető-e benne egy 17 cm hosszú ceruza úgy, hogy az ne lógjon ki a dobozból?

55. Egy téglalap oldalainak hossza 8 cm és 4 cm. Határozzuk meg az átlóját!

56. A bal oldali ábrán az ABC egyenlő szárú háromszögben $AC = BC = 9$ cm. Az AB alaphoz tartozó magasság hossza 7 cm. Mekkora a háromszög kerülete és területe?

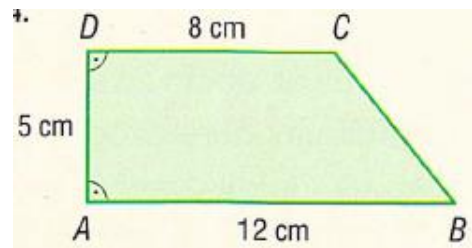


57. A jobb oldali ABC derékszögű háromszögben a D pont az AC befogó olyan pontja, melyre $AD = 9$ cm, $BC = 5$ cm és $AB = 13$ cm. a) Mekkora a CD szakasz? b) Mekkora a BD szakasz?

58. Mekkora az ábrán látható derékszögű trapéz területe és kerülete?

59. Egy 17 cm sugarú körbe 30 cm hosszú hűrt rajzolunk. Milyen messze van a húr a kör középpontjától?

60. Milyen messze került a hajó a kikötőtől, ha először 9 km-t délnek, majd 40 km-t keletnek haladt?



61. Számítsuk ki a derékszögű háromszög átfogójának hosszát, ha befogóinak hossza
 3 m és 4 m, 5 cm és 120 mm, 6 dm és 0,8 m, 0,7 cm és 24 mm, 10 cm és 2,4 dm
 8 cm és 0,15 m 16 m és 300 dm, 1 cm és 1 cm, 1 m és 200 cm

62. Határozzuk meg a derékszögű háromszög befogójának hosszát, ha az átfogójának és a másik befogójának hossza (ebben a sorrendben)

a) 10 m, 6000 mm, b) 17 dm, 80 cm, c) 6,1 cm, 60 mm, d) $\sqrt{5}$ m, 100 cm, e) $\sqrt{3}$ cm, $\sqrt{2}$ cm.

63. Jelölje a és b egy derékszögű háromszög befogóinak, c pedig átfogójának hosszát. Számítsuk ki a hiányzó adatokat.

a	3,5 cm		4,6 cm	610 mm		4,82 m
b	0,43 dm	42 mm		5,2 m	66,4 cm	5240 mm
c		8,3 cm	88 cm		9,43 dm	

64. Döntsük el, vajon hegyesszögű, tompaszögű, vagy derékszögű az a háromszög, amelynek oldalainak hossza:

$a = 4$ cm, $b = 5$ cm, $c = 3$ cm,

$a = 6$ dm, $b = 120$ cm, $c = 1,3$ m,

$a = 1,2$ m, $b = 3,6$ m, $c = 4,7$ m,

$a = 14$ cm, $b = 48$ cm, $c = 6,2$ m

65. Egy derékszögű háromszög egyik hegyesszöge 30° . Milyen hosszú a két befogó?

Az átfogó hossza 2 cm

4 m

3,2 dm

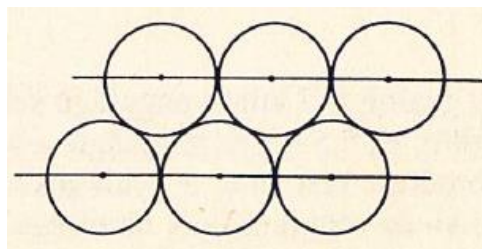
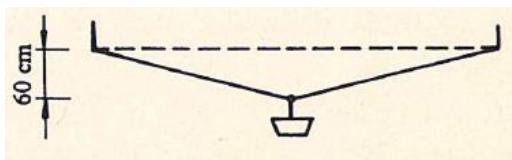
84 mm

66. Mekkora az egyenlő szárú derékszögű háromszög befogója? Az átfogójának hossza

$2\sqrt{2}$ m 22 mm 6,4 cm 34 m 300 mm

67. Egy 2 km hosszúságú útszakasz két végpontjában rögzítsünk egy 2001 m hosszú kötelet. A kötel középpontját felemeljük, amennyire csak lehet. Át tud-e menni alatta egy felnőtt ember anélkül, hogy lehajolna?

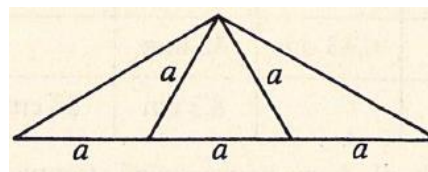
68. Egy 20 m széles úton két szemkötti ház közé kifeszített acélhuzalra függesztett villanylámpa belógása a bal oldali ábra szerint 60 cm. Milyen hosszú a huzal?



69. Vaslemezről 14 mm sugarú körlapokat kell kivágni a jobb oldali ábrán látható módon. Határozzuk meg a kivágandó körök középpontjait tartalmazó egyenesek távolságát!

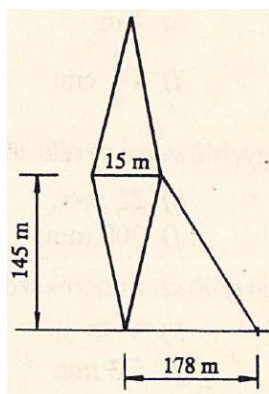
70. Egy üzlet és a raktára között anyagszállításhoz lejtős csúszdát építettek. Határozzuk meg a csúszda hosszát, ha az üzlet és a raktár távolsága 10 m, és a csúszda végeit 8 m, illetve 4 m magasan helyezték el!

71. Az ábrán levő tetőszerkezeten mindegyik a-val jelölt gerenda egyenlő hosszú, 4 m. Milyen hosszú a két jelöletlen gerenda?

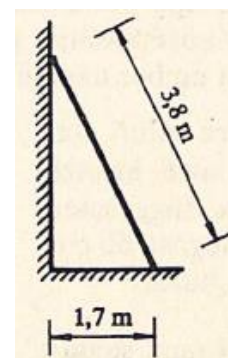


72. Mekkora annak az ingának a hossza, amely 20 cm-es vízszintes irányú kitérésnél 2 cm-t emelkedik?

73. Egy 1,2 m széles és 2 m magas vasajtóra átlóvasat kell tenni. Mekkora ennek a hossza?



74. Egy 320 m magas adótorony kifeszítése a földtől 145 m magasságból induló sodronykötelekkel történik a bal oldali ábra szerint. A kötelek rögzítési helyénél a torony szélessége 15 m. A kifeszítőkötelek a torony lábától 178 m távolságban vannak a földhöz rögzítve. Milyen hosszú egy kifeszítőkötél?



75. Milyen magas az a fal, amelytől 1,7 m távolságra leállított 3,8 m hosszú létra a jobb oldali ábra szerint éppen eléri a fal tetejét?

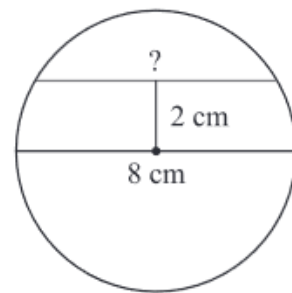
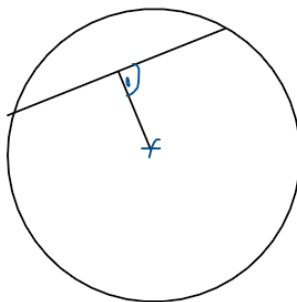
76. Egy gyalogos 5 km/h nagyságú sebességgel 3,5 óráig ment északra, majd keletnek fordult, és 5,5 km/h nagyságú sebességgel 2 órát gyalogolt a túra végcéljáig. Hány kilométert tett meg a gyalogos? Mekkora a gyalogos elmozdulása, azaz a túra kezdő- és végpontjának távolsága?

77. Határozzuk meg a derékszögű koordináta-rendszer következő pontjainak origótól vett távolságát!
 $A(1, 0)$, $B(2, 1)$, $C(3, 4)$, $D(5, 12)$, $E(-3, 4)$, $F(5, -1)$

78. Egy háromszög csúcspontjai $A(-3, 4)$, $B(5, 4)$, $C(-1, 6)$. Határozzuk meg a háromszögek oldalainak hosszát, kerületét és területét!

79. A négyzethálós füzetbe egyetlen vonalzóval szerkesszünk egy 82 egység területű négyzetet.
 (Tekintsük a négyzet oldalát egynek.)

80. Egy 15 cm sugarú körbe egy 18 cm-es húrt rajzolunk! Milyen távolságra van ez a húr a kör középpontjától? (bal oldali ábra)



81. Milyen hosszú az a húr, amely a 8 cm átmérőjű kör középpontjától 2 cm távolságra van? (jobb oldali ábra)

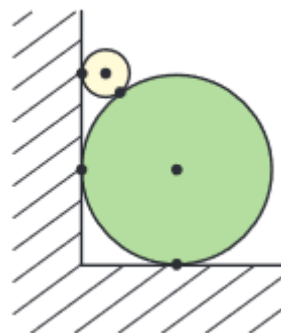
82. Döntsd el, hogy az a, b, illetve c oldalakkal megadott háromszögek közül melyek derékszögűek, melyek hegyesszögűek, melyek tompaszögűek

a	12	60	10	13	7	33	11	21	14
b	35	175	22	84	23	56	6	20	16
c	37	185	24	85	25	65	12	28	35

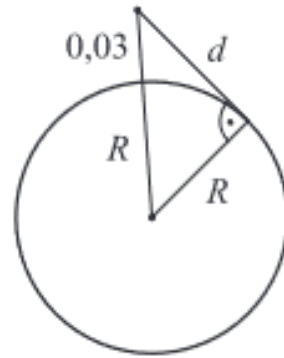
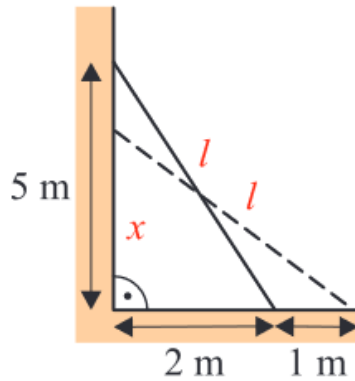
83. Mekkora a területe annak az egyenlő szárú háromszögnek, amelynek alapja 10 cm, szárai 13 cm hosszúak?

84. Egy háromszög két oldala 5 és 12 cm. Mekkora lehet a harmadik oldal, ha a mérőszáma annak is egész? Mely esetben lesz a háromszög hegyes-, derék-, illetve tompaszögű?

85. Két henger alakú csövet támasztottak a falhoz a keresztmetszeten látható módon. Az egyiknek 80 cm, a másiknak 20 cm az átmérője. Mekkora a felső cső legmagasabb pontjának távolsága a talajtól mérve? (Segítség: érintkező körök középpontjait összekötő szakasz átmegy az érintési ponton. Ennek alapján kössük össze a két kör középpontját.)

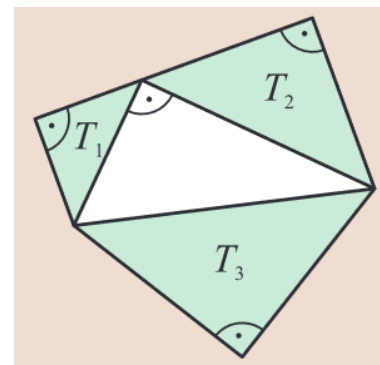


86. Az ábrán látható létra a vízszintes talajon 1 m-rel kijebb csúszik. Mennyivel kerül alacsonyabbra a teteje? (bal oldali ábra)



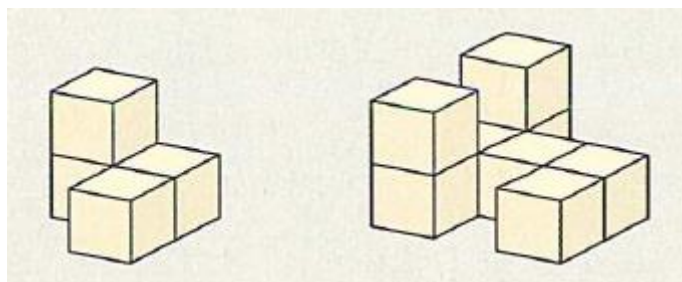
87. Milyen messzire láthatunk el egyenletes terepen 30 m magasságból, ha a Föld sugara körülbelül 6370 km? (jobb oldali ábra)

88. Derékszögű háromszög oldalaira mint alapokra egyenlő szárú derékszögű háromszögeket rajzolunk. Bizonyítsd be, hogy a két kisebb alakzat területeinek összege egyenlő az átfogó fölé rajzolt háromszög területével!

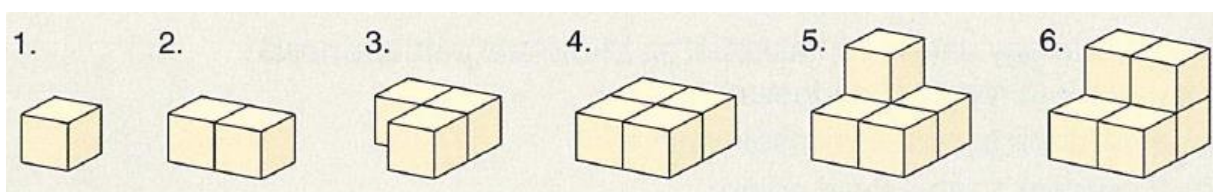


Hengerek, hasábok

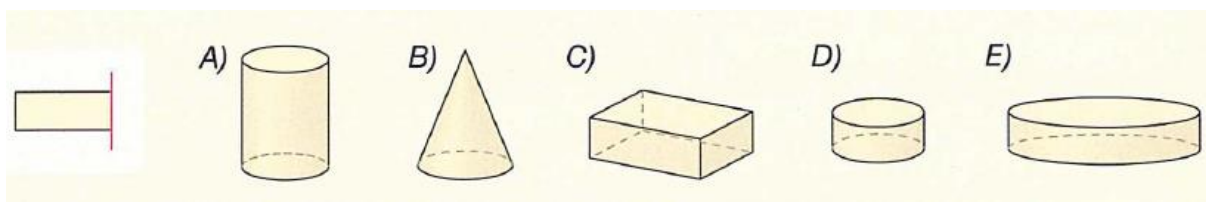
89. Az ábrán látható kis kockákból álló testekből hasábot szeretnénk előállítani. Ehhez legkevesebb hány kis kockát kell
a) hozzátenni
b) elvenni?



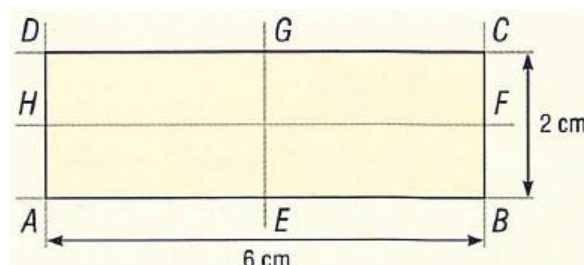
90. Folytassuk szabad kezes rajzban a sorozatot a tizedik testig. A sorozat hányas sorszámú tagjai hasábok?



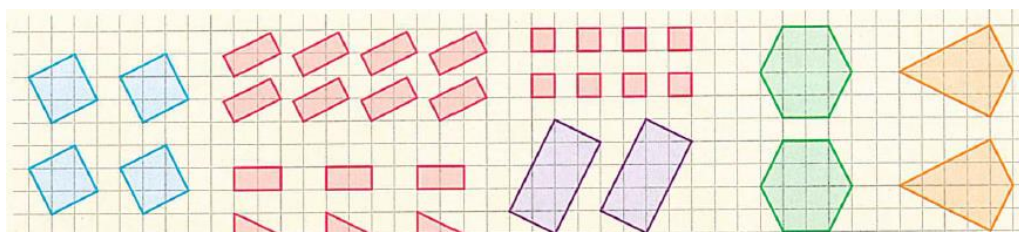
91. Az ábrán lévő téglalapot megforgatjuk a meghosszabbított oldala körül. Melyik testet kapjuk?



92. Az ábrán látható téglalapot megforgatjuk a) az AD oldal egyenesre; b) a CD oldal egyenesre; c) az FH középvonal egyenesre; d) az EG középvonal egyenesre; e) az AC átló egyenesre körül. Melyik esetben kapunk egyenes körhengert? Mekkora a keletkezett henger alkotója és az alapkörének a sugara?

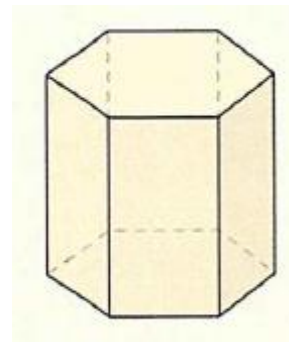


93. Válasszunk az alábbi lapokból úgy, hogy azokból hasábot lehessen összerakni! Keressünk több hasábot! (A négyzetrács egy négyzetének oldalát tekintjük egy egységnek.)



94. Hány oldalú sokszög az alapja annak a hasábnak, amelynek a) 6 lapja van; b) 10 lapja van; c) 12 lapja van? d) Van-e olyan sokszöglapokból álló test, amelynek ugyanennyi lapja van, és nem hasáb?

95. Vágjunk le egy darabot az ábrán látható hasábból az alkotókkal párhuzamosan úgy, hogy a megmaradt testen a) a csúcsok száma 2-vel csökkenjen; b) a csúcsok száma 2-vel nőjön; c) a lapok száma ne változzon; d) a lapok száma nőjön; e) a lapok száma csökkenjen!

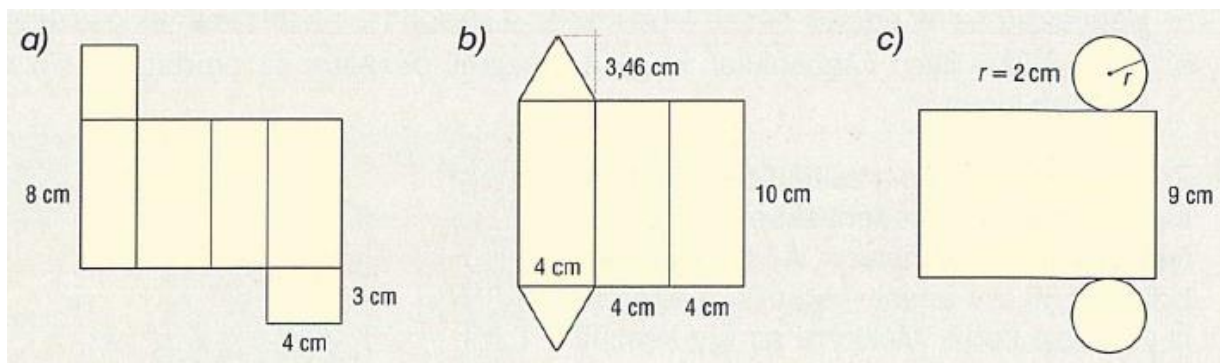


96. Döntsük el, hogy az alábbi állítások közül melyik igaz, és melyik hamis! a) Van olyan hasáb, amelynek 14 éle van. b) Minden kocka hasáb. c) Nincs olyan hasáb, amelynek páratlan számú csúcsa van. d) Van olyan négyszög alapú hasáb, amelyik nem téglatest. e) Minden egyenes körhenger alkotója hosszabb az alapkörének sugaránál.

97. Rajzoljuk meg annak a téglatestnek a hálóját, és számítsuk ki a felszínét, melynek az élei: a) 2 cm; 3 cm és 4 cm; b) 10 cm; 8 cm és 7 cm; c) 1,5 cm; $\frac{3}{4}$ cm és 1,75 cm; d) 3 cm; $\frac{5}{4}$ cm és 3,5 cm!

98. Mekkora annak az egyenes hengernek a felszíne, amelynek palástja egy olyan téglalap, amelynek oldalai: a) 7 cm és 12,56 cm; b) 10 cm és 2,8 cm?

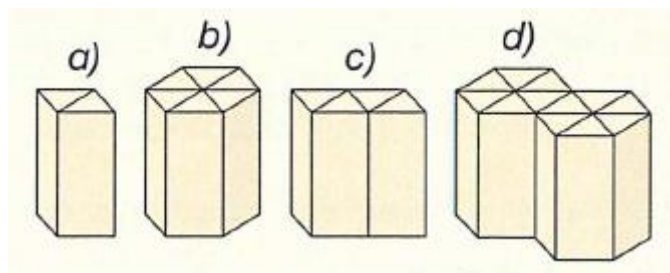
99. Határozzuk meg az alábbi hálózattal megadott testek felszínét! Hány csúcsa, éle és lapja lesz a megadott testeknek?



100. Egy dm oldalélű kockák összeragasztásával téglatesteket építünk. Mekkora lehet a keletkező téglatestek felszíne, ha a felhasznált kockák száma: a) 4; b) 5; c) 12?

101. Réka törökmézet vett ajándékba a testvéreinek. 16 db 10 cm élű, kocka alakú darabra futotta a pénzéből. Elhatározta, hogy egybe csomagolva adja majd át, ezért a darabokat egy téglatestté rakta össze. Mekkora legyenek a téglatest élei, ha azt szeretné, hogy a legkevesebb papírral tudja becsomagolni?

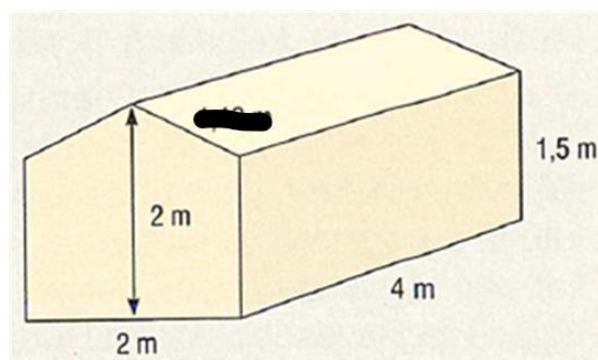
102. Szabályos háromszög alapú hasábokból az ábrán látható hasábokat állítottuk össze. A szabályos háromszög oldala 2 cm, magassága 1,73 cm, a hasáb magassága 5 cm. Rajzoljuk le a hasábok hálóját, és számítsuk ki a felszínüket!



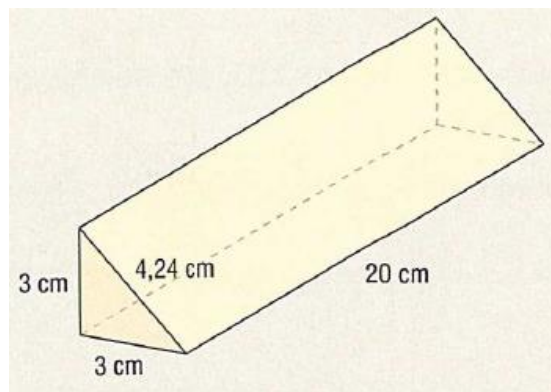
103. Egy 7 cm magasságú hasáb alaplajának területe 28 cm^2 , kerülete 34 cm. Mekkora a felszíne?

104. A következő állítások közül melyek igazak, és melyek hamisak? a) Minden hasábnak van párhuzamos lappárja. b) Az egyenes hasáb egyik lapja sem lehet rombusz. c) Minden hasáb palástja kiterítve téglalapot alkot. d) Van olyan hasáb, amelynek nincs két egybevágó lapja.

105. Mennyi anyagra volt szükség annak a sátonak az elkészítéséhez, melynek az adatai az ábrán láthatók? A sátor alapját szabadon hagyták.



107. Egy csokoládéfajtát az ábrán látható dobozokba csomagolnak. a) A papírgyárból 4 m^2 nagyságú ívekben kapják a csomagoláshoz szükséges kartonokat. Hány dobozt tudnak egy ívből elkészíteni, ha minden ívnél 5% a veszteség? b) A boltokba a gyár kettes csomagolásban szállítja a csokoládét. Két dobozt a legnagyobb területű lapjukkal illesztenek össze, és ezt egy fóliával vonják be. Mennyi fólia szükséges egy ilyen csomaghoz?



108. Számoljuk ki annak az egyenes hasábnak a térfogatát és a felszínét, melynek a magassága 15 cm, az alapja pedig a) 5 cm oldalú négyzet; b) 6 cm oldalú szabályos háromszög, melynek a magassága 5,2 cm; c) derékszögű háromszög, melynek oldalai 10 cm; 10 cm és 14,14 cm hosszúak.

109. Számoljuk ki annak az egyenes hasábnak a térfogatát és a felszínét, melynek a magassága 15 cm, az alapja pedig a) 10 cm és 15 cm oldalhosszúságú paralelogramma, melynek a hosszabb oldalához tartozó magassága 8 cm; b) 10 cm oldalhosszúságú rombusz, melynek a magassága 9 cm!



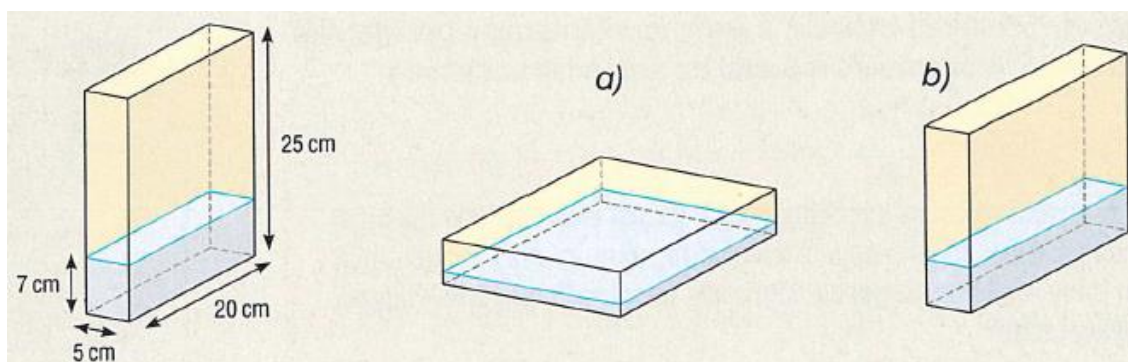
110. Az ábrán látható konzervdoboz címkéje pontosan (átfedés nélkül) beborítja a doboz oldalát. Mekkora a konzervdoboz térfogata?

111. Milyen magas az a hasáb, amelynek térfogata és alaplajának területe adott:

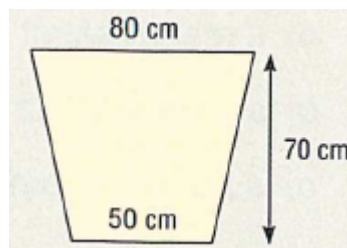
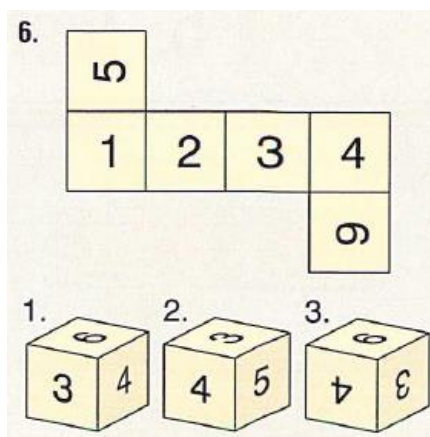
a) $V = 480 \text{ cm}^3$; $T_{\text{alap}} = 64 \text{ cm}^2$ b) $V = 58 \text{ dm}^3$; $T_{\text{alap}} = 120 \text{ cm}^2$ c) $V = 4,68 \text{ m}^3$; $T_{\text{alap}} = 670 \text{ cm}^2$.

112. Izabell és Berta kivágott egy-egy $12 \text{ cm} \times 16 \text{ cm}$ -es téglalapot. Izabell kör alapú henger, Berta pedig négyzet alapú hasáb palástját készítette el belőle. Melyikük kaphatta a nagyobb térfogatú testet?

113. Az ábrán látható (zárt) üveghasábban 7 cm magasan áll a víz. Milyen magas lesz a vízszint, ha a téglatestet az ábra szerint valamelyik másik lapjára állítjuk?



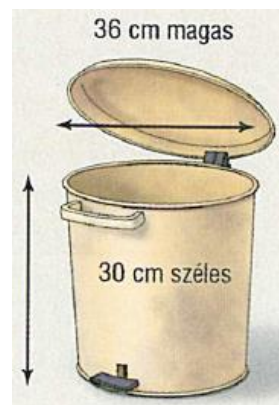
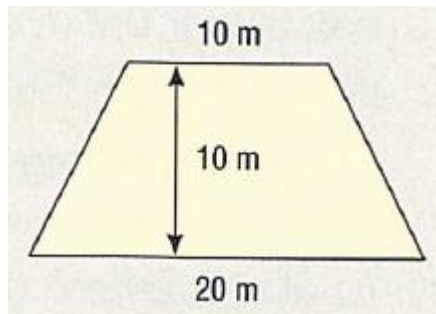
114. Melyik kockát kaphattuk az ábrán látható háló összehajtásával? (A számok állása is számít.)



115. A jobb oldali ábrán egy árok keresztmetszete látható. Mennyi víz képes átfolyni az árok keresztmetszetén 1 perc alatt, ha tele van vízzel, és a víz 1 másodperc alatt 1 m utat tesz meg?

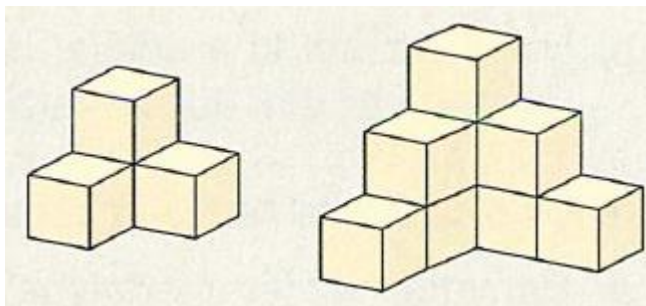
116. Vincent az osztálykirándulásra csomagol. Hasáb alakú utazótáskája 60 cm hosszú, két vége 32 cm magasságú trapéz, az alján 30 cm, a tetején 25 cm széles. Az utazótáskájába vagy a 75 literes hátizsákjába fér több holmi?

117. Egy folyó mellé gátat építenek, melynek keresztmetszete az ábrán látható. Egy teherautó 18 m^3 földet képes elszállítani. Hány fordulóra lenne szüksége ahhoz, hogy az 1 km hosszú szakaszhoz szükséges földet a gáthoz szállítsa?

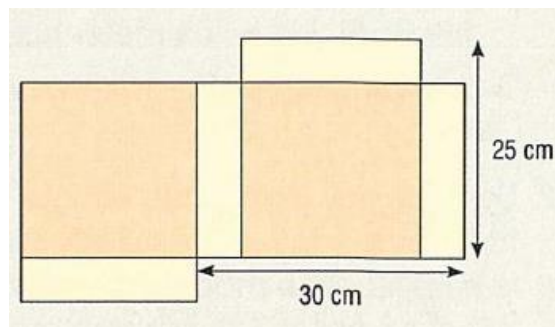


118. Kinga szemeteszsákot vásárol, de nem tudja, hogy a 10, a 25 vagy az 50 literes zsák illik a konyhai szemetesükbe. Melyiket válassza? A szemetes méretei az ábrán láthatók.

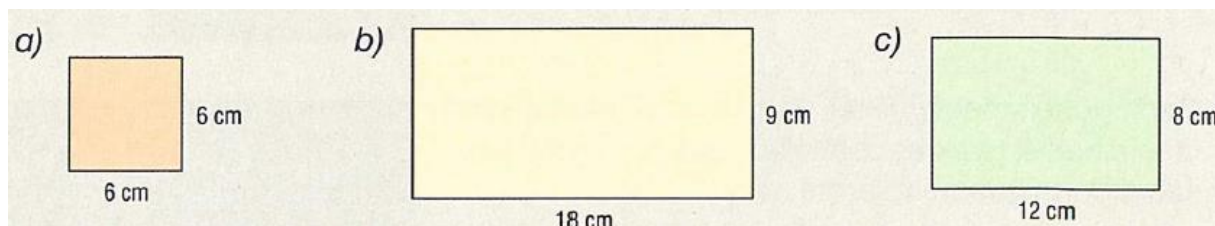
119. Az 1 dm élhosszúságú kockákból két testet építettünk. a) Folytassuk a sorozatot még két testtel! b) Rajzoljuk meg a testek elől-, oldal- és felülnézetét! c) Hogyan változik az egymás utáni testek térfogata? d) Hogyan változik az egymás utáni testek felszíne?



- 120.** Az ábrán egy test hálója látható, ahol a sötétebb lapok négyzetek.
 a) Mekkora a test élei? b) Ha ezt a hálót dobozzá ragasztjuk össze, akkor befér-e 1 liter narancslé?
 c) Mekkora a test felszíne?



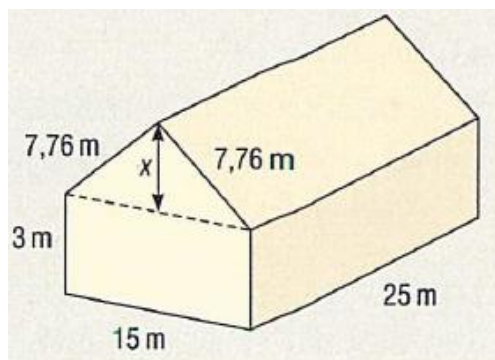
- 121.** Az ábrán egy egyenes körhenger előlnézete látható. Rajzoljuk le a másik két nézetét! Mekkora lehet a felszíne és a térfogata?



- 122.** Egy ötszög alapú egyenes hasáb alapjának területe 500 cm^2 , magassága 20 cm. Miközben a hasábot a palástjára fordítva egyszer végig görgetjük, a síkon 30 cm utat tesz meg.
 a) Mekkora a hasáb térfogata? b) Mekkora a felszíne?

- 123.** Egy nyári felhőszakadás során Szeged területére 18 mm eső esett. Hány liter esővizet jelent ez, ha a város területét 100 km^2 nagyságúnak tekinthetjük?

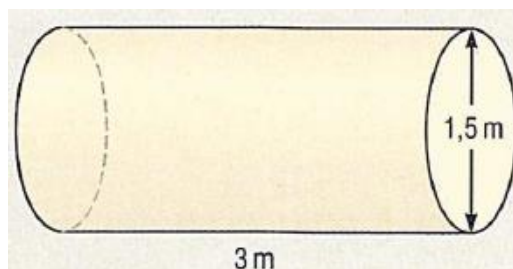
- 124.** Az ábrán egy ház adatait láthatjuk. a) Mekkora az x-szel jelölt távolság, ha tudjuk, hogy a ház belső terének $1/4$ részét a padlástér teszi ki? b) Hány négyzetméter szigetelőanyagra van szükség, ha a tetőt és a falakat is szigetelik, és a falfelület 30%-át ablakok és ajtók fedik?



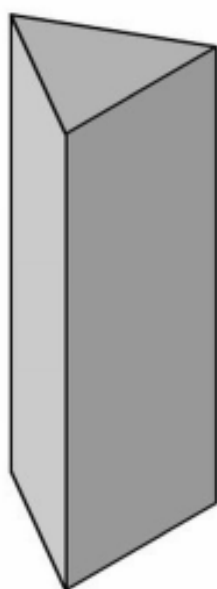
- 125.** Egy négyzet alapú egyenes hasáb magassága az alapélének a 75%-a, a térfogata pedig 48 dm^3 . Mekkora a hasáb felszíne?

- 126.** Egy egyenes hasáb térfogata 96 dm^3 , az alaplajának területe 12 dm^2 , a kerülete pedig 14 dm.
 a) Mekkora a felszíne? b) Hogy néz ki a hálója, ha még azt is tudjuk, hogy az alaplajja olyan téglalap, melynek az élei deciméterben mérve egész számok?

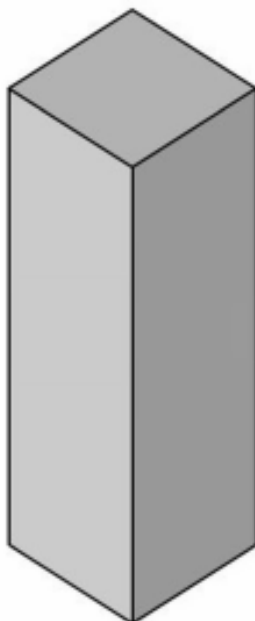
- 127.** Egy öntözőkocsi tartályát láthatjuk az ábrán. a) Hány liter víz fér a tartályba? b) A locsolókocsi 4 m szélességben képes 1 mm vastag víréteggel egyenletesen borítani az út felszínét. Hány kilométer hosszú útra elegendő egy teljes tartály vízmennyiség $3/4$ része?



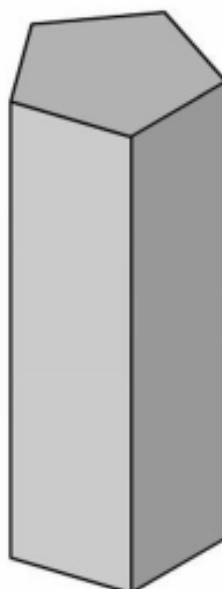
Hasábok



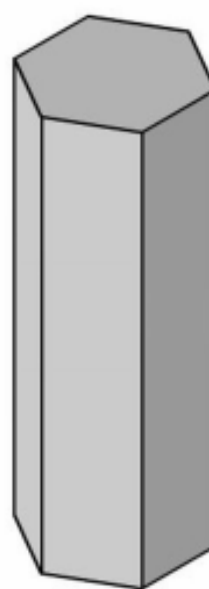
Háromszög alapú
hasáb



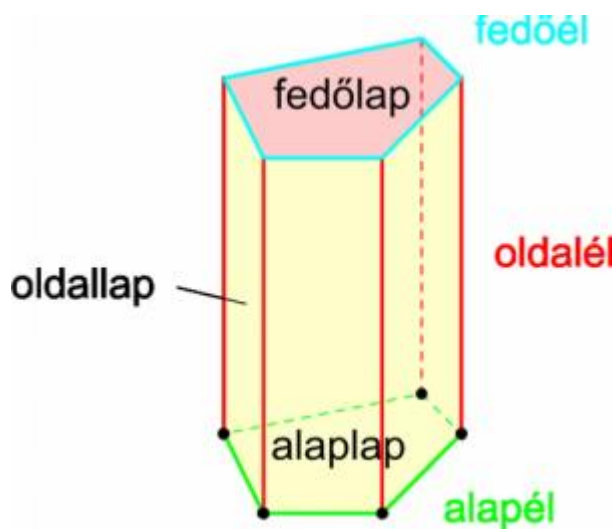
Négyszög alapú
hasáb



Öttség alapú
hasáb



Hatszög alapú
hasáb



- 128.** Fából egy tömör téglatestet készítettek, amelynek három különböző éle 5 cm, 6 cm és 8 cm. A testet festékbe mártották, majd a száradás után a lapokkal párhuzamos vágásokkal 1 cm^3 térfogatú kockákra szeletelték. a) Hány kocka jött létre? b) Hány olyan kocka van, amelynek egyetlen befestett lapja sincs? c) Hány olyan kocka van, amelynek legalább két befestett lapja van? d) Azokból a kockákból, amelyeknek pontosan egy befestett lapja van, 3 cm alapélű négyzet alapú hasábot építünk. Legfeljebb mekkora a hasáb magassága?

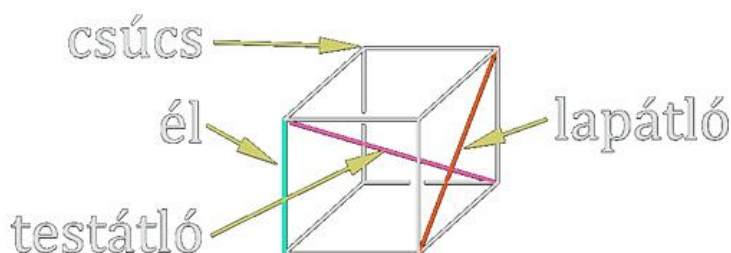
129. Határozzuk meg a téglatest testátlóinak hosszát, ha három különböző éle
a) 2 cm; 3 cm; 6 cm; b) 3 cm; 4 cm; 12 cm; c) 4 cm; 5 cm; 20 cm.

130. A táblázatot másoljuk át a füzetben, majd töltsük azt ki:

a hasáb alapja	háromszög	négyszög	ötszög	hatszög
lapok száma				
csúcsok száma				
élek száma				

131. Keressünk összefüggést az előző feladatban az egy oszlopban levő három szám között, és fogalmazzuk meg ezt általánosan!

132. Kocka élei hosszának összege 1920 cm. Mekkora a kocka felszíne és térfogata?



133. Hány cm^3 a kocka térfogata, ha felszíne 24 cm^2 ?

134. Hány cm^2 a kocka felszíne, ha térfogata 8 cm^3 ?

135. Egy téglatest három különböző élének hossza 8 cm; 9 cm; 10 cm.

Hány cm^2 a téglatest felszíne? Hány dm^3 a téglatest térfogata?

136. A következő táblázatban egy téglatest különböző éleinek hosszát, felszínét és térfogatát írtuk fel. Számítsuk ki a hiányzó adatokat.

a	b	c	A	V
12 cm	2,1 dm	0,11 cm		
2 dm	7 dm		172 dm^2	

137. Egy téglatest alapélei 3 cm és 4 cm hosszúak. Az ábra szerint kettészeltük. Az így kapott metszet egy négyzet. Mekkora a téglatest magassága és felszíne?

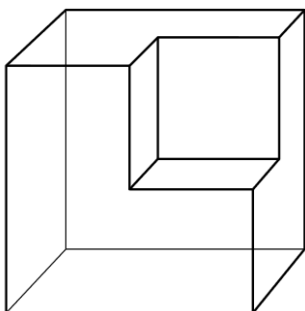


138. Egy téglatest alakú edény alapélei 6 cm és 9 cm, magassága 12 cm. Az edényt a harmadrészéig feltöltjük vízzel, majd áttöltjük a vizet egy kocka alakú edénybe, amelyet az teljesen megtölt. Mekkora a kocka élének hossza?

139. Egy öntözőkocsi tartályából másodpercenként 16 liter víz ömlik ki. Mekkora sebességgel kell a gépkocsinak haladnia, hogy egy 4 m széles aszfaltozott út felszínét 1 mm vastag vízréteggel borítsa be?

140. Egy négyzet alapú egyenes hasáb magassága kétszerese az alapélének, felszíne 490 cm^2 . Mekkora a térfogata?

- 141.** Egy négyzet alapú egyenes hasáb magassága kétharmad része az alapélének, térfogata 144 cm^3 . Mekkora a test felszíne?
- 142.** Egy téglatest alapjának kerülete 98 cm , az alapélek aránya $3:4$, a téglatest térfogata $7,056 \text{ dm}^3$. Mekkora a felszíne?
- 143.** Egy egyenes hasáb magassága 10 cm , alapja 12 cm oldalú rombusz, egyik szöge pedig 30° -os. Mekkora a hasáb felszíne és térfogata, ha magassága 10 cm ?
- 144.** Egy egyenes hasáb alapja derékszögű háromszög, melynek egyik befogója $0,8 \text{ dm}$, átfogója 10 cm . Mekkora a hasáb felszíne, ha térfogata 264 cm^3 ?
- 145.** Egy egyenes hasáb alapja egyenlő szárú háromszög, melynek alapja 10 cm , szárai 13 cm hosszúak. A hasáb felszíne 300 cm^2 . Mekkora a hasáb magassága és térfogata?
- 146.** Egy egyenes hasáb térfogata $43,2 \text{ dm}^3$. Mekkora a felszíne, ha alaplajának területe 720 cm^2 , kerülete 164 cm ?
- 147.** Egy egyenes hasáb alapja szimmetrikus trapéz, melynek párhuzamos oldalai $3,5 \text{ dm}$ és $2,5 \text{ dm}$, szárai $1,3 \text{ dm}$ hosszúak. Mekkora a hasáb felszíne és térfogata, ha magassága 32 cm ?
- 148.** Egy háromszög alapú egyenes hasáb minden éle 12 cm . Mekkora a hasáb felszíne és térfogata?
- 149.** Egy szabályos hatszög alapú hasáb alapélei 8 cm hosszúak, magassága 11 cm . Mekkora a felszíne és a térfogata?
- 150.** Egy egyenes hasáb alapja húrtrapéz, melynek párhuzamos oldalai 16 cm és 8 cm , szárai 5 cm hosszúak. Mekkora a hasáb felszíne, ha térfogata 468 cm^3 ?
- 151.** Egy vízvezető árok keresztmetszete téglalap, amelynek oldalai 1 m és $0,5 \text{ m}$. Mennyi víz folyik át az árok keresztmetszetén 1 perc alatt $0,8 \text{ m/s}$ sebességgel, ha tele van vízzel?
- 152.** Egy vízvezető árok keresztmetszete szimmetrikus trapéz, amelynek rövidebb alapja és szárai egy métereseek, a szárak ezzel az alappal 120° -os szöget zárnak be. Mennyi víz fér az árok 100 m hosszú szakaszába, ha az árok tele van vízzel?
- 153.** Számítsuk ki a rombusz alapú egyenes hasáb a térfogatát és felszínét, ha az alapélek 5 cm -esek, az alaplaj egyik átlója 8 cm , és az oldallapok négyzetek!
- 154.** Számítsuk ki az egyenes hasábnak a felszínét és térfogatát, ha alapja húrtrapéz, és e trapéznak a párhuzamos oldalai 20 cm és 12 cm hosszúak, hegyesszögei pedig 45° -osak! A test magassága 12 cm !



- 155.** Egy 2 cm élhosszúságú tömör kockának az egyik sarkából kivágtunk egy 1 cm élhosszúságú kockát. a) A keletkezett testnek hány éle van? b) A keletkezett testnek hány lapja van? c) Hány cm^3 a keletkezett test térfogata? d) Hány cm^2 a keletkezett test felszíne?

Hengerek

156. Határozzuk meg az egyenes körhenger felszínét és térfogatát, ha alapkörének sugara és magassága:

a) $r = 5 \text{ cm}$, $m = 10 \text{ cm}$ b) $r = 12 \text{ cm}$, $m = 15 \text{ cm}$ c) $r = 0,12 \text{ m}$, $m = 3,5 \text{ dm}$

157. Egyenes körhenger alapkörének átmérője és magassága egyenlő. Mekkora a felszíne és térfogata, ha az alapkör sugara 16 cm ?

158. A táblázat adatai egyenes körhengerre vonatkoznak. Számítsuk ki a hiányzó értékeket!

$r \text{ (cm)}$	8	3,4	6	11		$2,4 \pi$
$m \text{ (cm)}$	12	5,6			12	
$A \text{ (cm}^2\text{)}$			288π			24π
$V \text{ (cm}^3\text{)}$				1089π	300π	

159. Egy henger alakú farönk hossza $2,6 \text{ m}$, átmérője 28 cm . Mekkora a tömege, ha anyagának sűrűsége $0,6 \text{ g/cm}^3$?

160. Egy 8 dm^3 térfogatú fakockából kifaragják a lehető legnagyobb térfogatú hengert. a) Mekkora a henger térfogata? b) A kocka térfogatának hány százaléka lesz a hulladék? c) Hány százaléka a kocka felszínének a henger felszíne?

161. Egy egyenes körhenger alapkörének átmérője és magassága egyenlő. Mekkora a térfogata, ha felszíne 597 cm^2 ?

162. Henger alakú, felül nyitott edény készítésénél 480 cm^2 lemezt használtak fel. Mekkora az edény térfogata, ha alapkörének sugara 6 cm ?

163. Egy egyenes körhenger alaplapijának területe T , a palást területe P , az alapkör kerülete k . Ezek közül kettő ismeretében határozzuk meg a keresett adatot.

a) $k = 18 \text{ cm}$ $P = 90 \text{ cm}^2$ $V = ?$

c) $T = 524 \text{ cm}^2$ $P = 28 \text{ dm}^2$ $V = ?$ d) $k = 62,8 \text{ cm}$ $V = 11,3 \text{ cm}^2$ $P = ?$

164. Egy téglalap oldalai 12 cm és 8 cm . Mekkora annak a hengernek a felszíne és térfogata, amelyet úgy kapunk, hogy a téglalapot megforgatjuk a) a hosszabb oldala körül; b) a rövidebb oldala körül; c) a hosszabb oldalakat felező szimmetriatengely körül; d) a rövidebb oldalakat felező szimmetriatengely körül?

165. Egy henger alakú edény alapkörének belső átmérője 10 cm . Milyen magasan áll benne a beletöltött 3 liter víz?

166. Egy cső hossza $2,4 \text{ m}$, külső átmérője 64 cm , belső átmérője 50 cm . Mekkora a cső tömege, ha anyagának sűrűsége $1,8 \text{ kg/dm}^3$?

167. Vegyünk fel egy téglalapot a és b oldalakkal. Ezt megforgatjuk először a hosszabb, majd a rövidebb oldala körül. A keletkező hengerek térfogatának aránya $2:3$. Határozzuk meg a téglalap két oldalának arányát!

168. Vegyünk fel egy téglalapot a és b oldalakkal. Ezt megforgatjuk először a hosszabb, majd a rövidebb oldala körül. Az így keletkező hengerek felszínének aránya 3:5. Határozzuk meg a téglalap oldalainak arányát!

169. Vegyünk fel egy téglalapot a és b oldalakkal. Ezt megforgatjuk először a hosszabb, majd a rövidebb oldalakat felező szimmetriatengely körül. Az így keletkezett hengerek térfogatának aránya 4:3. Határozzuk meg a téglalap oldalainak arányát!

170. Egy forgáshenger sugara háromszorosa a magasságnak. Hányszorosa a henger felszíne a palást területének?

171. Egy forgáshengert a szimmetriatengelyt tartalmazó síkkal elmetsettünk. A metszet egy 14 cm oldalú négyzet. Határozzuk meg a henger felszínét és térfogatát!

172. Egy 6 dm átmérőjű henger alakú farönkből a lehető legnagyobb térfogatú négyzet alapú hasábot kell kivágni. Hány százalékat kell lefaragni a farönknek, ha hossza a) 1 m; b) 3 m; c) 5 m?

173. Egy 20 cm magas, henger alakú farönkből kifaragott legnagyobb térfogatú négyzet alapú hasáb egy kocka. Mekkora a farönk alapkörének sugara, felszíne és térfogata?

174. Egyenes körhenger palástja kiterítve egy 26 cm oldalú négyzet. Mekkora a henger térfogata?

175. Egy 6 cm sugarú, 10 cm magasságú vashengerből a lehető legnagyobb térfogatú szabályos hatszög alakú hasábot esztergálják ki. Mekkora a hasáb felszíne? Hány százaléka a hasáb térfogata a henger térfogatának?

II. Gondolkodást fejlesztő feladatok és algebra

Gondolkodást fejlesztő feladatok

1. Elképzelhető-e olyan 11 fős focicsapat, amelyben három olyan játékos van, akiknek még két testvére, négy olyan játékos van, akiknek még egy testvére játszik a csapatban, és négyen vannak olyanok, akiknek nincs testvérük a csapatban?

2. a) Húsz szál gyufa van két halomban. Az első halomban lévő gyufák harmadészét áttesszük a másodikba. Így mindkét halomban ugyanannyi gyufa van. Mennyi volt először egy-egy halomban?



b) Harminc szál gyufa van három halomban. Az első halomban lévő gyufák harmadrészét áttesszük a másodikba. Ezután a második halomban lévő gyufák harmadrészét áttesszük a harmadikba. Így minden halomban egyenlő számú gyufa van. Mennyi volt először egy-egy halomban?



c) Negyven szál gyufa van négy halomban. Az első halomban lévő gyufák harmadészét áttesszük a másodikba. Ezután a második halomban lévő gyufák harmadrészét áttesszük a harmadikba, végül a harmadik halomban lévő gyufák harmadrészét áttesszük a negyedikbe. Így minden halomban egyenlő számú gyufa van. Mennyi volt először egy-egy halomban?

3. a) Egy embercsoportra igazak a következők:

Nincs a csoportban két ember, akinek pontosan ugyanannyi hajszála van.

Senkinek sincs pontosan három hajszála.

Több ember van, mint ahány hajszála bárkinek is.

Kérdés: legfeljebb hány ember van ebben a csoportban?

b) Egy másik embercsoportra igazak a következők:

Nincs a csoportban két ember, akinek pontosan ugyanannyi hajszála van.

Senkinek sincs pontosan négy hajszála.

Több ember van, mint ahány hajszála bárkinek is.

Kérdés: legfeljebb hány ember van ebben a csoportban?

c) Egy harmadik embercsoportra igazak a következők:

Nincs a csoportban két ember, akinek pontosan ugyanannyi hajszála van.

Senkinek sincs pontosan 518 hajszála.

Több ember van, mint ahány hajszála bárkinek is.

Kérdés: legfeljebb hány ember van ebben a csoportban?

4. Van két üres edényünk, az egyik 3 literes, a másik 5 literes. Egy vízcsap mellett az a feladatunk, hogy az 5 literes edényben pontosan 4 liter víz legyen. Lépésnek számít az, ha a) megtöltünk egy edényt, b) átöntünk valamennyit, c) kiöntünk a lefolyóba valamennyit.

Törekedjünk arra, hogy A) minél kevesebb lépéssel elérjük a célt, B) minél gazdaságosabban dolgozzunk, azaz minél kevesebb vizet öntsünk a lefolyóba az edényekből.

5. Hány olyan a) kétjegyű, b) háromjegyű, c) négyjegyű szám van, amelyben pontosan egy db 5-ös szerepel?

6. a) Hét papírlapunk van, közülük valamelyiket három részre vágjuk, majd ezt megismételjük valamelyik papírdarabbal. Lehetséges-e, hogy így egy idő után éppen 2021 db papírunk lesz?

b) a) Hét papírlapunk van, közülük valamelyiket négy részre vágjuk, majd ezt megismételjük valamelyik papírdarabbal. Lehetséges-e, hogy így egy idő után éppen 2021 db papírunk lesz?

c) Hét papírlapunk van, közülük néhányat hét részre vágunk, majd ezt megismételjük valamelyik papírdarabbal. Lehetséges-e, hogy így egy idő után éppen 2021 db papírunk lesz?

7. Egy autó kilométer számlálóján egy érdekes szám jelent meg: 15951. (A számjegyek szimmetrikusan helyezkednek el.) Pontosan két óra múlva ismét szimmetrikus számot mutatott a kilométeróra. Mekkora sebességgel tehette meg az autó a két órás utat?

8. A szobában hokedlik és székek vannak. A hokedliknek 3, a székeknek 4 lábuk van. Minden széken és minden hokedlin ül valaki, így összesen 39 láb van a szobában, Hány hokedli és hány szék van?

9. Mi az utolsó számjegye a 2^{2024} számnak?

Egyszerűsítsünk a feladaton: a 2024 helyett oldjuk meg a feladatot kisebb számokkal (akár egyjegyű számokkal), tegyünk megfigyeléseket, majd jussunk el az eredeti feladat megoldásához.

10. Egy falu postásairól két állítást hallottam: a) Minden munkanap van olyan postás, aki kivisz a rendeltetési helyére egy legalább kétkilós csomagot. b) Van olyan postás, aki minden munkanap kivisz a rendeltetési helyére egy legalább kétkilós csomagot. Utóbb kiderült, hogy e két állítás közül az egyik igaz, a másik hamis. Melyik az igaz állítás?

11. Képzeljük el a Földet szabályos, gömb alakú szilárd égitestnek. Az a dolgunk, hogy az egyenlítőre, amelynek a hosszát vegyük pontosan 40 000 km-nek, egy drótot rátekerjünk. A végén kiderül, hogy egy méter feleslegünk van, ennyivel hosszabb a drót az egyenlítőnél. Elhatározzuk, hogy ezt a felesleget arra használjuk, hogy a drót ne szorosan a földfelszínen vezessen, hanem valamivel magasabban, mégpedig mindenütt ugyanolyan magasságban. (Alátámasztásról végig gondoskodni kell.) Mekkora magasságban lesz a drót az egyenlítő felett?

12. Kötélhúzás. Árpi, Balázs, Nándi és Vili kötelet húznak. Balázs győzött, amikor Árpi és Nándi együtt voltak, Balázs pedig egyedül. Amikor Balázs és Árpi voltak az egyik oldalon, Nándi és Vili pedig a másikon, akkor döntetlen eredmény született. Ezután azonban Nándi és Árpi helyet cserélt, így Vili és Árpi gyorsan győzött. Ki a legerősebb, ki a második, harmadik és a leggyengébb?

ű



13. Hogyan lehet a 31-et felírni 5 db hármassal és műveleti jelekkel? Zárójel és törtvonal is használható.

14. Milyen számjegyre végződik az $1! + 2! + 3! + \dots + 10!$ összeg?

15. a) Mi lehet az utolsó jegye egy pozitív egész szám négyzetének? b) Tekintsünk hét különböző négyzetszámot. Lássuk be, hogy biztosan van-e közöttük kettő, amelyek ugyanarra a számjegyre végződnek? c) Mutassuk meg, hogy hét négyzetszám között biztosan van kettő, amelyek különbsége osztható 10-zel.

16. Egy ékszerárus hétfőn eladta drágaköveinek felét és még 4 darabot, kedden a maradék felét és még kettőt, szerdán ötöt, csütörtökön pedig kettő híján a maradék felét. Így 8 drágakő maradt. Hány volt hétfőn reggel?

17. Igaz-e, hogy minden társaságban található két olyan ember, akiknek pontosan ugyanannyi ismerőse van a jelenlevők között? (Feltételezzük, hogy az ismeretségek kölcsönösök, azaz, ha A ismeri B-t, akkor B is ismeri A-t.)

18. Van-e olyan 3-hatvány, amely osztható 7-tel?

19. Egy táncestélyen húszan vettek részt. Olivia hét férfivel táncolt, Hannus nyolccal, Kamillus kilenccel, és így tovább, egészen Emmáig, aki minden férfivel táncolt. Hány férfi volt az estélyen?
20. Egy iroda új igazgatót kapott. Működését azzal kezdte, hogy az alkalmazottainak a számát megduplázta. A következő hónapban felvett további 7 dolgozót. Ezután túl soknak találta beosztottjainak a számát és elbocsátotta a dolgozók 40%-át. Kisvártatva kiderült, hogy akadózik a munka, nosza felvett gyorsan 15 embert. A takarékosági intézkedések hatására azonban kénytelen volt a dolgozók egyharmadát elbocsátani. Így végül 24-en maradtak. Hányan dolgozták az irodán az új igazgató megérkezése előtt?
21. Véget ért az öt lány – Flóra, Johanna, Eliza, Verus, Liziánus – körmérkőzéses pingpongversenye. Szüleik azonban – mivel nem utaztak le a nagy vetélkedő színhelyére – kiérdemelték gyermekeik jogos haragját. Ezért a lányok megállapodtak abban, hogy mindegyikük csak féligazságot ír majd haza sms-ben, azaz egy igaz és egy hamis állítást. Így büntetik meg méltón a nemtörődöm szülőket. Ezeket írták a versenyekről:

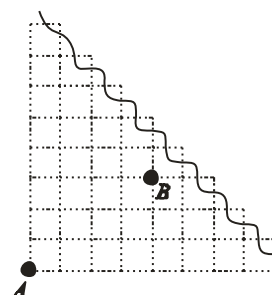
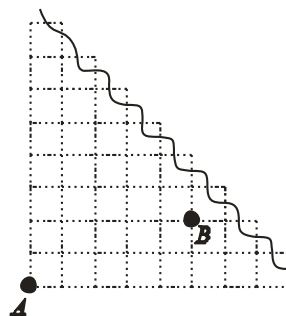


- Flóra: Verus a versenyen második lett. Sajnos én csak a harmadik lettem.
 Johanna: Örömmel írom, hogy első lettem. Eliza pedig a második.
 Verus: Második lettem, Liziánus lecsúszott a negyedik helyre.
 Liziánus: A negyedik helyen kötöttem ki. De jó Flórának, ő lett az első.
 Eliza: Harmadik lettem, szegény Johannának csak az utolsó hely jutott.

Ki hányadik lett valójában?

22. Egyedül bolyongott egy vadász. Minden elesége elfogyott, ekkor azonban szerencséjére találkozott két pásztorral. Az egyiknél 3, a másiknál 5 cipó volt. A vadász kérésére beleegyeztek, hogy a 8 cipót egyenlően osztják el hármuk között. A vadász megköszönte az eleséget és 8 piasztért fizetett érte. Hogyan tudnak igazságosan megosztani a pásztorok a kapott pénzen?
23. Játék. A játék kezdete előtt bizonyos mennyiségű gyufaszál van egy dobozban. Ketten felváltva vesznek a dobozból. Tetszés szerinti mennyiséget vehetnek ki, de legfeljebb a dobozban levő gyufák felét. Az veszít, aki az utolsót húzza. Hogyan lehet nyerni? A kezdő vagy a második tud-e nyerni?
24. Egy nyári üdülés során hétszer esett az eső délelőtt vagy délután. (Nem tudjuk, hogy a hétből hányszor esett délelőtt és hányszor délután.) Ha délután esett, akkor délelőtt nem esett. Összesen 5 esőtlen délután és 6 esőtlen délelőtt volt. Hány napig tartott az üdülés?
25. Egy kocka alakú szoba egyik sarkában ül egy pók, a tőle legtávolabbi sarokban pedig egy beteg légy. A pók meg akarja fogni a legyet, minthogy azonban repülni nem tud, a falakon mászva kénytelen eljutni hozzá. Melyik a legrövidebb út számára, hogy eljusson a beteg légyig?

26. Egy osztály tanulójának az ötnyelvű kékszeme. A gyerekek 25%-a szemüveges, 50%-a viszont kékszeme, de nem szemüveges. A tanulók hányadrésze nem kékszeme és nem visel szemüveget sem?
27. Hány ötjegyű szám van? Közülük hányban nincs 9-es számjegy és hányban van?
28. Rajzolj térképet, amin hét város van, s a városok között utak haladnak! Az egyes városokból induló utak száma a) 1, 1, 2, 3, 3, 4, 4, b) 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, c) 1, 1, 2, 2, 2, 6, 6 legyen! (Egy út két város között vezet.)
29. Egy középkori krónikában a főurak társadalmi szokásairól különféle dolgokat olvashatunk. Íme néhány idézet:
- | | |
|-------------------------------------|------------------------------|
| A: Minden főpap herceg. | G: Aki herceg, az nem főpap. |
| B: Minden herceg főpap. | H: Aki főpap, az nem herceg. |
| C: Csak az lehet főpap, aki herceg. | I: Aki nem főpap, az herceg. |
| D: Csak az lehet herceg, aki főpap. | J: Aki nem herceg, az főpap. |
| E: Aki nem főpap, az nem herceg. | |
| F: Aki nem herceg, az nem főpap. | |
- Állapítsuk meg, melyek azok az állítások, amelyek ugyanazt mondják, vagyis egyenértékűek.
30. Egy dobozban piros, kék és zöld színű golyók vannak. A dobozból legalább öt golyót kell kivenni, hogy biztosan legyen a kivett golyók között piros színű, és legalább tízet, hogy a kivettek között biztosan legyen piros is és kék is. Hány piros és hány kék golyó van a dobozban?
31. Hányféleképpen juthatunk el az alábbi ábrán az A pontból B-be, ha egy lépésben jobbra vagy felfelé mozdulhatunk el egy rácsponttal arrébb?
32. Kicsit arrébb tesszük a pontot. Most hányféleképpen juthatunk el az alábbi ábrán az A pontból B-be, ha egy lépésben jobbra vagy felfelé mozdulhatunk el egy rácsponttal arrébb?
33. Mekkora osztálylétszám esetén lehetünk biztosak abban, hogy található az osztályban négy gyerek, akiknek ugyanarra a hónapra esik a születésnapjuk?
34. Hat gyerek indult az iskolai szavalóversenyen. Hányféleképpen oszthatunk ki közöttük egy arany- egy ezüstérmét és egy bronzérmét?
35. Határozd meg az alábbi összeg (határ)értékét! $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$
36. Egy összejövetelen 21 gyerek vett részt. Tudjuk, hogy mindegyiknek legalább egy osztálytársa jelen volt az összejövetelen. Mindegyiktől sorban megkérdeztem, hogy hány osztálytársa van a jelenlevők között. Elárulom az első 13 választ: 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4. Állapítsuk meg a hiányzó nyolc választ.
37. Egy szigeten járunk, ahol igazmondók és hazudósok élnek. Az igazmondók mindig igazat mondanak, a hazudósok mindig hazudnak. Egy fa árnyékában két bennszülött pihent. Megkérdeztük az egyiket: „Ön igazmondó vagy hazudós?” Motyogva válaszolt, válaszát nem értettük, így megkérdeztük a másikat, hogy mit válaszolt a társa. Ő ezt felelte: „Azt mondta, hogy hazudós.” Mi lehet a két bennszülött?



38. Tegyé ki zárójeleket úgy, hogy az eredmény 0 legyen.

$$+2 \cdot 2 - 2 : 2 + 2 \cdot 2 - 2 : 2 - 2$$

39. Két kupac kavics van az asztalon, mindkettőben 5-5 kavics. Ketten játszanak. Egy játékos egy lépésben kiválaszt egy kupacot, onnan annyi kavicsot vehet el, amennyit akar. (Legalább egyet el kell vennie.) Az nyer, aki az utolsó kavics(ka)t elveszi. Kinek van nyerő stratégiája?



40. A nyolcadikosok fociszekkőrében az összes résztvevő hetede lány. A jó hangulatú edzések eredményeként még tizenhárman jöttek a játszani. Ennek eredményeként több lett a lány, de arányuk csökkent. Mennyivel nőtt a fiúk száma a keretben?

41. Egy négyszögről négy férfi tett egy-egy kijelentést. Ezeket mondták:

Ábel: Ez a négyszög egy paralelogramma.

Lóránd: Én úgy látom, hogy ez egy négyzet.

Bence: Szerintem kétségtelenül egy deltoidról van szó.

Kolos: Valójában egy trapézról beszélünk.

Utólag kiderült, hogy három gyerek állítása igaz, egyiküké pedig hamis volt. Milyen négyszögről beszélgettek?

42. Egy kétkarú mérlegen 1-től 40-ig minden egész grammot szeretnénk mérni. Legkevesebb hány darabos súlykészletre van ehhez szükségünk? Mekkora az egyes súlyok?

43. Legfeljebb hány részre oszthatja a síkot két egyenes? Három? Négy?

44. Bontsd fel az ezret három szám összegére úgy, hogy ha az elsőből 4-et kivonunk, a másodikhoz 4-et hozzáadunk, a harmadikat 3-mal elosztjuk, a kapott számok aránya 2:3:5 legyen!

45. Számkártyákból kiraktuk a következőt: $5002 - 103 = 4002$, ami nyilván nem igaz. Melyik számkártyát tegyük más helyre, és hova, hogy az egyenlőség igaz legyen?

46. Az év melyik napjára igaz, hogy az év első napjától számított sorszáma megegyezik a hónap és a nap sorszáma szorzatával?

47. Olivér gondolt egy számot. Levont belőle 22-t, és az eredményt leírta egy lapra, amit átadott Levinek. Levi elosztotta a lapon lévő számot hárommal, és az eredményt leírta egy új lapra, amit odaadott Bálintnak. Bálint hozzáadott a lapon lévő számhoz 15-öt, és az eredményt leírta egy újabb lapra, amit átadott Bozsónak. Bozsó a kapott számot megszorozta kettővel, és éppen 100-at kapott eredményül. a) Bálint melyik számot írta a lapra? b) Levi melyik számot írta a lapra? c) Melyik számra gondolt Olivér?

48. Emil, János, Károly és Rudolf futballoztak az udvaron, és betörték egy ablakot. Az eset kivizsgálásakor a következőket mondták:

Emil: Az ablakot Károly vagy Rudolf törte be.

János: Rudolf volt.

Károly: Nem én tettem.

Rudolf: Én sem.

Tanáruk, aki jól ismerte a fiúkat, így szólt: Hárman közülük mindig igazat mondanak. Ki törte be az ablakot?

49. Kati, Ili, Géza és Robi osztálytársak. Különböző osztályzatuk volt félévkor matekból, egyik sem bukott meg. Kinek mi volt az osztályzata, ha ezekre vonatkozóan mindegyik állítás egyik része igaz, a másik hamis? a) Robi osztályzata jeles, Gézáé jó.

b) Robi osztályzata jó, Gézáé elégséges.

c) Kati osztályzata jó, Ilié elégséges.

50. Egy nyelviskola 40 tanulója négy nyelvet tanulhat: angolt, németet, franciát és olaszt. A tanulók 85 %-a angolul, 80 %-a németül, 75 %-a franciául, 70 %-a olaszul tanul. Legalább hány tanuló tanulja mind a négy nyelvet?

51. Három tanár. Egy iskolában a biológia, földrajz, angol, francia, történelem és matematika tárgyakat három tanár tanítja: Magyar, Lantos és Tatár. Mindegyikük két tárgyat tanít.

A földrajz- és a franciatanár szomszédok.

Magyar a legfiatalabb közülük.

Mindhárman – Tatár, a biológiatanár és a franciatanár – ugyanazon az úton járnak munkába.

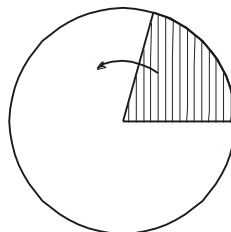
A biológiatanár idősebb a matektanárnál.

Szabad idejében az angoltanár, a matektanár és Magyar szívesen kártyáznak, ha találhatnak egy negyedik játékost.

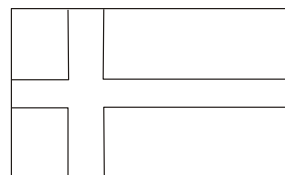
Ki milyen szakos tanár?

52. Egy vacsora végén mindenki mindenkivel kezét fogott. Ekkor érkezett meg az egyik vendég barátja, hogy együtt menjenek majd el moziba, és kezét fogott azokkal, akiket ismert. Így összesen 68 kézfogás történt. A vacsora résztvevői közül hányan ismerték ezt az embert?

53. Az ábrán látható 75° -os körcikket elforgatjuk 75° -kal az óra járásával ellenkező forgásirányban. A kapott körcikket újból elforgatjuk 75° -kal, stb. Hányszor kell a forgatást elvégezni, hogy visszajussunk az eredeti körcikkhez?



54. A finnek nemzeti zászlója: fehér téglalap alapon fekvő kék kereszt (lásd az ábrát!). A kék kereszt hosszabbik sávjának a területe 8800 cm^2 , a rövidebbik sáv területe pedig 5400 cm^2 . Mekkora a zászló területe, ha a kék kereszt 12600 cm^2 területű?



55. Hét gazfickó a sötét erdő mélyén megbúvó kunyhóban sajátos módon osztzkodott a rabolt aranyakon. Körbe ültek és egyikőjük megsámolta a zsákmányolt aranytallérokat. Nosza, el is vett magának annyit, amennyi a tallérok száma számjegyeinek összege. Erre biz' a jobboldali szomszédja is nekiállt megsámolni a maradék aranyakat és ő is épp annyit tett el magának, mint az aranytallérok száma számjegyeinek összege. Így ment ez sorban, két körön át, mígnem elfogyott az utolsó aranytallér is. Csudálkoztak is fenemód, ugyanis egyformán jutott az aranyból mindegyik gonosznak, csupán csak hírhedett vezérük Pángó Sándor lett náluknál gazdagabb.

a) Mennyi aranyat raboltak összesen?

b) Hányadiknak vett az aranyból a leggazabb gazfickó, a legbetyárabb betyár, az ezerszer átkozott, már tízszer elfogott és tízszer meglógott labancnyúzó, kurucverő rablóvezér, Pángó Sándor?

56. Egy hosszú, vékony, vízszintes pálcán egy bolha ugrál. Minden ugrása véletlenszerűen balra vagy jobbra történik. Ugrásai 10 cm hosszúak. Hányféle módon juthat el 10 ugrással a kiindulási helyről 60 cm távolságra?

57. Egy alakzat forgásszimmetrikus az O pont körüli 1 fokos elforgatásra. Szimmetrikus-e az O pont körüli 19 fokos elforgatásra is? Egy alakzat forgásszimmetrikus az O pont körüli 19 fokos elforgatásra. Szimmetrikus-e az O pont körüli 1 fokos elforgatásra is?

58. Két matematikus, István és Ágnes évek óta nem látták egymást. Amikor találkoznak, István boldogan újságolja, hogy már három gyermeke van. Ezután a következő párbeszéd zajlik közöttük.

Ágnes: Hány évesek a gyerekeid?

István: Az életkoruk szorzata 36.

Ágnes: Ebből még nem tudom, hány évesek.

István: Az életkoruk összege megegyezik a házszámoddal.

Ágnes: Még mindig nem tudom.

István: A legidősebbnek van egy anyajegy a bal hüvelykujján.

Ágnes: Most már tudom, melyik hány éves!

59. Hány olyan háromjegyű pozitív egész szám van, amelyben a számjegyek összege páros, és a háromjegyűnél eggyel nagyobb szám számjegyeinek az összege is páros?

60. Egy összejövetelen 21 gyerek vett részt. Tudjuk, hogy mindegyiknek legalább egy osztálytársa jelen volt az összejövetelen. Mindegyiktől sorban megkérdeztem, hogy hány osztálytársa van a jelenlevők között. Elárulom az első 13 választ: 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4. Állapítsuk meg a hiányzó nyolc választ.

61. Van egy város, amelyben mindenki őszinte vagy becsapós, örült vagy normális. Az őszinték azt mondják, amit gondolnak, a becsapósok az ellenkezőjét mondják annak, amit gondolnak. A normálisak az igazat gondolják, az örültek az igazság ellenkezőjét gondolják. Ketten, akik ebben a városban laknak, a következőket mondták:

Andi: kétszer kettő négy.

Bandi: Ez nem igaz.

Andi: Te örült vagy.

Bandi: Ez nem igaz.

Állapítsuk meg, hogy Bandi őszinte-e vagy becsapós, valamint hogy normális-e vagy örült.

62. A 999-nek létezik egy olyan kéttagú felbontása ($999=234+765$), amely azzal az érdekes tulajdonsággal rendelkezik, hogy ha a felbontásban szereplő számokat egymás mellé írjuk, akkor a kapott hatjegyű szám (234 765) osztható lesz 999-cel. Keressük meg a 999-nek az összes ilyen tulajdonságú, két darab háromjegyű számra történő felbontását.

63. Egy 5x5-ös sakktábla bal felső sarkából a jobb alsó sarkába akarunk eljutni egy olyan bábuval, amely csak jobbra és lefelé lépegethet (átlósan nem) egyet-egyet. A sakktáblán ki akarunk jelölni egy tiltott mezőt, amelyre a bábu nem léphet. Melyik mező legyen ez, hogy a lehető legkevesebb módon (úton) juthassunk el a bal felső sarokból a jobb alsó sarokba, de eljuthassunk?

64. Egy 100 cm hosszú kötélből különböző téglalapokat tudunk kialakítani. Mindegyiknek a kerülete 100 cm. Ezek közül van, amelyik nagyobb, van, amelyiknek kisebb a területe. Ábrázold minél pontosabban azt a függvényt, amelyben az x tengelyen a téglalap egyik kiszemelt oldalának hosszát vesszük, az y tengelyen pedig a területét. Mi ennek a függvénynek a hozzárendelési szabálya? Mit lehet a grafikonról leolvasni?

Algebrai kifejezések szorzása és összevonása

65. Összeg vagy szorzat?

$$\begin{array}{ccccccc} 2a + 3b & 6nv & (x+1)(x+2) & (a+b)^2 & \frac{1}{3}xy & x(2-y) - x & 6a + bc \\ 5ab + 7ab & x + 2y & ab - cd & (2x-a)(2x+a) & a^2 - b^2 & & \end{array}$$

Vond össze az egynemű tagokat, hozd a legegyszerűbb alakra:

66. $5x + 3 - 2x - 5$ $2a - b + 1 - 11a + 3$ $-9a + 7bc - 18b - 21a - 9bc + 3b$
 $a + (2a - b)$ $a - (2a - b)$ $e \cdot f - (e \cdot f - 3)$ $5a + b - (3a + 2a + b)$

67. $(a+b) \cdot c$ $(a-b) \cdot d$ $(3c-2d) \cdot x$ $(-5x+4y) \cdot 2x$ $5a \cdot (6a+3b)$
 $3b \cdot (-2a+4b)$ $-6x \cdot (5y-2x)$ $8k \cdot (k+l)$

68. $(2a-5b+6c)(-3)$ $2 \cdot (3a^2-4a-8)$ $(4x^3+7x^2-x)(-5)$ $(k-l+p)\left(-\frac{1}{2}\right)$
 $3a + (2b-c) - (2a+3c-b)$ $2x + 5y - (y-3x+2) + (x-8)$

69. $3a - 8b + (11a + 4) - (5b - a + 3)$ $9 + 3e - 5f - (e + f - 1) + (7 - 4e)$

70. $(2x^2-5x+3)(-4x)$ $(x^2-x+1) \cdot 2x$ $(4a^2-6a+8)\left(-\frac{1}{2}a\right)$
 $(3x^2-9x+12)\left(-\frac{1}{3}x\right)$

71. $a(a+b)-b(a-b)$ $3(x+y)+5(x-y)$ $2(a-2b)+3(a-2b)$ $7(2k-3l)+3(k+l)$

72. $6(3p+4q)-8(5p-q)+(p-q)$ $2(x+y)+4(x-y)-(x+y)-(x-7y)$

73. $-3(a-b)-2(a+b)-5(3a-2b)+5(a-2b)$ $4(x-y+z)-2(x+y-z)-3(-x-y-z)$

74. $2a^2 - a(2a-5b) - b(2a-b)$ $6p^2 - 5p(2q-p) + 4p\left(-3p - 2\frac{1}{2}q\right)$

75. $(a+b)(c-d)$ $(a-b)(c-d)$ $(p+q)(p+r)$ $(a+b)(a+2)$ $(x+2)(x+3)$ $(a+1)(a-2)$

76. $(2x+1)(x+4)$ $(2a+3)(5a-4)$ $(3k-2)(2k-1)$ $(5p-3q)(4p-q)$

77. $(2a+3b)(2a-5b)$ $(3a+2b)(a-b)$ $(2a+b)^2$ $(2x-y)^2$

78. $(5b-4c)(3b-2c)$ $(b-3c)(8b+5c)$ $(6a^2+5b^2)(2a^2-4b^2)$
 $(2a+b)(2a+b)$

79. $(a-2)(a+3)+(a+2)(a-3)$ $(x-1)(x+2)+(x+1)(x-2)$

80. $(x+1)(x+2)+(x+3)(x+4)$ $(a-1)(a-2)+(a-3)(a-4)$

81. $(a-3)(a+4)-(a+3)(a-4)$ $(x-2)(x+3)-(x+2)(x-3)$

82. $(y-1)(y-2)-(y-3)(y-4)$ $2a^2 + 3a - (a + 5) - (1 - 3a^2)$
83. $y^3 - 6y + (2y^3 + 3y - 4)$ $3x^2 - y^2 - (x^2 - xy - y^2) + (5y^2 - 5xy)$
84. $(3p + 6) \cdot (p - 2)$ $(-3p + 1) \cdot (2 + 4p)$ $(5a - 7b) \cdot (9a - 2b)$
85. $(g - 5h) \cdot (2g + 3h)$ $(3x + 2)(1 - x) - (x - 4)^2$
86. $5a - 3ab + 2ba - 5a + ab$ $4xy - 3x + 5xy - 7y + 10x + y$
87. $\frac{5}{12} + \frac{a}{4} + \frac{2}{3} + \frac{2a}{3} + \frac{4}{3}$
88. $(a-1) \cdot 5$ $(a-1)(a+1)$ $(2x-3)(2x+3)$ $(-a+2)(2-a)$
89. $(3x + 2) \cdot 2x$ $-3a(5b - 2)$ $(-4) \cdot \frac{5y}{2} \cdot 3y$ $3s^2 \cdot (-2s) \cdot \frac{5s}{6}$

Egyenletek

90. $2x - (x + 8) = 18$ $2x - (x - 8) = 18$ $2x - (x - 3) = 5x + 7$
91. $13x - (8x + 1) + (2x - 19) = 22$ $\frac{7x}{6} = 25 - 3x$ $\frac{x}{2} + 1 = x - 4$
92. $\frac{x}{2} + \frac{2x}{3} = 35$ $\frac{3x-5}{4} - (x - 2) = 2$ $2 - \frac{x-1}{2} = 2x$ $3 - \frac{x+2}{2} = 5 - x$
93. $2x + \frac{3-x}{4} = \frac{15}{4}$ $\frac{5x}{4} - \frac{3-3x}{4} = \frac{1}{2}$ $\frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{6} = 2$
94. $\frac{4x+2}{7} - 18 = 5x$ $\frac{1}{10}(90x - 100) = 19x$
95. $(5x + 3) - (2x - 4) = (x - 2) - (x + 3)$ $(4 - 2x) - (5 - 3x) = (x - 1) - (x - 8)$
96. $8x - (2x - 9) = 4x - (8 + 4x)$ $(3x + 1) + (5x + 8) - (x - 4) = 48.$
97. $55 = 20 + (x - 11)$ $3x - (2x - 5) = 15$ $20 = 26 - (x - 4)$ $55 = 70 - (x - 6)$
98. $3 \cdot (x + 5) = 18 - (9 - x) \cdot 2$ $(x - 6) + (6 - x) + 9 = -(16 - x) + 30 - 5 \cdot (x + 1)$
99. $(4x - 4) - (3x - 3) = 1$ $(x - 1) + (x - 2) - (x - 3) = -4$ $8x - 3(x + 4) = 3x - 26$
100. $-3(8 - 7x) + 6 = 4 - 4(2x - 9)$ $x - 7 + 6(2x - 8) = 9 - 2(5 - 4x) + x$
101. $(0,4x - 2) - (1,5x + 1) - (-4x - 0,8) = 3,6$
102. $8(x + 2) + 3(x + 5) = x + 121$ $x + 15 = 2 \cdot (x + 10) - (x + 5)$
103. $2(x + 4) + x - 10 = 5(x + 4) - 2(x + 6)$

$$\begin{array}{ll}
 104. & 3(2x-1)-5(x-3)+6(3x-4)=83 \qquad 4(x+2)-7(x-1)+9(3x-4)=30 \\
 105. & 5(x-3)+2(2x+5)-3(3x+6)=42 \qquad 3(2x+6)-2(x-3)-(4x+8)=16 \\
 106. & 8(7-4y)-7(4y+1)-5(8y-1)=19 \qquad 7(8x-3)+6(5-2x)-11(4x+6)=-57
 \end{array}$$

107. Valamely egyenlő szárú háromszög szára 8 cm-rel hosszabb az alapjánál. Kerülete 31 cm. Milyen hosszú az alapja?

108. Egy 48 cm területű egyenlő szárú háromszög alapja 3 cm-rel hosszabb az egyik száránál. Mekkora az oldalai?

109. Egy háromszögben a leghosszabb oldal 5 cm-rel nagyobb, mint a másik két oldal összege. A két rövidebb oldal közül a kisebbik 10 cm-rel rövidebb, mint a nagyobbik. A háromszög kerülete 31 cm. Mekkora az oldalak?

110. Egy téglalap hosszúsága háromszorosa a szélességének. Kerülete 130 cm. Mekkora a területe?

111. Ha egy négyzet egyik oldalát 1,2 m-rel, a másikat pedig 1,5 m-rel megrövidítjük, a kapott téglalap területe $14,4 \text{ m}^2$ -rel lesz kisebb a négyzet területénél. Mekkora a négyzet oldala?

112. Ha egy téglalap hosszúságát 4 cm-rel megrövidítjük, szélességét pedig 7 cm-rel meghosszabbítjuk, olyan négyzetet kapunk, amelynek területe 100 cm^2 -rel nagyobb a téglalap területénél. Mekkora a négyzet oldala?

113. A természetes számsorban két egymás után következő szám szorzata 38-cal kevesebb, mint az utánuk következő két szám szorzata. Melyek ezek a számok?

114. Egy téglalap hosszúsága kétszer akkora, mint a szélessége. Ha szélességét 5 m-rel, hosszúságát pedig 4 m-rel növeljük, akkor területe 111 m^2 -rel növekszik. Mekkora a téglalap hosszúsága és szélessége?

$$115. \quad 2x(x+1)-x(2x-1)=x-7 \qquad (x-4)(x+3)-(1-x)(2-x)=-1$$

$$116. \quad 3(x+2)(2x+1)-2x(3x-1)=4(4x+1)$$

$$117. \quad 1-\frac{2n-5}{6}=\frac{3-n}{4} \qquad \frac{3y+12}{4}=2-\frac{5y-7}{3} \qquad \frac{x+17}{5}-\frac{3x-7}{4}=-2$$

$$118. \quad x+2\frac{1}{2}=\frac{4x+3}{4}-\frac{2-3x}{8} \qquad \frac{x+3}{4} \cdot 5=6$$

$$119. \quad \frac{3x-2}{11}-\frac{x}{3}=\frac{3x-5}{7}-\frac{5x-3}{9} \qquad \frac{2(x-4)}{3}+\frac{3x+13}{8}=\frac{3(2x-3)}{5}-7$$

120. Igazoljuk, hogy ezek az egyenlőségek a benne szereplő betű minden értékére fennállnak.

$$(1+a)(1-a)(1+a^2)=1-a^4 \qquad 5a^2-3(a+1)(a-1)=2a^2+3$$

$$7(k^2-2)-4(k+3)(k-3)=3k^2+42 \qquad 10(x^2-15)-12(x-4)(x+4)=42-2x^2$$

121. Oldjuk meg a következő egyenleteket:

$$x(x+2)-(x+3)(x-3)=13 \qquad 3(x-1)-5(x+1)(x-1)+5(x+2)(x-2)-3x=6$$

122. $4x(x-1)-(2x+5)(2x-5)=1 \qquad 3(2x+1)(2x-1)-4(3x-2)(3x+2)+6x(4x+1)=31$

123. $x(3-x)+x^2+2=5$

124. $(2x+3)(x+1)+x+3=32 \qquad (x+3)(x+5)-x^2=31$

125. $x(x-3)+6=x^2-7x \qquad (x+3)(x-5)=0 \qquad x(x-1)=0$

Nevezetes azonosságok

126. Végezzük el a következő műveleteket:

$$\begin{array}{cccccc} (a+b)^2 & (p-q)^2 & (c-d)^2 & (2+a)^2 & (3-b)^2(x+5)^2 & (x+3)^2 \\ (a-4)^2 & (x+1)^2 & (x-1)^2 & (3a-b)^2 & (5x-2y)^2 & (6a-4b)^2 \quad (a^2-b)^2 \end{array}$$

127. $\frac{(2a+b)(2a-b)}{(2a+3)(2a-3)} \qquad \frac{(a+3b)(a-3b)}{(5x+3y)(5x-3y)} \qquad \frac{(5x-y)(5x+y)}{(2k-3l)(2k+3l)} \qquad \frac{(2a+3c)(2a-3c)}{(a^2-b)^2}$

128. Az $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ azonosság felhasználásával végezzük el:

$$\begin{array}{ccc} \left(\frac{2}{3}+1\right)\left(\frac{2}{3}-1\right) & \left(\frac{3}{4}-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{3}{4}+\frac{2}{3}\right) & \left(\frac{5}{6}-\frac{2}{3}\right)\left(\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\right) \\ \left(1\frac{2}{3}+2\frac{3}{4}\right)\left(2\frac{3}{4}-1\frac{2}{3}\right) & \left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}y\right)\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{2}y\right) & \left(\frac{2}{3}a+\frac{3}{4}b\right)\left(\frac{2}{3}a-\frac{3}{4}b\right) \\ \left(\frac{2}{5}a^2+\frac{3}{4}b^2\right)\left(\frac{2}{5}a^2-\frac{3}{4}b^2\right) & & \end{array}$$

129. Végezzük el az $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ azonosság felhasználásával az alábbi műveleteket:

Például: $21 \cdot 19 = (20+1)(20-1) = 400-1 = 399$

$$\begin{array}{cccccc} 31 \cdot 29 & 61 \cdot 59 & 72 \cdot 68 & 199 \cdot 201 & 2,1 \cdot 1,9 & 4,01 \cdot 3,99 \quad 15,2 \cdot 14,8 \\ 19,9 \cdot 20,1 & 56 \cdot 64 & 35^2 - 25^2 & 64^2 - 36^2 & 86^2 - 14^2 & \\ 37^2 - 23^2 & 328^2 - 172^2 & 5,6^2 - 3,4^2 & & & \end{array}$$

130. Végezzük el a következő műveleteket: $\frac{(2xy-1)(2xy+1)}{(5a^2-3b)(5a^2+3b)} \qquad \frac{(1+3ab)(1-3ab)}{(4k^2+6l)(4k^2-6l)}$

131. Végezzük el a négyzetre emeléseket:

$$\left(a-\frac{1}{2}\right)^2 \quad \left(b+\frac{1}{3}\right)^2 \quad \left(x-\frac{1}{5}\right)^2 \quad \left(\frac{x}{2}-\frac{y}{3}\right)^2 \quad \left(\frac{a}{4}+\frac{b}{3}\right)^2$$

132. Végezzük el a következő műveleteket:

$$(x+y)^2 - (x-y)^2 \quad (x+4)^2 + 4(x+1)^2 \quad 3(2-y)^2 + 4(y-5)^2 \quad 5(3-5a)^2 - 5(3a-7)(3a+7)$$

133. $(k+1)^2 + 3(k-1)^2 - 5(k+1)(k-1) \quad (a-1)^2 - 4(a+1)^2 - 6(a+1)(a-1)$

134. $-(3+x)^2 + 5(1-x)^2 - 3(1-x)(1+x) \quad -(2-a)^2 - 8(1-a)^2 + 5(1+a)(1-a)$

135. $(3a+1)^2 \quad (4k+3)^2 \quad (5b+3c)^2 \quad (x^2+4)^2 \quad (2x-5)^2 \quad (5p-q)^2$

136. $(3a+5)(3a-5) \quad (7-x)(7+x) \quad (p+q)^2 + (p-q)^2 \quad (3p+2q)^2 - (2p-3q)^2$

137. $(2a+1)(2a-1) \quad (2a+1)^2 - (a-3)^2$

138. Alakítsuk szorzattá:

$$\begin{array}{cccccc} a^2 - 25 & b^2 - 100 & 9a^2 - 25b^2 & 16c^2 - 64 & x^4 - 9 & x^2 + 6x + 9 \\ & a^2 + 10a + 25 & & & & \end{array}$$

139. Alakítsuk szorzattá:

$$y^2 - 8y + 16 \quad z^2 - 12z + 36 \quad 9a^2 + 12ab + 4b^2 \quad 100x^2 - 20xy + y^2$$

Műveletek algebrai törtekkel

Egyszerűsítsük a következő törteket:

140. $\frac{5a}{10ab} \quad \frac{2a+4}{2} \quad \frac{b(b+2)}{b^2} \quad \frac{8a+4a^2}{4a} \quad \frac{a+b}{6(a+b)} \quad \frac{a+b}{3a+3b} \quad \frac{5(a-1)}{7(a-1)}$

141. $\frac{8c-16}{5c-10} \quad \frac{10x-15}{16x-24} \quad \frac{(a+b)(a-b)}{a+b} \quad \frac{a^2-b^2}{a+b} \quad \frac{a^2-b^2}{a-b}$

142. $\frac{15a}{20b} \quad \frac{ab}{ac} \quad \frac{10mn}{15mp} \quad \frac{8ax}{15ay} \quad \frac{2a^2}{3ab} \quad \frac{24m^3}{16m^2n} \quad \frac{18ax^2}{27bxy}$

143. $\frac{a-b}{b-a} \quad \frac{a(x-a)}{b(a-x)} \quad \frac{5a(x-y)}{15a(y-x)} \quad \frac{3m(x-1)}{9m^2(1-x)} \quad \frac{8a^2b^3(x-5)}{12ab^4(5-x)}$

144. $\frac{5a-5b}{10a} \quad \frac{3x+3y}{6x} \quad \frac{7x-7y}{14a+14b} \quad \frac{6a+6b}{3a-3b} \quad \frac{2m+2a}{10m-10a}$

Végezzük el a következő összeadásokat és kivonásokat:

145. $\frac{2x}{3} - \frac{x}{3} + \frac{4x}{3} \quad \frac{3a}{5} - \frac{a}{5} + \frac{3}{5} \quad \frac{2x+1}{2} - \frac{3x}{2} \quad \frac{2x+1}{5} + \frac{4+3x}{5} \quad \frac{2x}{5} + \frac{x}{10}$

146. $\frac{5a}{2} - \frac{3a}{4} + 1 \quad \frac{2x}{3} + \frac{5x+1}{6} \quad x - \frac{x+1}{3} \quad \frac{2x+1}{3} - (x-1) \quad x - \frac{4x+6}{2}$

147. $\frac{2x+3}{4} - \frac{5-3x}{4} \quad \frac{3x}{2} - \frac{x-3}{2} \quad \frac{5a}{2} - \frac{3a}{4} + 1 \quad \frac{x}{3} - \frac{2x+7}{3}$

$$148. \quad \frac{5}{6} + \frac{3}{8} \quad \frac{15}{28} - \frac{13}{42} \quad \frac{a}{4} + \frac{b}{6} \quad \frac{x}{5} - \frac{y}{8} \quad \frac{x}{3} + \frac{2x}{10} + \frac{4x}{15} \quad \frac{2a}{15} - \frac{3a}{20} + \frac{a}{12}$$

$$149. \quad \frac{3x-2}{5} + \frac{5x-3}{3} \quad \frac{2a-3}{4} + \frac{5a+3}{3} \quad \frac{2m+5}{6} - \frac{m-1}{8} \quad \frac{4p+3q}{10} - \frac{2p-q}{15}$$

$$150. \quad \frac{a+3}{4} - \frac{a+1}{4} \quad \frac{3p-2q}{m} - \frac{p-q}{m} \quad \frac{x-1}{4} + \frac{x+2}{4} - \frac{x-3}{4} \quad \frac{2x+1}{b} + \frac{3x+1}{b} - \frac{x-2}{b}$$

Alakítsuk át úgy, hogy egyetlen tört legyen, az is a legegyszerűbb alakban:

$$151. \quad \frac{3}{a} + \frac{5}{b} \quad \frac{7}{x} - \frac{4}{y} \quad \frac{3}{a} - \frac{2}{ab} \quad \frac{x}{ab} + \frac{y}{ac}$$

$$152. \quad \frac{1}{6ab} + \frac{2}{5ab} \quad \frac{4}{27xy} - \frac{5}{18xy} \quad \frac{4a}{5b} - \frac{3a}{4b} \quad \frac{5a}{6x} - \frac{7a}{30x}$$

$$153. \quad \frac{x}{ab} + \frac{x}{ac} \quad \frac{m}{xy} - \frac{a}{xz} \quad \frac{2p}{ax} + \frac{3q}{bx} \quad \frac{5x}{ma} - \frac{3y}{mp}$$

$$154. \quad 3x + \frac{x-2}{2} - \frac{x-3}{3} \quad \frac{x+y}{4} - \frac{2x-3y}{3} + x \quad \frac{2x-5y}{2} - y - \frac{3x-y}{4}$$

$$155. \quad 2a - \frac{a-b}{5} - \frac{2a+b}{2}$$

$$156. \quad m + \frac{1}{n} \quad \frac{p}{q} - p \quad \frac{x^2+y}{x} - x \quad a + \frac{a-ab}{b}$$

$$157. \quad \frac{2a^2b-b}{a} - ab \quad a - \frac{b}{x} - \frac{a}{x^2} \quad \frac{6}{a-1} - \frac{2}{a} \quad \frac{1}{a+2} - \frac{3}{a}$$

$$158. \quad \frac{2x}{3y} : \frac{6x^2}{y^2} \quad 15b^2 : \frac{2b}{10a} \quad \left(-\frac{3x^2}{4y}\right) : \frac{6x}{4y^3} \quad 16a^2b : \left(-\frac{8b}{32a}\right)$$

$$159. \quad \frac{3a}{4b} : 6a \quad 6x^2y : \frac{2xy^3}{3x^2y}$$

Vegyes algebrai feladatok

160. A nevezetes azonosságok alkalmazásával írjuk át az alábbi kifejezéseket!

$$(a+1)^2 \quad (y-2)^2 \quad (2y-1)^2 \quad (x+2y)^2 \quad (x^2-1)^2 \quad (a^2+b^2)^2 \quad (5-a)^2$$

161. Pótoljuk a hiányzó tagokat úgy, hogy az alábbi egyenlőségek igazak legyenek.

$$(x+2)^2 = \quad + 4x + 4 \quad (x-3)^2 = x^2 - \quad + 9 \quad (2x-3y)^2 = 4x^2 - 12xy + \quad$$

162. Két szám négyzetének összege 125, ugyanazon két szám különbsége 5. Mennyi a két szám szorzata?

163. Két szám összege 7, szorzata 12. Mennyi a két szám négyzetének összege?

164. Oldjuk meg a következő egyenleteket!

$$(x+3)^2 - x^2 = 6 \quad (x-2)^2 = x^2 - 4 \quad (x+3)^2 - (x+2) = x^2$$

165. Mennyi a szám négyzetének 3-as maradéka, ha a szám 3-mal osztva maradékal

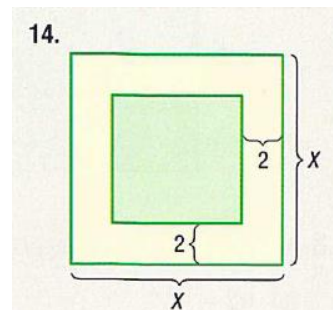
a) 0-t; b) 1-t; c) 2-t ad?

166. Vizsgáljuk meg, hogy milyen maradékot adnak a négyzetszámok négygyel osztva!

167. Egy négyzet minden oldalát 2 cm-rel megnöveljük. Ezáltal a területe 8 cm^2 -rel megnövekedett. Mekkora volt eredetileg a négyzet oldalának hossza?

168. Két szám különbsége 3, négyzeteik különbsége 15. Melyek ezek a számok?

169. Az ábrán látható négyzet alakú virágágyást 2 m széles út veszi körül. A virágágyás területe 64 m^2 -rel kisebb, mint a teljes terület. Mekkora a teljes terület nagysága?



170. Melyik az a szám, amelynél 3-mal nagyobb szám négyzete 36-tal nagyobb a szám négyzeténél?

171. Írjuk fel algebrai kifejezéssel:

a) az x -nél 2-vel nagyobb szám reciproka

b) az x reciprokának és a 2 reciprokának összege

c) az x -nél 1-gyel kisebb számnak és az x -nél 1-gyel nagyobb számnak a hányadosa

d) az x reciprokánál 1-gyel nagyobb szám reciproka.

172. A változók (a, x, y) mely értékeire nem értelmezhetők a következő algebrai kifejezések?

$$\frac{1}{x} \quad \frac{2}{x-4} \quad \frac{x-3}{x+2} \quad \frac{y}{2x-6} \quad \frac{a-1}{4-8a} \quad \frac{1}{|x|} \quad \frac{10}{(x-3)^2} \quad |x-9| \quad \frac{a+11}{3}$$

173. Végezzük el a lehetséges szorzattá alakításokat, majd egyszerűsítsük a törteteket!

$$\frac{2x+4}{4x+8} \quad \frac{3x-42y}{x-14y} \quad \frac{5x+10}{ax+2a} \quad \frac{x^2+2x}{x} \quad \frac{ax+bx}{2ax+2bx} \quad \frac{5x}{2x^2-2x} \quad \frac{10ax}{2ax^2-6a^2x} \quad \frac{(x-3)^2}{x^2-9}$$

174. Ezeket a törteteket bővítjük. Pótoljuk a hiányokat úgy, hogy az egyenlőség igaz legyen.

$$\frac{5x}{12xy} = \frac{\quad}{36x^2y} \quad \frac{a-1}{a+1} = \frac{a^2-a}{\quad} \quad \frac{\quad}{xz} = \frac{12x^2y}{4xyz}$$

175. Alakítsuk szorzattá a számlálót, a nevezőt vagy mindkettőt, majd egyszerűsítsük a törtet.

$$\frac{a^2-b^2}{a+b} \quad \frac{x-y}{x^2-y^2} \quad \frac{x+1}{x^2+2x+1} \quad \frac{x^2+4x+4}{x^2-4} \quad \frac{a^2-b^2}{a-b} \quad \frac{x-7}{x^2-14x+49} \quad \frac{(c-5)^2}{c^2-25}$$

176. Két szám reciprokának összege $\frac{5}{6}$, a számok összege 5. Mennyi a számok szorzata?

177. Oldjuk meg a következő egyenleteket!

$$2x(x+5)=0 \quad y(y-7)=0 \quad (x+3) \cdot (x-5)=0 \quad (y-6)(y+1)=0$$

178. Alakítsuk szorzattá az egyenletek bal oldalait, majd oldjuk meg az egyenleteket!

$$x^2+7x=0 \quad 2x^2+8x=0 \quad 3x^2+6x=0 \quad 25x^2+5x=0$$

179. Nevezetes azonosságok segítségével oldjuk meg a következő egyenleteket!

$$x^2-9=0 \quad 4-x^2=0 \quad x^2+4x+4=0 \quad x^2-6x+9=0$$

180. Oldjuk meg a következő egyenleteket!

$$(x-3)(x+2)(2x-1)=0 \quad (y-1) \cdot (y+2) \cdot y=0$$

181. Rendezzük a következő egyenleteket úgy, hogy az egyik oldalon 0 álljon, majd oldjuk meg az így kapott egyenleteket!

$$2x^2=-4x \quad x^2=2x^2+5x \quad x^2+1=2x \quad x^2+5=6$$

182. Mely számokra igaz, hogy ha a négyzetükhöz hozzáadjuk a tízszeresüket, akkor nullát kapunk eredményül?

183. Kaphatunk-e nullát eredményül, ha egy számot megszorozunk egy nála öttel nagyobb számmal?

184. Végezzük el a szorzásokat, majd vonjuk össze az egynemű tagokat!

$$(3a-2)(2a-3) \quad (a-1)(a-1) \quad (5x+3y)(x-y) \quad (x^2+x)(x-x^2)$$

185. A nevezetes azonosságok felhasználásával írjuk át más alakba.

$$(x-5)^2 \quad (3+y)^2 \quad (2a-b)(2a+b) \quad 1002 \cdot 998 \quad 10001 \cdot 9999$$

186. A következő átalakítások közül melyek nem helyesek?

A) $\frac{3x \cdot 6y}{3} = x \cdot 2y;$

B) $\frac{(12+4b) \cdot a}{2} = (6+4b);$

C) $\frac{a^2+2a}{2a} = a+a=2a; (a \neq 0)$

D) $\frac{2x^2+xy}{x} = 2x+y; (x \neq 0)$

E) $2x \cdot (5x \cdot 3y) = 10x^2 \cdot 6xy;$

F) $2x(x+y) = 2x^2+2xy;$

G) $\frac{3x-6y}{3} = x-2y;$

H) $2x(5x+3y) = 10x^2+6xy.$

187. Írjuk fel az összefüggéseket egyenlőség formájában!

a) az x hárommal nagyobb az y-nál

d) az y harmada az x

b) az x-nél 3-mal nagyobb az y

e) az y az x negyedénél 2-vel kevesebb

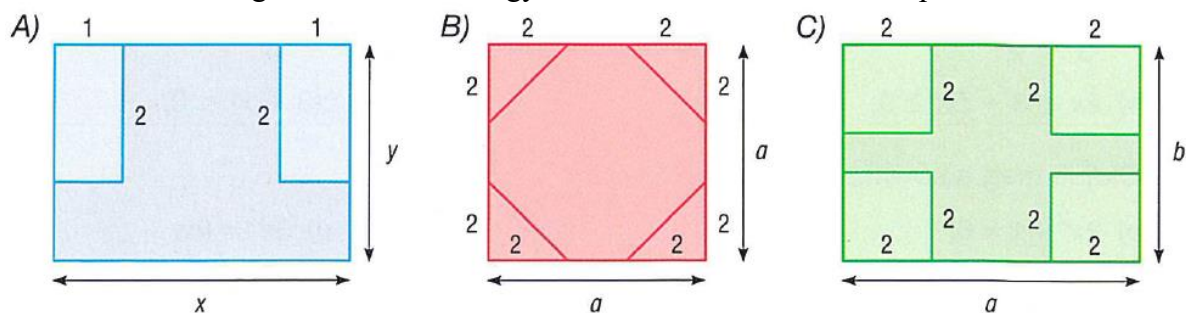
c) az x háromszorosa az y

f) az y négyszeresénél 2-vel több az x

188. Ha x, y és z átlaga x, akkor mennyi az y és z átlaga?

189. Egy téglalap oldalai x és z. A téglalap területének mérőszáma olyan kétjegyű szám, amelynek mindkét számjegye z. Az x számjegyeinek összege z értékének harmada. Mekkora a téglalap területe?

190. A csúcsoknál levágott síkidomok elhagyásával mekkora területeket kapunk?



191. Oldjuk meg az egyenleteket.

$$\frac{5x-4}{2} = \frac{16x+1}{7}$$

$$\frac{5-z}{8} = \frac{18-5z}{12}$$

$$\frac{1-9y}{5} = \frac{19+3y}{8}$$

$$\frac{4t+33}{21} = \frac{17+t}{14}$$

192. Oldjuk meg az egyenleteket.

$$1 - \frac{2u-5}{6} = \frac{3-u}{4}$$

$$\frac{x+17}{5} - \frac{3x-17}{4} = -2$$

$$x + 2,5 = \frac{4x+3}{4} - \frac{2-3x}{8}$$

193. Oldjuk meg az egyenleteket.

$$(x-3)(x+4) - 2(3x-2) = (x-4)^2$$

$$(x+5)(x+2) - 3(4x-3) = (x-5)^2$$

194. Oldjuk meg az egyenleteket.

$$\frac{x-4}{5} + \frac{3x-2}{10} = \frac{2x+1}{3} - 7$$

$$\frac{4x}{3} - 17 + \frac{3x-17}{4} = \frac{x+5}{2}$$

195. Oldjuk meg az egyenleteket.

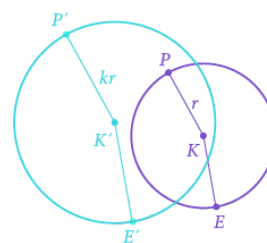
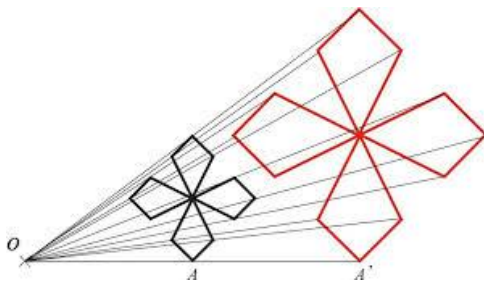
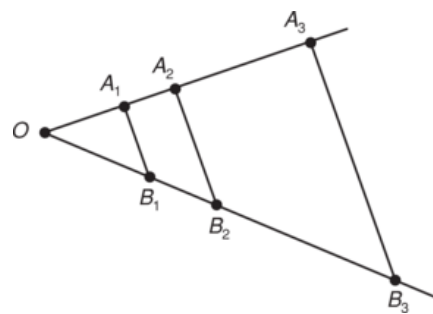
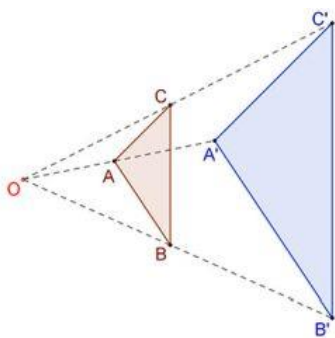
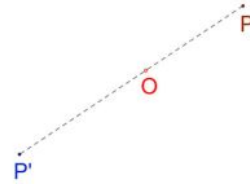
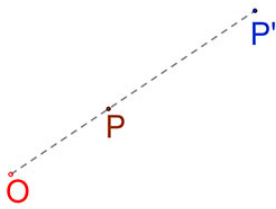
$$6 - \frac{6x-4}{5} = 2x + \frac{2-5x}{3}$$

$$x - \frac{6-2x}{3} = 2x - 4 - \frac{x+3}{2}$$

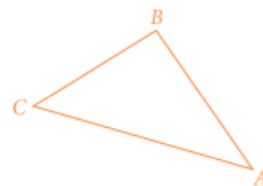
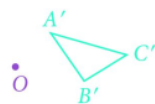
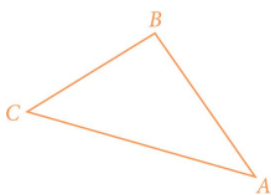
$$x + \frac{x+1}{4} = 2x + \frac{5-3x}{2} - \frac{x-3}{8}$$

III. Középpontos nagyítás és kicsinyítés

Ábrák



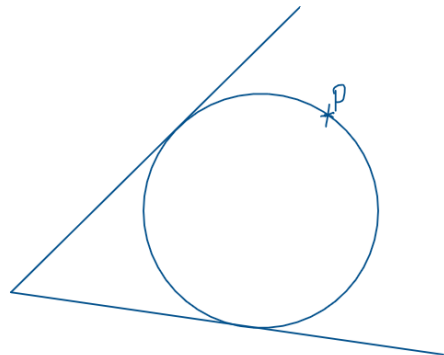
O



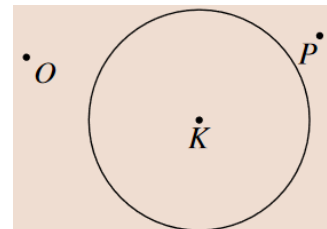
Szerkesztések

1. Az O középpontú középpontos hasonlóságnál az A pontnak a képe A' pont. Határozd meg a középpontos hasonlóság arányát, ha

a) $OA' = 12$ cm és $OA = 8$ cm	b) $OA' = 9,6$ cm és $OA = 12$ cm
c) $OA = 4$ cm és $OA' = 3$ cm	d) $OA = 15$ cm és $OA' = 18$ cm!
2. Vegyünk fel egy ABC háromszöget és az A csúcsából nagyítsuk, illetve kicsinyítsük a következő arányokkal. $1, -1, 2, \frac{1}{4}, -\frac{3}{4}, -3$
3. Vegyünk fel egy konvex négyszöget, és rajta kívül egy O pontot! Hajtsuk végre az O centrumú nagyítást, illetve kicsinyítést, melyek aránya: $2, \frac{3}{2}, -1, -\frac{1}{2}, -3$
4. Nagyítsunk egy a) négyzetet; b) téglalapot; c) rombuszt; d) paralelogrammát; e) deltoidot; f) derékszögű trapézt az átlók metszéspontjából kétszeresére! Hányszorosára változik az egyes négyszögek kerülete?
5. Szerkesszünk egy 3 cm sugarú körbe szabályos hatszöget! Tetszőleges belső pontból a) nagyítsuk kétszeresére; b) kicsinyítsük $\frac{2}{3}$ -ára; c) nagyítsuk $\frac{5}{4}$ -szeresére!
6. Kicsinyítsünk egy háromszöget minden csúcsából felére! Az így kapott háromszögeket hagyjuk el az eredeti háromszögből. Mit állíthatunk az így kapott síkidomról?
7. Vegyünk fel egy $ABCD$ boldog négyzetet és rajta kívül, a CD oldalával párhuzamosan egy $C'D'$ szakaszt! Szerkesszük meg azt a pontot, amelyből a négyzetet középpontos nagyítva vagy kicsinyítve CD képe $C'D'$.
8. Vegyünk fel egy konvex szöget és a szögtartományban egy pontot! Szerkesszünk olyan kört, amely érinti a szög szárait, és átmegy az adott ponton! Hány megoldása van a feladatnak?
9. Vegyünk fel egy kedves ABC háromszöget, majd a) nagyítsuk a súlypontjából a kétszeresére, b) kicsinyítsük a súlypontjából a kétharmad részére.
10. Rajzoljunk egy hatszöget, és vegyünk fel a belsejében egy pontot. Ebből a pontból a) nagyítsuk az hatszöget háromszorosára, b) kicsinyítsük felére.
11. Rajzoljunk egy ötszöget. Szerkesszük meg két átlójának metszéspontját. Ebből a pontból a) kicsinyítsük az ötszöget harmadára, b) nagyítsuk az ötszöget kétszeresére.
12. a) Vegyünk fel egy $ABCD$ négyszöget, majd kicsinyítsük $\frac{2}{3}$ arányban úgy, hogy a hasonlóság középpontja a négyszög egyik csúcsa legyen!

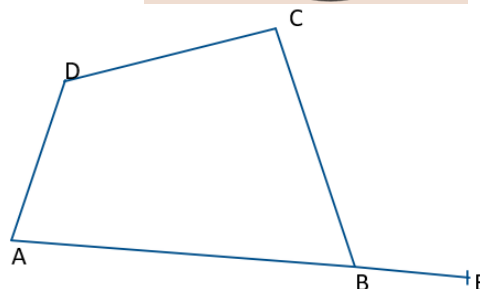


b) Adott k kör, O és P pontok. Az O pontból középpontosan nagyítsd a K kört úgy, hogy a P pont a kör valamelyik pontjának a képe legyen (ld. az ábrát)



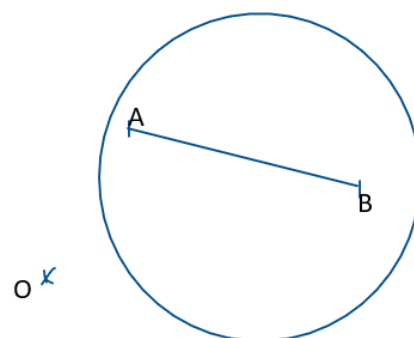
13. Szerkesszünk négyzetet, és az egyik oldalon kijelölt pontból a) nagyítsuk a háromszorosára, b) kicsinyítsük a felére.

14. Rajzoljunk egy ABCD négyszöget. Hosszabbítsuk meg az AB oldalát B-n túl valamennyivel, az így kapott pont legyen E. Szerkesszük meg a nagyított négyszöget úgy, hogy az AB oldal nagyított képe AE legyen. (ld. az ábrát)

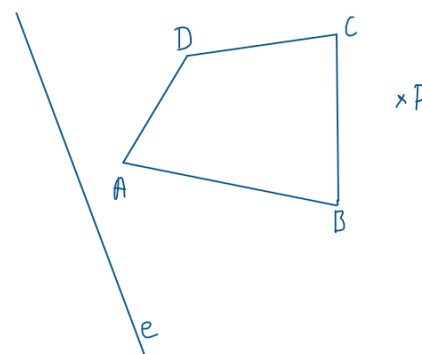
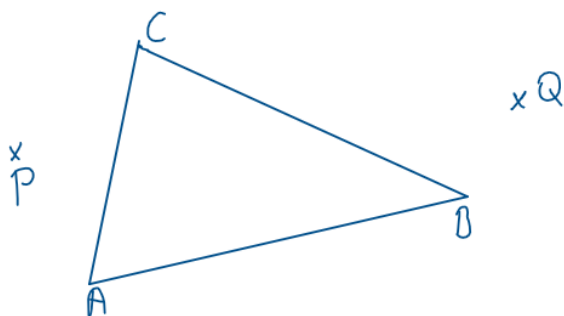


15. Adott egy O pont és egy e egyenes, továbbá AB szakasz. Az O pontból nagyítsuk az AB-t úgy, hogy A vagy B képe az e -re essék.

16. Adott egy kör, rajta kívül egy O pont, továbbá a kör belsejében egy AB szakasz. Az O pontból nagyítsuk AB-t úgy, hogy A vagy B képe a körön legyen. (ld. az ábrát)



17. Vegyünk fel egy nagyon figyelmes ABC háromszöget, egy P és egy Q pontot (bal oldali ábra). Nagyítsuk a háromszöget a P pontból úgy, hogy a nagyított háromszög egyik oldala a Q ponton menjen át.



18. Vegyünk fel egy mosolygós ABCD négyszöget, egy P pontot és egy e egyenest (jobb oldali ábra). Nagyítsuk a négyszöget a P pontból úgy, hogy a nagyított négyszög egyik csúcsa az e egyenesre essék.

19. Szerkesszünk egy szép négyzetet, és rajzoljunk rajta kívül az egyik oldalával párhuzamos f egyenest. Vegyünk fel a) a négyzet belsejében, b) a négyzet kerületén, c) a négyzeten kívül egy pontot, és ebből nagyítsuk a négyzetet úgy, hogy az egyik oldal képe a f -re essen.

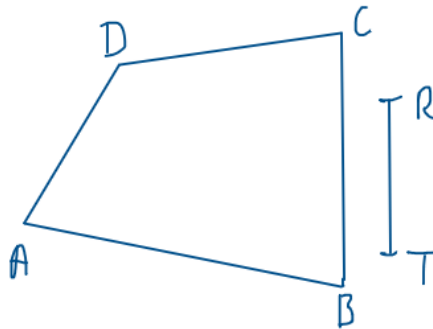
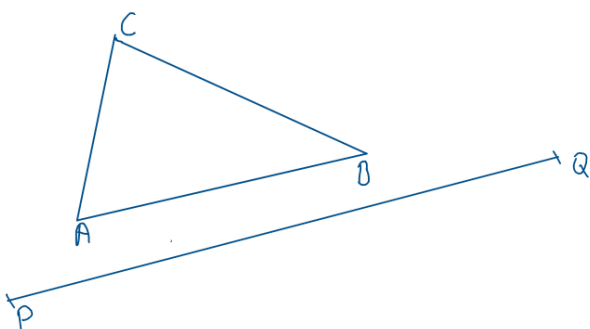
20. Egy téglalap belsejében rajzoljunk négyzetet, melynek oldalai párhuzamosak a téglalap oldalai-val. Szerkesszünk olyan pontot, melyből a négyzetet úgy lehet felnagyítani, hogy a nagyított négyzet három oldala a téglalap három oldalára essék.

21. Egy négyzet belsejébe rajzoljunk téglalapot, melynek oldalai párhuzamosak a négyzet oldalai-val. Szerkesszünk olyan pontot a négyzet belsejében, amelyből a négyzetet úgy lehet lekicsinyíteni, hogy a kicsinyített négyzet három oldala a téglalap három oldalára essék.

22. Egy ABC háromszög AB oldala fölé szerkesszünk $ABRT$ négyzetet. A C csúsból kicsinyítsük le a négyzetet úgy, hogy a kicsinyített négyzet csúcsai a háromszög oldalaira essenek.

23. Egy ABC háromszög AB oldala fölé szerkesszünk az eredeti háromszöggel egybevágó ABD háromszöget. A C csúsból kicsinyítsük le az ABD háromszöget oly módon, hogy a kicsinyített háromszög csúcsai az ABC háromszög oldalaira essenek.

24. Rajzoljunk egy büszke ABC háromszöget, majd a BC oldallal párhuzamosan egy nála nagyobb PQ szakaszt (bal oldali ábra). Szerkesszük meg a nagyítási középpontot úgy, hogy a BC oldal nagyított képe PQ legyen, majd szerkesszük meg az egész háromszög nagyított képét.



25. Rajzoljunk egy jó kedvű $ABCD$ négyszöget, és a BC oldalával párhuzamosan egy nála kisebb RT szakaszt (jobb oldali ábra). Szerkesszük meg a nagyítási középpontot úgy, hogy a BC oldal kicsinyített képe RT legyen, majd szerkesszük meg az egész négyszög kicsinyített képét.

26. Rajzoljunk egy vágyakozó ABC háromszöget, rajta kívül egy P pontot, és vegyünk fel egy d szakaszt. P pontból nagyítsuk vagy kicsinyítsük az ABC háromszöget úgy, hogy az AB oldal képének hossza d legyen.

27. Vegyünk fel egy ABC háromszöget. Szerkesszünk egy négyzetet úgy, hogy a négyzet csúcsai a háromszög oldalain legyenek.

28. Szerkesztés. Vegyünk fel egy kedves háromszöget és oldalait osszuk fel három egyenlő részre anélkül, hogy bármilyen távolságot megmérnénk.

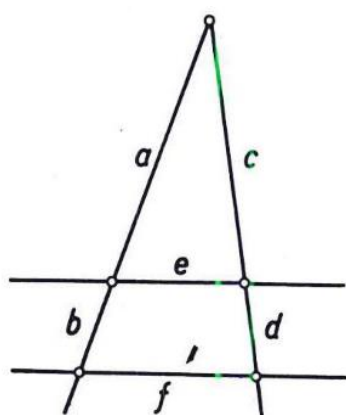
Számítások

29. A háromszöget, melynek oldalai: $a = 6$ cm, $b = 4$ cm, $c = 2,5$ cm, felnagyítottuk. A nagyításban az a oldalnak megfelelő a' oldal 8,4 cm hosszú. Mekkora a másik két oldal a nagyításban?

30. Két hasonló háromszög közül az egyik oldalai 9, 12, 16 cm. A másik háromszög leghosszabb oldala 1 cm. Mekkora a másik két oldal?

31. Két egyenlő szárú háromszög csúcsnál fekvő szöge egyenlő. Az egyik háromszög alapja 10 cm, szára 17 cm, a másik háromszög alapja pedig 8 cm. Határozzuk meg a másik háromszög szárának a hosszát.

32. Egy szög szárait párhuzamosokkal metszettük el. Jelöljük a keletkezett szakaszokat az ábra szerint a, b, c, d, e, f-fel. Számítsuk ki a hiányzó adatokat.



a	7	10	10
b	4		
c	9	11	11
d		6	3
e	6	8	
f			9

33. Egy gyárkémény árnyéka 35,8 m, ugyanakkor a merőlegesen földre szúrt 1,9 m hosszú karónak az árnyéka 1,62 m. Határozzuk meg a gyárkémény magasságát.

34. Egy ház tervrajzán egy 5 m hosszú szoba 2 cm. A szoba 3,8 m szélességének a tervrajzon hány cm felel meg?

35. Egy aranyos háromszög oldalainak aránya 3:4:5. Határozzuk meg annak a hozzá hasonló háromszögnek az oldalait, melynek legnagyobb oldala 3 cm-rel hosszabb a legrövidebbnél!

36. Egy piros háromszög oldalai úgy aránylanak egymáshoz, mint 2:4:5, a hozzá hasonló háromszög kerülete 55 m. Határozzuk meg a háromszög oldalainak hosszát.

37. Egy négyszög oldalai 10 cm, 15 cm, 20 cm és 25 cm. A hozzá hasonló négyszögben a legnagyobb és legkisebb oldal összege 28 cm. Határozzuk meg ez utóbbi négyszög oldalainak hosszát.

39. Egy négyszög oldalai úgy aránylanak egymáshoz, mint 6:3:4:12. A hozzá hasonló négyszög kerülete a) 10 m; b) 75 cm. Határozzuk meg az utóbbi négyszög oldalainak hosszát!

40. Egy négyszög oldalainak hossza 1 m; 1,5 m; 2 m; 2,5 m. Egy hozzá hasonló négyszögben

a) a két legrövidebb oldal

b) két leghosszabb oldal

c) legrövidebb és a leghosszabb oldal

hosszának összege 1 m. Határozzuk meg az utóbbi négyszög oldalainak hosszát!

41. Egy ötszög oldalainak aránya 30:40:45:48:60. Határozzuk meg az ötszög oldalainak hosszát, ha a legnagyobb és a legkisebb különbsége
a) 1 m; b) 25 cm.

AB	BC	AC	$A'B'$	$B'C'$	$A'C'$
10	14		25		20
1	1,5	2		15	
	20		12	8	16
100	210	125			5
		5	4	6	3
8	9	4	28		

42. Az ABC és A'B'C' háromszögek szögei megegyeznek. Számítsuk ki a táblázatból hiányzó adatokat.

43. A Börzsöny 1:40 000 arányú turistatérképén Nagyborzsöny és Kisirtáspuszta távolsága vonalzóval mérve 91 mm. Hány km-re van légvonalban a két helység egymástól?

44. Egy háromszög oldalai 20, 30, 40 cm. Határozzuk meg annak a hozzá hasonló háromszögnek az oldalait, amelynek a) a legnagyobb oldala 25 cm, b) a kerülete 135 cm, c) a legnagyobb és legkisebb oldalának különbsége 5 cm.

45. Egy rombusz átlói 14 és 48 cm. Egy hozzá hasonló rombusz kerülete 250 cm. Mekkora ennek a rombusznak az átlói?

46. Egy O csúcspontú szög szárait két párhuzamos egyenessel elmetsettük úgy, hogy a csúctól számítva az egyik száron a metszéspontok rendre A, B, a másik száron pedig C, D. Töltsük ki az alábbi táblázat hiányzó rovatait, ha $OA=a$, $AB=b$, $OC=c$, $CD=d$, illetve $AC=x$ és $BD=y$.

a	b	c	d	x	y
5 cm	4 cm	3 cm		7 cm	
2 cm		3 cm		4 cm	9 cm
3 cm	6 cm		4 cm		8 cm

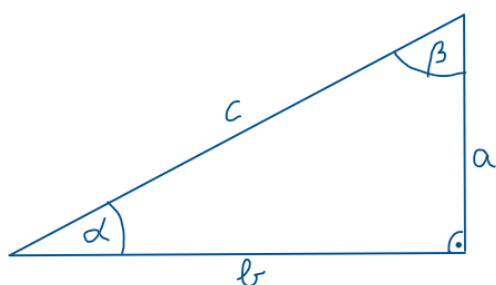
47. Egy trapéz rövidebb alapjának hossza 7 cm, kiegészítő háromszögének két másik oldala 2 cm és 6 cm hosszú. Számítsuk ki a trapéz szárainak hosszát, ha a másik alapjának hossza 15 cm.

48. Az ABCD trapéz AD szálának hossza 5 cm. A trapéz DCE kiegészítő háromszögének DE oldala 17,5 cm hosszú. Számítsuk ki a trapéz alapjainak hosszát, ha tudjuk, hogy az AB alap 4 cm-rel hosszabb a CD alapnál.

49. Az ABCD paralelogramma AB oldalának hossza 12 cm. Az AB oldal B ponton túli meghosszabbítására illeszkedő E pontra teljesül, hogy $BE=4$ cm. Számítsuk ki, hogy milyen arányban osztja az ED egyenes a paralelogramma BC oldalát.

50. Kende egy vízszintes terepen álló, ipari létesítmény magasságát szeretné megmérni. Megfigyelte, hogy ha az építménytől egyenes vonalban távolodik, akkor 120 métert megtéve egy 7 méter magas fához ér, míg ha még 30 métert továbbmegy, akkor olyan pontba érkezik, ahonnan a fa, valamint a létesítmény tetejét egy vonalban látja. Milyen magas az ipari létesítmény, ha Kende szemmagassága pontosan 2 méter?

Hegyesszögek sinusa, cosinusa és tangense



$$\sin \alpha = \frac{a}{c} \quad \cos \alpha = \frac{b}{c} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

51. Egy derékszögű háromszög átfogója 12 cm-es és az egyik szöge 23° -os. Számítsuk ki a befogóinak a hosszát.
52. Valamely derékszögű háromszög átfogója 46,5 cm hosszú és egyik szöge $12^\circ 25'$ -es. Számítsuk ki a befogóinak a hosszát.
53. Egy szelíd derékszögű háromszög egyik szöge $36,18^\circ$ -os és ezzel a szöggel szemközt 8,3 cm hosszúságú befogó található. Számítsuk ki az átfogójának és a másik befogójának a hosszát.
54. Valamely derékszögű háromszög átfogójának és egyik befogójának a hosszát keressük. Valaki a tudomásunkra hozta, hogy a háromszög egyik szöge $42^\circ 53'$ és ezzel a szöggel szemközt 16,2 m-es befogó található.
55. Egy boldog derékszögű háromszögben az egyik befogó 26 dm, a mellette levő szög $18,6^\circ$. Határozzuk meg a másik befogó hosszát.
56. Egy derékszögű háromszög egyik szöge $41^\circ 17'$, e szöggel szemközt 10,6 cm hosszú befogó van a háromszögben. Határozzuk meg a másik befogó hosszát.
57. Valamely szótlan derékszögű háromszög egyik szöge $14^\circ 27'$, e szög mellett 26,2 cm hosszú befogó található. Határozzuk meg a háromszög ismeretlen oldalainak a hosszát.
58. Egy derékszögű háromszög egyik befogója 17,3 dm hosszú, ezen befogóval szemben $43^\circ 18'$ -es szög található a háromszögben. Határozzuk meg a háromszög ismeretlen oldalainak a hosszát.
59. Adott egy derékszögű háromszög 35,2 cm-es befogója és a mellette levő $67^\circ 24'$ -es szöge. Számítsuk ki a háromszög ismeretlen oldalainak a hosszát.
60. Adott egy beszédes derékszögű háromszög $72^\circ 15'$ -es szöge és a vele szemközti 58,7 m hosszú oldal. Határozzuk meg a háromszög ismeretlen oldalainak a hosszát.
61. Egy derékszögű háromszög átfogója 24 cm, míg egyik befogója 12 cm hosszú. Határozzuk meg az adott befogóval szemközti szöget.
62. Valamely derékszögű háromszögben ismert az 5 cm-es befogó és a 15 cm-es átfogó. Számítsuk ki az 5 cm-es befogóval szemközti szöget.
63. Egy derékszögű háromszög egyik hegyesszögét keressük, ha ismert, hogy a szög melletti két oldal hosszúsága 13,6 cm illetve 32,7 cm.
64. Egy derékszögű háromszög átfogója 27,2 cm és az egyik befogója 9,6 cm. Határozzuk meg az ismert befogóval szemközti szöget.
65. Ismert egy derékszögű háromszög két befogójának a hossza, az egyik 3 egység, a másik $\sqrt{3}$ egység. Számítsuk ki a háromszög ismeretlen szögeit.

66. Egy háromszög két befogója 6 cm és 24 cm. Számítsuk ki a háromszög ismeretlen oldalával szemközti szögét.

67. Valamely derékszögű háromszög egyik befogója egységnyi, míg a másik befogó $\sqrt{3}$ egység hosszú. Számítsuk ki a háromszög ismeretlen szögeit.

68. Egy pincébe vezető lejárát mélysége 132 cm, míg a lejárát vízszintesre való merőleges vetülete 244 cm. Mekkora a lejárát hajlásszöge a vízszinteshez képest?



69. Egy 400 m hosszú egyenes útszakasz emelkedése 10 m. Mekkora az emelkedés szöge?

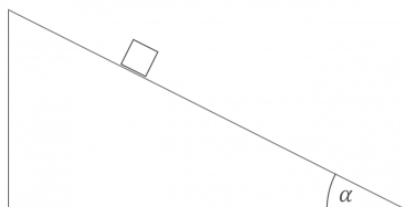
70. Egy lejtő a vízszintessel 18° -os szöget zár be, a vízszintesre eső merőleges vetülete 4,6 m. Milyen magasról érkezik a lejtő?

71. Egy lejtő a vízszintessel 24° -os szöget zár be és 1,8 m magasra visz. Mekkora a lejtő hossza és a vízszintesre eső vetülete?



72. Egy létrát támasztunk a falhoz. A létra hossza 3,2 m és a létra lábai a faltól 75 cm-re vannak. Mekkora szöget zár be a fallal a létra?

73. Egy torony teteje a talpától 60 m távolságból $22^\circ 37'$ -es szög alatt látszik. Milyen magas a torony?



74 Milyen magasra visz a 8,7 m hosszú lejtő, ha az a vízszintessel 15° -os szöget zár be?

75. Lejtős feljárót kell készíteni, amelynek 1,5 m magasra kell vezetnie. A vízszintes talajon milyen távol kezdődjön a feljáró, ha a hajlásszöge 12° -os lesz?

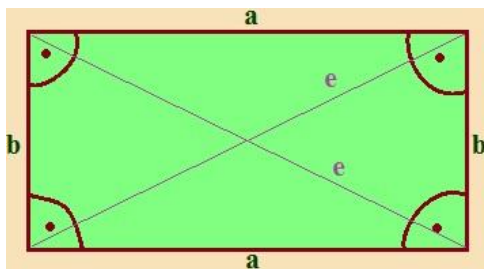
76. Egy ház teraszára vezető lépcsősor vízszintesre eső merőleges vetülete 230 cm. Egy lépcső magassága 14 cm és a teraszra 8 lépcső vezet. Mekkora a lépcsősor hajlásszöge a vízszinteshez képest?

77. Egy hegyre az út átlagosan $5^\circ 42'$ -es szög alatt emelkedik. Hány százalékos az emelkedő?

78. Egy hegyi út emelkedése 12%. Mekkora szöggel hajlik az út a vízszinteshez képest?

79. Egy utca közepe fölött egy lámpát függesztettek fel. A két felfüggesztési pont távolsága 15 m az utca két oldalán. A lámpa a huzal felezőpontjában lóg, belógása 20 cm. Mekkora szöget zár be a huzal a vízszintessel?





80. Egy téglalap egyik oldala 6,8 cm. Az átlói a megadott oldallal $32^{\circ}20'$ -es szöget zárnak be. Határozzuk meg a téglalap ismeretlen oldalának a hosszát.

81. Egy téglalap átlója 14,3 cm-es és az egyik oldallal $23^{\circ}18'$ -es szöget zár be. Mekkora a téglalap oldalai?

82. Egy templomtorony árnyéka 42,5 m hosszú. A Nap sugarai a talajhoz képest $38,6^{\circ}$ -os beesési szögben érkeznek. Milyen magas a templomtorony?

83. Mekkora szöget zárnak be a Nap sugarai a talajjal, ha valamely függőleges rúd árnyéka az adott pillanatban 2,8-szor akkora, mint a rúd hossza?



84. Mekkora a Nap sugarainak a beesési szöge a talajhoz képest, ha valamely karó árnyéka az adott pillanatban 2,4-szer akkora, mint a karó hossza?

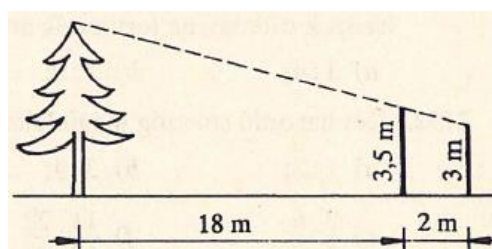
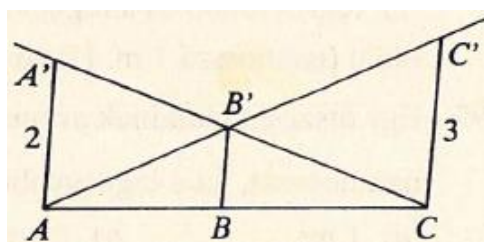
Nehezebb feladatok

85. Szerkesszünk derékszögű háromszöget a következő adatokból!

a) $a + b + c = 10 \text{ cm}$, $\alpha = 45^{\circ}$ b) $a + b = 7 \text{ cm}$, $\alpha = 30^{\circ}$

86. Vegyünk fel egy vidám PQR háromszöget és egy d szakaszt! Szerkesszünk a vidám PQR háromszöghöz hasonló háromszöget, amelynek területe d .

87. Az ábrán látható AA' , BB' és CC' szakaszok párhuzamosak. Mekkora a BB' szakasz hossza, ha $AA' = 2$ és $CC' = 3$?



88. Egy fa magasságát akarjuk meghatározni úgy, hogy a fa törzsétől ugyanazon irányban két karót szúrunk a földbe úgy, hogy a fa csúcsa és a karók végpontjai egy egyenesbe essenek. Az ábra adatai alapján határozzuk meg a fa magasságát!

89. Szerkesztés. Adott egy téglalap. Egy egyenessel vágjunk le belőle olyan téglalapot, amely az eredetihez hasonló.

90. Vegyünk fel egy háromszöget 4; 5 és 6 cm-es oldalakkal! Szerkesszünk a háromszögbe téglalapot úgy, hogy hosszabb oldala a 6 cm-es oldalra, másik két csúcsa pedig a háromszög másik két oldalára illeszkedjen, és a téglalap oldalainak aránya a) 1:2; b) 2:3; c) 1:3 legyen!

91. Rajzoljunk négyzetet és egy téglalapot. A téglalapot nagyítsuk akkorára, hogy kerülete egyezze a négyzet területével.
92. Az ABC háromszög oldalainak hossza: $AB=12$ cm, $BC=18$ cm, $AC=20$ cm. A háromszögbe rombuszt írunk úgy, hogy egyik csúcsa egybeesik a háromszög egyik csúcsával, a közös csúcsnál lévő oldalai a háromszög egy-egy oldalára, a szemközi csúcsa pedig a háromszög szemközi oldalára illeszkedik.
- a) Hányféleképpen írhatunk így rombuszt a háromszögbe?
b) Számítsuk ki az egyes esetekben a rombusz oldalának hosszát.
93. Egy derékszögű háromszög kerülete 70 cm, egyik hegyesszöge 50° . Mekkora a háromszög oldalai?
94. Egy 80 m hosszú lejtős út felső végén levő emlékoszlopot $3,7^\circ$ szögben látjuk az út elejéről. A lejtő hajlásszöge $21^\circ 18'$. Milyen magas az emlékoszlop?
95. Egy 10 m magas torony tetején levő csillag a toronytól 25 m távolságból $1^\circ 10'$ szög alatt látszik. Milyen magas a csillag?

IV. Függvények, számtani sorozatok

Ismétlő feladatok

- Add meg azt a lineáris függvényt, amelyiknek ismerjük a meredekségét és a grafikonjának egy pontját: a) $m = 3$ $A(0,0)$ b) $m = 3$ $B(0,3)$ c) $m = 3$ $C(0,-3)$
- Add meg azt a lineáris függvényt, amelyiknek ismerjük két pontját:
a) $A(3,2)$ $B(1,1)$ b) $A(-2,4)$ $B(1,7)$
- Mely x esetén veszi fel a függvény a 7 értéket? a) $y = 3x + 1$ b) $y = 0,5x + 12$
- Adjunk meg néhány olyan függvényt, amelynek grafikonja párhuzamos az $y = 7x - 3$ függvény grafikonjával.
- Adjunk meg a következő függvények grafikonján három pontot anélkül, hogy ábrázolnánk a függvényeket:
 $y = 2x + 20$ $y = \frac{1}{x} - 9$ $y = |x - 2| + 6$ $y = (x + 6)^2 - 1$ $y = 90x - 99$
- Ábrázoljuk a függvényeket, majd a grafikon alapján válaszoljuk meg a következő kérdéseket:
Mely x -ek esetén vesznek fel a függvények pozitív, 0, illetve negatív értékeket?
 $y = \frac{1}{3}x + 2$ $y = x^2 - 4$
- Oldjuk meg grafikusan és algebrai úton is a következő egyenleteket, egyenlőtlenségeket:
a) $\frac{x}{3} - 2 = \frac{3x}{2} + 2$ b) $\frac{2x}{3} + 2 = -\frac{x}{3} + 1$ c) $-x + 1 \leq 2x + 7$ d) $x - 1 > 2x + 3$
- Adjuk meg azt a függvényt, amelynek a grafikonja egyenes, amely egyenesen rajta van a következő két pont. a) $D(0,4)$ $E(-2,-1)$ b) $F(-2,4)$ $G(2,-8)$ c) $B(3,0)$ $C(2,-1)$
- Válaszd meg úgy az m értékét, hogy az $f(x) = -3x + m$ függvényre teljesüljön, hogy

a) $f(4) = 7$, b) $f(4) = 0$ legyen, d) $f(x)$ minden 4-nél nagyobb x értékre negatív legyen.

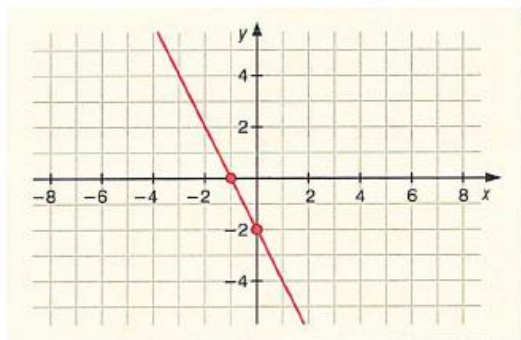
10. Ábrázolás nélkül döntsük el, van-e a következő két függvény grafikonjának közös pontja.

a) $y = 2x - 3$ és $y = 2x - 5$

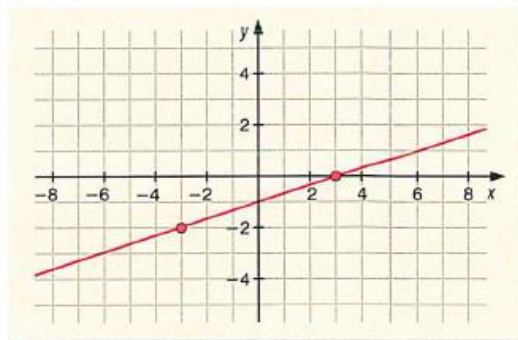
b) $y = 3x + 1$ és $y = -3x + 1$

11. Grafikonnal adtuk meg a valós számokon értelmezett lineáris függvényeket és rajtuk két-két egész koordinátájú pontot. Adjuk meg ezeknek a függvényeknek a) a meredekségét; b) a zérushelyét; c) az y tengellyel való metszéspontját; d) a hozzárendelési szabályát!

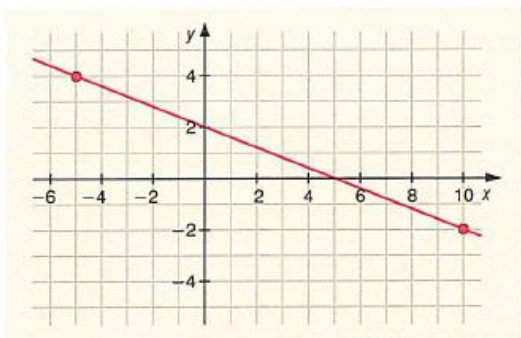
1.



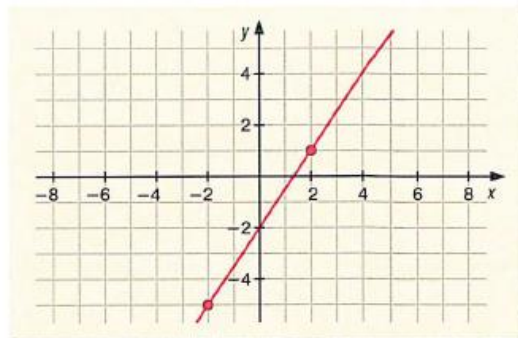
2.



3.



4.



A négyzetgyökfüggvény

12. Határozzuk meg a függvények értelmezési tartományát, majd ábrázoljuk a függvényeket.

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = 2\sqrt{x}$$

$$h(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x}$$

$$i(x) = \sqrt{x-2}$$

13. Határozzuk meg a függvények értelmezési tartományát, majd ábrázoljuk a függvényeket.

$$f(x) = \sqrt{x}$$

$$g(x) = \sqrt{-x}$$

$$h(x) = 2\sqrt{-x}$$

$$f(x) = \sqrt{x} - 2$$

$$g(x) = \sqrt{x} + 3$$

$$h(x) = -\sqrt{x}$$

$$f(x) = -\sqrt{x} + 4$$

$$g(x) = 3\sqrt{x} + 1$$

$$h(x) = -3\sqrt{x}$$

14. Rajzold meg közös koordináta-rendszerben a függvények grafikonját. Az $f(x)$ függvény grafikonjából hogyan kapható meg a többi függvény grafikonja?

$$f(x) = \sqrt{x} \quad g(x) = 2\sqrt{x} \quad h(x) = \frac{5}{2}\sqrt{x} \quad i(x) = -2\sqrt{x}$$

$$f(x) = \sqrt{x} \quad g(x) = \sqrt{x} + 4 \quad h(x) = \sqrt{x+4} \quad i(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x}$$

Függvénytranszformációk

15. Ábrázoljuk: $y = -x^2$ $y = -|x|$ $y = -\sqrt{x}$ $y = -2x^2$ $y = -3|x|$

16. Ábrázoljuk a következő másodfokú függvényeket soronként közös koordináta-rendszerben!

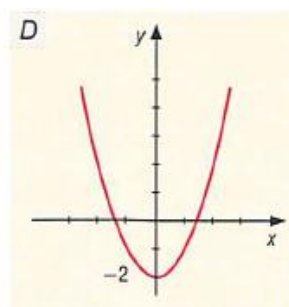
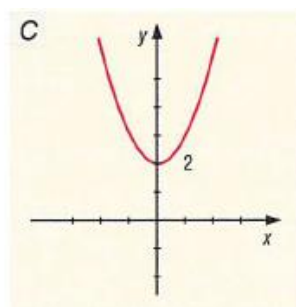
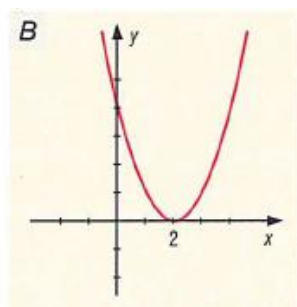
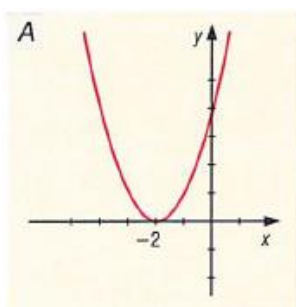
$$f(x) = x^2 + 1, \quad g(x) = x^2 - 3, \quad h(x) = 3x^2$$

$$f(x) = (x-1)^2, \quad g(x) = (x+3)^2, \quad h(x) = \frac{1}{2}(x+7)^2$$

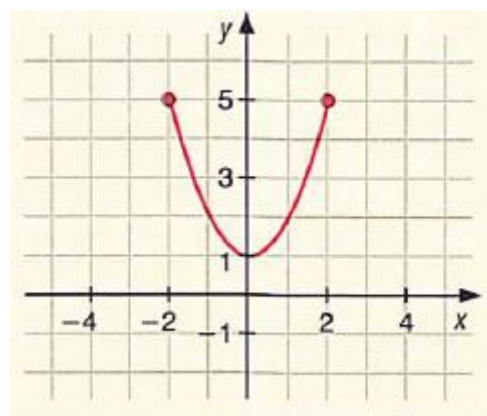
$$f(x) = -x^2 + 2, \quad g(x) = -x^2 - 5, \quad h(x) = -3x^2$$

17. Melyik másodfokú függvénynek melyik parabola a képe?

$$f(x) = x^2 + 2, \quad g(x) = (x-2)^2, \quad h(x) = x^2 - 2 \quad k(x) = (x+2)^2$$



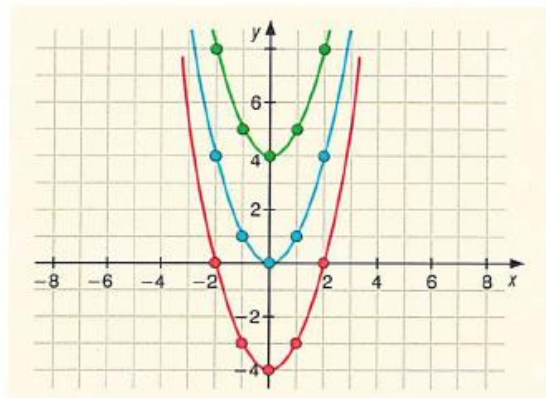
18. Az autók fényszórói gyakran parabola alakúak. (Ennek oka az, hogy a parabola alakú tükörről minden fénysugár párhuzamosan verődik vissza, és így elkerülhető, hogy nagyon „szórja” a fényt a fényszóró.) Egy busz fényszórójának terve látható a jobb oldali ábrán. Adjuk meg azt a másodfokú függvényt, amelynek ez a grafikonja! (Figyeljünk az értelmezési tartományra!)



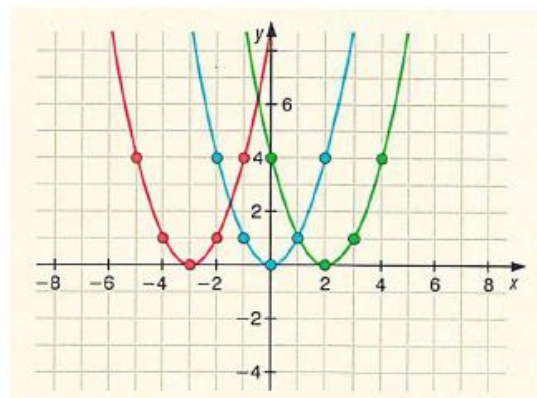
19. Melyik az a másodfokú függvény, amelynek grafikonjára illeszkedik a következő négy pont?
a) $A(0, 1)$ $B(1, 4)$, $C(3, 4)$, $D(5, -4)$ b) $A(-3, 1.5)$ $B(0, 3)$, $C(1, 5.5)$, $D(2, 9)$

20. Adjuk meg a függvények hozzárendelési szabályát.

1.



2.



21. Ábrázoljuk a következő függvényeket, majd állapítsuk meg az értelmezési tartományukat (jelölése $\mathbb{E}$. T.) és értékkészletüket (jelölése $\mathbb{E}$. K.).

$$y = |x + 7| \quad y = \frac{2}{3}x - 5 \quad y = |x - 4| - 1 \quad y = -x^2 - 3 \quad y = x^2 + 2$$

$$y = -2x + 6 \quad y = (x + 1)^2 - 4 \quad y = |x + 7| + 1 \quad y = -|x| + 5 \quad y = -\frac{1}{5}x$$

22. Olvassuk le a 21. feladatban szereplő függvények grafikonjáról a zérushelyeket.

23. Határozzuk meg számítással (és nem ábrázolással) a 21. feladatban szereplő függvények zérushelyeit.

24. Oldjuk meg grafikusán a következő egyenleteket, egyenlőtlenségeket: $|x + 1| \leq \frac{1}{4}x + 1$

$$x^2 + 2 \geq -x + 4 \quad |x + 2| \geq |x| - 3 \quad |x - 4| = \frac{1}{2}x + 1 \quad |x + 2| = -2x + 5$$

25. a) Rajzold meg közös koordináta-rendszerben a függvények grafikonját.

b) Az f függvény grafikonjából hogyan kapható meg a g , illetve a h függvény grafikonja?

$$f(x) = x^2 \quad g(x) = x^2 - 4 \quad h(x) = (x - 4)^2$$

$$f(x) = |x| \quad g(x) = |x| + 6 \quad h(x) = |x + 6|$$

$$f(x) = |x| \quad g(x) = |x| - 6 \quad h(x) = |x - 6|$$

$$f(x) = x^2 \quad g(x) = x^2 + 4 \quad h(x) = (x + 4)^2$$

26. a) Rajzold meg közös koordináta-rendszerben a függvények grafikonját.

b) Az $f(x)$ függvény grafikonjából hogyan kapható meg a többi függvény grafikonja?

$$f(x) = x \quad g(x) = 2x \quad h(x) = \frac{3}{4}x \quad i(x) = -2x$$

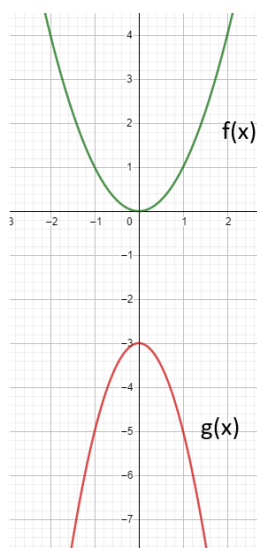
$$f(x) = |x| \quad g(x) = 2|x| \quad h(x) = \frac{3}{4}|x| \quad i(x) = -2|x|$$

$$f(x) = |x| \quad g(x) = -\frac{1}{2}|x| \quad h(x) = |x| - \frac{1}{2} \quad i(x) = \left|x - \frac{1}{2}\right|$$

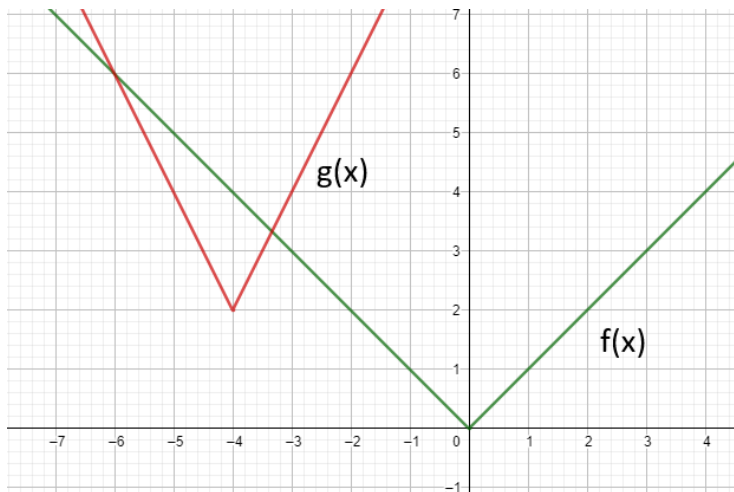
$$f(x) = x^2 \quad g(x) = 3x^2 \quad h(x) = \frac{1}{4}x^2 \quad i(x) = -x^2$$

$$f(x) = x^2 \quad g(x) = -\frac{2}{3}x^2 \quad h(x) = x^2 - 5 \quad i(x) = (x - 4)^2$$

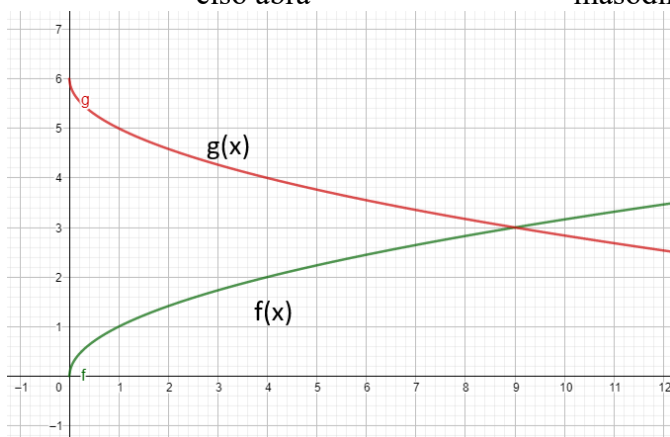
27. Milyen függvénytranszformációk egymás utáni alkalmazásával vihető át az $f(x)$ függvény a $g(x)$ függvényre?



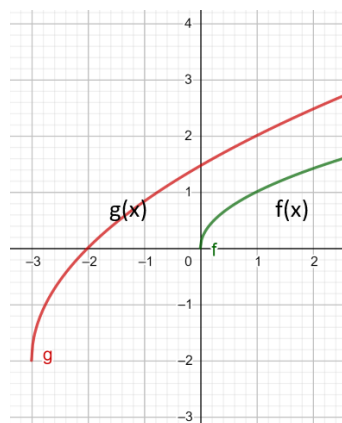
első ábra



második ábra



harmadik ábra



negyedik ábra

28. Ábrázold az egy sorban levő függvényeket egy koordináta-rendszerben.

$$e(x) = x \quad f(x) = x - 5 \quad g(x) = \frac{2}{3}(x - 5)$$

$$e(x) = |x| \quad f(x) = -|x| \quad g(x) = -|x| - 4$$

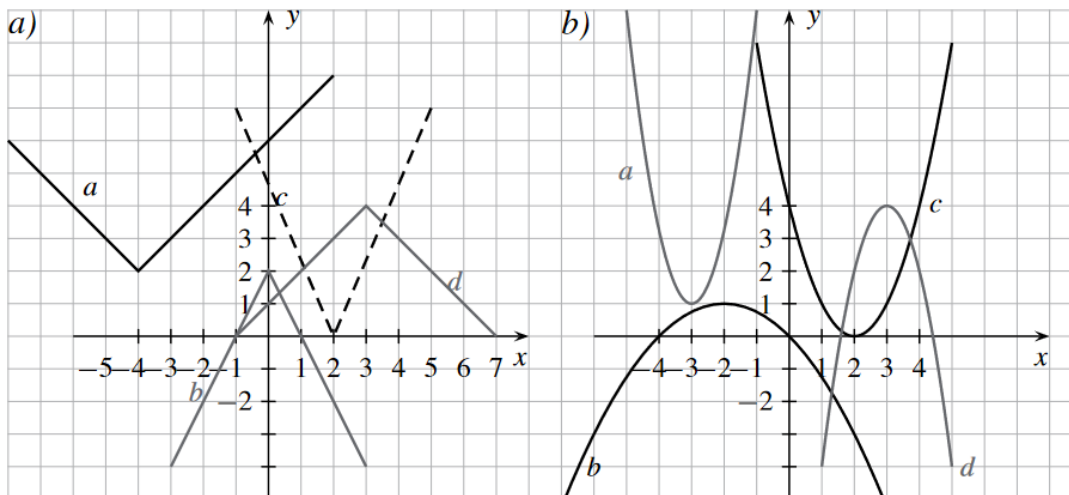
$$e(x) = |x| \quad f(x) = |x - 4| \quad g(x) = -|x - 4|$$

$$e(x) = |x| \quad f(x) = |x + 3| \quad g(x) = 2|x + 3| \quad h(x) = 2|x + 3| - 2$$

$$e(x) = x^2 \quad f(x) = (x + 2)^2 \quad g(x) = 2(x + 2)^2 \quad h(x) = 2(x + 2)^2 - 4$$

$$e(x) = x^2 \quad f(x) = (x - 2)^2 \quad g(x) = \frac{1}{4}(x + 2)^2 \quad h(x) = \frac{1}{4}(x - 2)^2 + 4$$

29. Add meg a grafikonokhoz tartozó hozzárendelési utasításokat



30. Az ábra alapján alkoss egy egyenlőtlenséget és annak a megoldását olvasd le az ábráról.

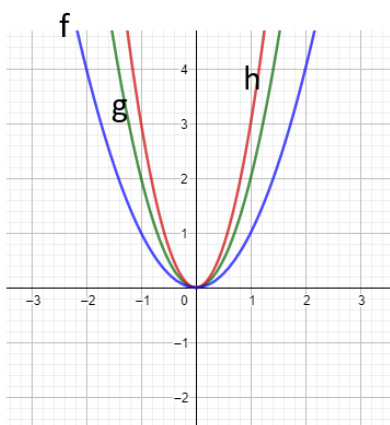
31. Oldd meg grafikusan vagy algebrailag:

a) Kolos és Bálint egyszerre indul egy 24 km-es túraútvonal két végpontjáról. Mennyi idő múlva találkoznak, ha megállás nélkül, egyenletes tempóban mennek, és Kolos 3 km-t, Bálint 5 km-t tesz meg óránként?

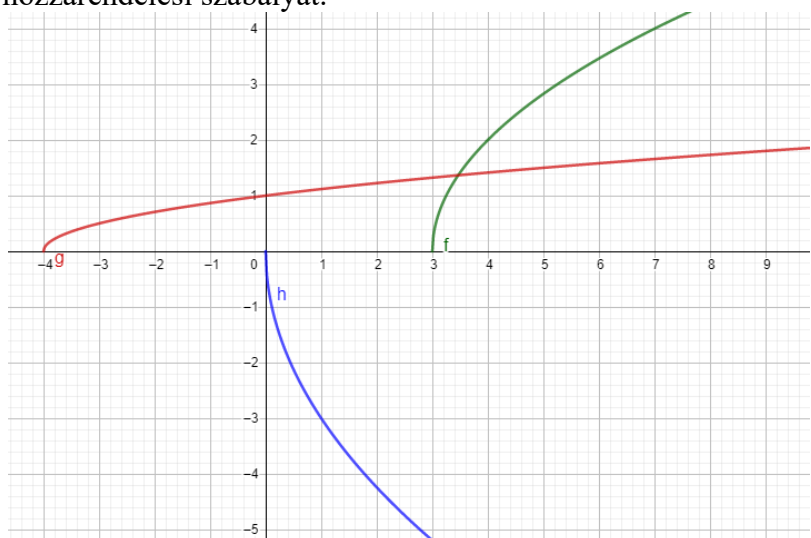
b) Jancsi kerékpárral 8 órakor indul egy túrára, és 15 km/h egyenletes sebességgel halad. Juliska kismotorral másfél órával később indul utána, az ő sebessége 30 km/h. Mikor éri utol Juliska Jancsit?

c) Egy teherautó 0,9 km/min sebességgel, 60 m-rel egy személyautó előtt halad, amikor a személyautó 1,5 km/min sebességgel előzésbe kezd. Mennyi idő múlva éri utol a személyautó a tehergépkocsit?

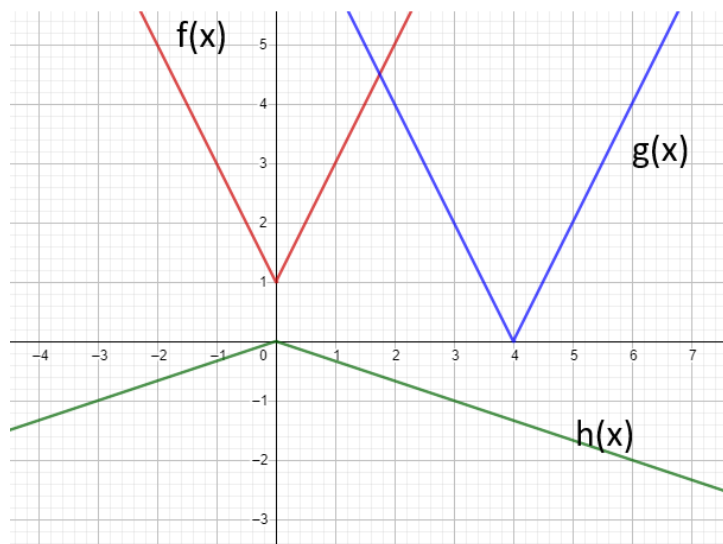
32. Írjuk fel az ábrázolt függvények hozzárendelési szabályát.



első ábra



második ábra



harmadik ábra

33. Rajzold meg közös koordináta-rendszerben a függvények grafikonját. Az f függvény grafikonjából hogyan kapható meg a $g(x)$, a $h(x)$ és az $i(x)$ függvény grafikonja

$$f(x) = x^2 \quad g(x) = x^2 - 4 \quad h(x) = (x - 4)^2 \quad i(x) = \frac{1}{3}x^2$$

34. Rajzold meg közös koordináta-rendszerben a függvények grafikonját. Az f függvény grafikonjából hogyan kapható meg a $g(x)$ és a $h(x)$ függvény grafikonja

$$f(x) = |x| \quad g(x) = |x| - 4 \quad h(x) = 4|x|$$

Függvények szélsőértékhelye és szélsőértéke

35. Ábrázoljuk a függvényeket, majd állapítsuk meg, hogy hol van szélsőértéke, a szélsőérték maximum-e vagy minimum, és mennyi a szélsőértéke?

$$y = |x + 7| \quad y = \frac{2}{3}x - 5 \quad y = |x - 4| - 1 \quad y = -x^2 - 3 \quad y = x^2 + 2$$

$$y = -2x + 6 \quad y = (x + 1)^2 - 4 \quad y = |x + 7| + 1 \quad y = -|x| + 5 \quad y = -\frac{1}{5}x$$

36. Az alábbi, hozzárendelési szabállyal adott másodfokú függvények közül válasszuk ki azokat, amelyeknek a) nincs minimuma; b) nincs maximuma!

$$f(x) = -x^2, \quad g(x) = x^2 - 6, \quad h(x) = -x^2 + 6 \quad i(x) = x^2 + 4$$

37. Rajzold meg egy olyan függvény grafikonját, és add meg a hozzárendelési szabályát, amelynek

- a) -2 -ben minimuma van, a minimumértéke -3
- b) 0 -ban maximuma van és a maximumértéke 1
- c) 5 -ben minimuma van és a minimumértéke -2
- d) 1 -ben maximuma van és a maximumértéke 10

38. Rajzolj olyan függvényt, de ne add meg a hozzárendelési szabályát, amelynek

- a) három maximumhelye van és mind a három helyen ugyanannyi a függvényérték
- b) három minimumhelye van és mind három helyen ugyanannyi a függvényérték
- c) végtelen sok maximumhelye és egyben végtelen sok minimumhelye van

39. Hol van szélsőértéke, a szélsőérték maximum-e vagy minimum, és mennyi a szélsőértéke a 15. feladat függvényeinek?
40. Hol van szélsőértéke, a szélsőérték maximum-e vagy minimum, és mennyi a szélsőértéke a 21. feladatban látható függvényeknek?

Egyenletek, egyenlőtlenségek grafikus megoldása

Oldjuk meg grafikusan:

41. $3x - 4 = -2x + 11$ $\frac{3}{4}x + 2 = \frac{1}{2}$ $2x + 5 = 2x - 5$ $\frac{3}{2}x - 2 = -2x + 5$
42. $\frac{1}{3}(x - 3) = \frac{1}{3}x - 1$ $-2x + 6 = 3x$ $2x - 0,5 = -0,5x + 12$
43. $2x - 3 = x + 1$ $\frac{1}{2}x = -x + 3$ $|x| \leq 3$ $-x - 1 > x + 1$
44. $x^2 = -x + 2$ $x - 1 \geq |x|$ $(x - 2)^2 \geq 2x - 4$ $x^2 - 1 < -x + 5$
 $x^2 = |x| + 2$
45. $(x - 3)^2 - 2 < -|x - 2| + 4$

46. Gyártsunk két egyenletet, amelyeket grafikusan kell megoldani. Az ábrázolandó függvények a következők közül kerüljenek ki: másodfokú, abszolútérték, négyzetgyök. Az alapfüggvényekkel minden esetben kettő vagy három transzformációt kelljen végrehajtani. A megalkotott egyenletnek legalább két megoldása legyen. Oldjuk is meg az egyenletet grafikusan.

47. Oldjuk meg grafikusan az egyenlőtlenséget!

$$-2x + 6 < (x - 3)^2 \qquad (x - 3)^2 \leq -2x + 6$$

48. Oldd meg grafikusan: $\sqrt{x} = x - 1$ $\sqrt{x} + 2 = -x + 4$ $\sqrt{x - 3} = \frac{1}{2}x$
 $\sqrt{x} = x^2$ $2 - \sqrt{x} = x^2$ $2x - 6 = \sqrt{x}$ $\sqrt{x} \geq \frac{1}{3}x$ $\sqrt{x} < \frac{1}{3}x$

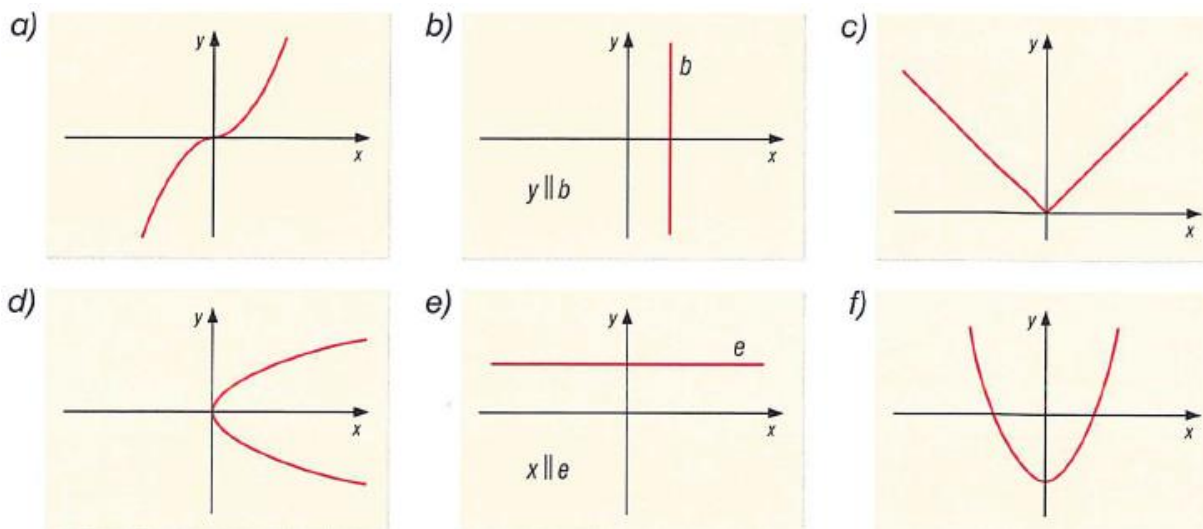
49. Oldjuk meg az egyenleteket, egyenlőtlenségeket grafikusan!

$$-|x| + 2 \geq x^2 \qquad 2x^2 - 3 = 2|x| + 1 \qquad -\sqrt{x} + 3 \leq -|x - 2| + 3$$

$$3\sqrt{x + 1} = -(x - 1)^2 + 10 \qquad \sqrt{x + 5} = -|x + 2| + 3 \qquad -(x - 3)^2 + 4 \geq -|x - 4| + 3$$

Vegyes feladatok

50. Mely grafikonok ábrázolnak függvényt! Azok miért, a többi miért nem?



51. Add meg annak az abszolútértékes függvénynek a hozzárendelési szabályát, amelynek grafikonjára illeszkednek a következő pontok:

a) A(-2, 4) B(0, 2) C(4, 4), b) D(-3, 2) E(1, 2) F(3, 1)

52. Soroljuk fel, hogy a P, Q, R, S, T pontok az $f(x)$, $g(x)$, $h(x)$ függvények közül melyiknek a grafikonjára illeszkednek! (Egy pont több függvényhez is tartozhat!)

$$f(x) = -|x + 6| + 20, \quad g(x) = x^2 - 1, \quad h(x) = 3$$

(P(0, 3), Q(2, 3), R(-2, 3), S(-1, -1), T(5, 9))

53. Vizsgáljuk meg, melyik hozzárendelési szabály alapján töltöttük ki az értéktáblázatokat.

$$f(x) = 3 - 4x, \quad g(x) = \frac{1}{x} - 2, \quad h(x) = x^2 - 4x + 3 \quad k(x) = |x - 2| - 1$$

1.

x	-2	-1	0	1	2
y	-2,5	-3	—	-1	-1,5

2.

x	-2	-1	0	1	2
y	15	8	3	0	-1

3.

x	-2	-1	0	1	2
y	3	2	1	0	-1

4.

x	-2	-1	0	1	2
y	11	7	3	-1	-5

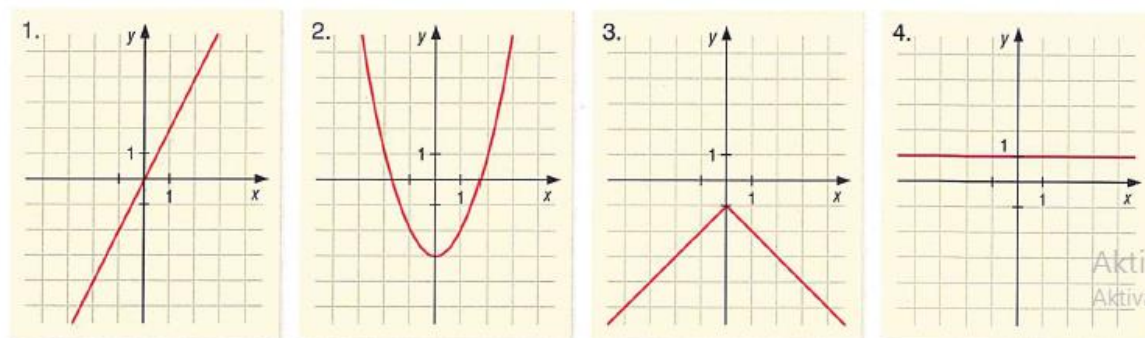
54. Az alábbi függvények közül melyek grafikonja parabola?

$$f(x) = x^2 - 1, \quad g(x) = 4 - x^2, \quad h(x) = x - 2 \quad i(x) = |x| + 2 \quad j(x) = 3x - 2 \quad k(x) = (x + 3)^2$$

55. a) Olvassuk le a grafikonokról, hogy melyik grafikonra melyik pont illeszkedik?

b) Adjuk meg a függvények hozzárendelési szabályát.

$P(-2; 1); \quad Q(3; 6); \quad R(2; 1); \quad S(1; -2); \quad T(3; -4); \quad U(-1; -6)$



56. Határozzuk meg grafikus úton, hogy x mely értékeire nullánál nagyobb, nullánál kisebb, nulla a következő függvények értéke.

$$f(x) = 3x - 8 \quad g(x) = |x - 2| - 4 \quad h(x) = x^2 - 9 \quad i(x) = \sqrt{x + 4} - 1$$

57. Másodfokú függvény grafikonjából megadunk három pontot. Ábrázolás után adjuk meg a függvény hozzárendelési szabályát.

a) $A(-2, 1) \quad B(0, 1) \quad C(1, 4)$ b) $A(2, 4) \quad B(3, 2) \quad C(4, -1)$ c) $A(-4, -2) \quad B(-1, 1) \quad C(0, 6)$

Számtani sorozatok

58. Adjuk meg a sorozatok első három és a harmincadik elemét!

$$a_n = n + 1 \quad a_n = 2n + 1 \quad a_n = 2 - 2n \quad a_n = 2^n \quad a_n = n^2 + 1$$

59. Megadtuk a sorozat első négy elemét. Adjuk meg a sorozat egy hozzárendelési szabályát, majd írjuk fel a sorozat következő három elemét! A szabály alkalmazásával írjuk fel a sorozat harmincadik elemét!

$-2, 0, 2, 4, \dots$ $1, 3, 9, 27, \dots$ $3, -3, -3, \dots$ $1, -2, 4, -8, \dots$ $50, 30, 10, -10, \dots$

60. Egy sorozat hozzárendelési szabálya: $a_n = 2n + 3$. Hányadik eleme a sorozatnak a 113? Adjuk meg a sorozat századik elemét! Lehet-e a sorozatban két szomszédos elem különbsége 3?

61. Az $a_n = (-1)^n \cdot n + 1$ sorozatban szerepel-e elemként a 100? Adjuk meg a sorozat kilencvenkilencedik és századik elemét!

62. a) Mennyi a számtani sorozat tizedik eleme, ha az első eleme -10, a különbsége 4? b) Mennyi az első húsz elem összege?

63. Egy számtani sorozat tizedik eleme 29, különbsége -3 . Mennyi az első eleme?

64. Egy számtani sorozatban $a_1 = 2, a_3 = 6$. a) Számítsuk ki a_2 -t b) Mennyi $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{20}$?

65. Egy számtani sorozatban $a_2 = 10, a_5 = 20$. Mennyi a sorozat első eleme és differenciája?

66. Egy számtani sorozatban $a_5 = 8, a_8 = 0$. Mennyi a sorozat hatodik és hetedik eleme?

67. Határozzuk meg annak a számtani sorozatnak az n -edik elemét, amelyben:

a) $a_1 = 3$ $d = 5$ $n = 16$ b) $a_1 = -1,6$ $d = -0,2$ $n = 23$ d) $a_1 = 4$ $d = -\frac{1}{4}$ $n = 13$

68. Egy számtani sorozat első három eleme $2, \frac{5}{2}, 3$. Mennyi a tizenötödik eleme?

69. Egy számtani sorozat első három eleme $1, \frac{5}{4}, \frac{3}{2}$. Mennyi a tizenhetedik eleme?

70. Egy számtani sorozat első három eleme $\frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}$. Hányadik eleme a 13?

71. Egy számtani sorozat első három eleme $\frac{7}{3}, \frac{13}{3}, \frac{19}{3}$. Hányadik eleme a $\frac{79}{3}$?

72. Az 1 és a 25 közé iktassunk öt számot úgy, hogy a megadottakkal együtt egy számtani sorozat hét egymás utáni elemét kapjuk.

73. Az 1 és a 10 közé iktassunk tizenhét számot úgy, hogy a megadottakkal együtt egy számtani sorozat szomszédos elemeit alkossák.

74. Egy számtani sorozatban a) $a_1 = 3, a_5 = 11$ $a_7 = ?$

b) $a_3 = 26, a_7 = 2$ $a_{10} = ?$ c) $a_1 + a_7 = 16, a_3 + a_9 = 24$ $a_1 = ?$ $d = ?$

75. Mennyi annak a számtani sorozatnak az első eleme és különbsége, amelyben

$$a_2 - a_5 = 3, a_3 + a_4 = 11?$$

76. Mennyi annak a számtani sorozatnak az első három eleme, amelyben $a_7 - a_2 = 1, a_{20} = 2a_{10}$?

77. Egy számtani sorozatban $a_5 = 20, a_{10} = 100$. Tagja-e a sorozatnak a 180?

78. Egy számtani sorozatban $a_1 = 3, a_{17} = 27$. Hányadik elem a 15?

79. Számítsuk ki a pozitív egész számok összegét 1-től 100-ig

80. Számítsuk ki a páros számok összegét 2-től 100-ig

81. Számítsuk ki a páratlan számok összegét 1-től 89-ig

82. Határozzuk meg az öttel osztható háromjegyű számok összegét.

83. Határozzuk meg azoknak a háromjegyű számoknak az összegét, amelyek öttel osztva kettőt adnak maradékkal.

84. Határozzuk meg a számtani sorozat első n elemének összegét.

a) $a_1 = 1$ $d = 2$ $a_n = 999$ b) $a_1 = 25$ $d = -5$ $a_n = -50$

c) $a_1 = \frac{1}{2}$ $d = \frac{1}{2}$ $a_n = 1000$ d) $a_1 = 3$ $d = \frac{3}{4}$ $a_n = 20$

85. Melyik az a hat szám, amelyet a 7 és 35 közé kell iktatni úgy, hogy a szereplő számok egy számtani sorozat egymás utáni nyolc elemét képezzék?

- 86.** Egy számtani sorozat harmadik eleme 50, a sorozat tizedik eleme 10-zel kisebb a nyolcadik eleménél. Határozzuk meg a sorozat első elemét!
- 87.** Számítsuk ki a számtani sorozat első n elemének összegét ismerve a sorozat három adatát.
 $a_1 = 1, d = 3, n = 15$ $a_1 = 200, d = 2, n = 50$ $a_1 = -20, d = 5, n = 6$ $a_1 = -30, d = -2, n = 12$
- 88.** Határozzuk meg a 3-mal osztható kétjegyű számok összegét!
- 89.** Határozzuk meg azoknak a háromjegyű számoknak az összegét, amelyek páratlanok és 3-mal oszthatók!
- 90.** Határozzuk meg a számtani sorozat első elemét és az első n elem összegét.
 $a_n = -10, d = 2, n = 15$ $a_n = 459, d = 10, n = 45$ $a_n = 1, d = -\frac{1}{4}, n = 13$ $a_n = 0, d = \frac{1}{2}, n = 20$
- 91.** Egy könyvszekrény 8 polca közül a legfelsőn 35 könyv van és minden további polcon 4-gyel több, mint a felette levőn. Hány könyv van ebben a könyvszekrényben?
- 92.** Egy test mozgása során az első másodpercben 16 m-t, a másodikban 48 m-t, a harmadikban 80 m-t tesz meg. Hány métert tesz meg a hatodik másodpercben és hány métert 6 másodperc alatt, ha a másodpercenként megtett útját a későbbiekben is hasonló módon növeli?
- 93.** Hányat üt az óra egy nap alatt, ha csak a teljes órákat üti?
- 94.** Hányat üt az óra egy nap alatt, ha üti a negyed órákat is 1, 2, 3, illetve 4 ütéssel?
- 95.** Egy koncertterem nézőterén 27 széksor található. Az első sorban 73 szék, a másodikban 79 szék, a harmadikban 85 szék található. A további sorokban hasonlóan növekszik a székek száma. Telt ház esetén hányan foglalhatnak helyet a nézőtéren?
- 96.** Egy cirkusz kör alakú nézőterén a nézők 22 sorban ülhetnek. Minden következő sorban 12 hellyel több van, mint az előzőben. Hány ember fér el a nézőtéren, ha az első sorban 68 szék található?
- 98.** Gerendákat raknak gúlába úgy, hogy a legalsó sorban 15 gerenda van. A második sor gerendáit az első sor szomszédos gerendái közötti mélyedésekbe helyezik és így tovább. Az utolsó sorba egy gerenda jutott. Hány gerenda van az egész halomban?
- 99.** Egy sorozatról a következőket tudjuk:
a) $a_{n+1} = a_n + 3$ és $a_1 = 8$. Fejezd ki ennek a sorozatnak az n -edik elemét n -nel.
b) $a_n = 8 - 2n$. Fejezd ki a sorozat $(n+1)$ -edik elemét az n -edik elemmel.
- 100.** a) Egy számtani sorozat három egymás utáni elemének összege 18. Mennyi a második elem?
b) Egy számtani sorozat öt egymás utáni elemének összege 120. Mennyi a második elem?
- 101.** Mennyi a pozitív egész számok összege a) 1-től 42-ig? b) 1-től 1000-ig?
- 102.** Egy számtani sorozat második és hetedik eleme $\frac{1}{2}$ és $\frac{2}{3}$. Határozzuk meg a sorozat első hat elemét.
- 103.** Mennyi azon háromjegyű számok összege, amelyek négyvel osztva egyet adnak maradékul?

- 104.** Határozzuk meg azon 100 és 500 közé eső számok összegét, amelyek oszthatók hárommal.
- 105.** Egy szabadtéri színház nézőterén az első sorban 25 ülőhely van. Minden további sorban 4-gyel több ülőhely van, mint az előzőben. Hány ülőhely van a) a 15. (az utolsó) sorban; b) a nézőtéren összesen?
- 106.** Egy számtani sorozat első két tagja 5; 9. a) Mennyi a számtani sorozat különbsége? b) Határozzuk meg a sorozat következő 5 tagját! c) Mi lesz a sorozat 20. tagja?
- 107.** Egy számtani sorozat különbsége 11, ötödik tagja 72. Határozzuk meg a sorozat első négy tagját!
- 108.** Egy számtani sorozat negyedik tagja 7, hetedik tagja 25. a) Mennyi a sorozat különbsége? b) Határozzuk meg a sorozat első hét tagját! c) Adjuk meg a sorozat 50. tagját!
- 109.** Egy számtani sorozat első tagja 2, különbsége 3. a) Adjuk meg a sorozat első öt tagját! b) Adjuk meg a sorozat 40. tagját! c) Számítsuk ki a sorozat első 40 tagjának összegét!
- 110.** Határozzuk meg az első n pozitív egész szám összegét, ha
a) $n = 50$; b) $n = 100$; c) $n = 75$; d) $n = 111$!
- 111.** Mennyi az összes kétjegyű természetes szám összege?
- 112.** Mennyi a kétjegyű páros természetes számok összege?
- 113.** Adjuk össze az összes, 1000-nél kisebb 3-ra végződő természetes számot! Mivel egyenlő ez az összeg?
- 114.** Egy génkezelt szuperkukac születésekor 1 cm hosszú. Első nap 2 cm-t növekszik, majd minden nap 3 cm-rel többet növekszik, mint az előző nap. a) Hány centimétert nő a kukac a születése utáni 10. napon? Mennyit nő a 100. napon? b) Hány centiméteres a kukac 10 nap elteltével? Mennyit nő 100 nap elteltével?



- 115.** Zsolti ímmel-ámmal elkezdte olvasni a kötelező olvasmányt. Első nap 12 oldalon rágtá át magát. Mivel nagyon érdekesnek találta, minden nap 3 oldallal növelte az előző napi adagját. Hány nap alatt olvasta el a 441 oldalas könyvet?

- 116.** Egy számtani sorozatban az első elem 8, az első három elem számtani közepe 12. a) Mennyi a sorozat differenciája? b) Mennyi az első nyolc elem összege? c) Hány sorozatbeli elem van 100 és 200 között?

- 117.** Számold ki a tört értékét: $\frac{1+2+3+4+\dots+99+100+101}{1-2+3-4+\dots+99-100+101}$

Nehezebb feladatok

118. Milyen (x, y) számpárokra teljesülnek a következő egyenletek, egyenlőtlenségek? A megoldást a koordináta-rendszerben add meg úgy, hogy az egyenletet kielégítő (x, y) számpárt azzal a ponttal jelöld, amelyiknek x az első, y a második koordinátája.

$$y - x = 0$$

$$y > 2x$$

$$xy = 0$$

$$xy > 0$$

$$y^2 = x^2$$

$$x^2 < 4$$

$$x^2 > 4$$

$$x(x + 2) > 0$$

$$y - 2x = 1$$

$$|x| = |y|$$

$$x^2 > y^2$$

$$x^2 + y^2 = 0$$

$$(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 0$$

$$(x + 1)(y - 2) = 0$$

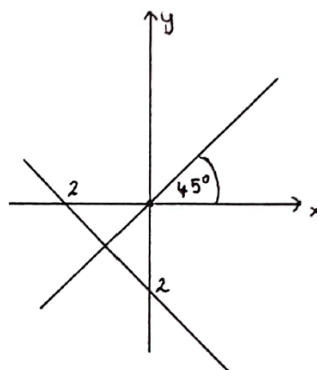
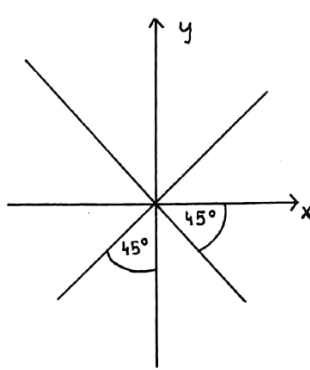
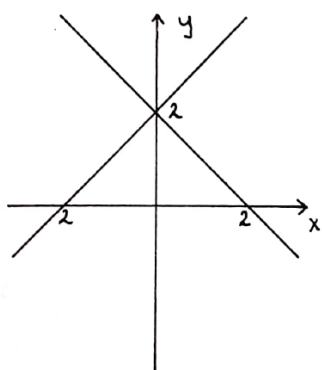
$$(y - x)(y + x + 3) = 0$$

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$(x^2 - 1)(y^2 - 4) = 0$$

119. Készítsünk egy olyan kétismeretlenes elsőfokú egyenletet, amelynek a megoldása ez és csak ez:
 $x = 3, y = 5$

120. Keressünk olyan egyenleteket, amelyek megoldáshalmazát ezek az ábrák szemléltetik.



121. Azt a függvényt, amely minden pozitív egész számhoz hozzárendeli az osztóinak darabszámát, $d(n)$ -nel jelöljük.

a) Mi a $d(n)$ függvény értékkészlete?

b) Mely n értékekre teljesül, hogy $d(n) = 2$ $d(n) = 3$ $d(n) = 12$?

c) Határozd meg a következő $d(n)$ értékeket.

$$d(3^7)$$

$$d(11^k)$$

$$d(p^k) \text{ (p prímszám)}$$

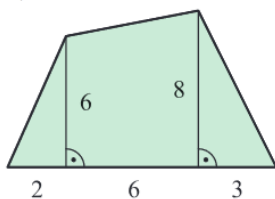
$$d(3^4 \cdot 5^6)$$

V. Geometria

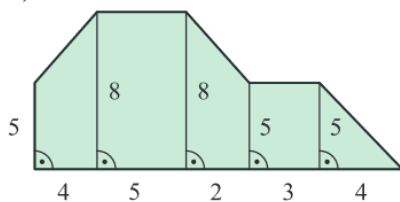
Geometriai számítások

1. Egy kör középpontja O, a körvonal pontjai A, B, C. Határozd meg az ABC háromszög szögeit, ha az AOB szög 120° és a BOC szög 150°
2. Egy derékszögű háromszög befogói 15 cm és 112 cm. Számítsd ki a súlyvonalainak hosszát!
3. Egy konvex négyszög belső szögeinek aránya 3 : 4 : 5 : 6. Mekkora a belső és a külső szögei?
4. Egy rombusz kerülete 36 cm, az egyik átlója két 28 cm területű háromszögre bontja a rombuszt. Számítsd ki a rombusz területét.
5. Számítsd ki a húrtrapéz területét, ha a) alapjai 28 cm és 13 cm, szárjai 23 cm hosszúak, b) három oldala 6 cm, a negyedik oldala pedig 8 cm, c) alapjai 6 cm és 16 cm hosszúak, és kör írható bele.
6. Számítsd ki a 8 cm sugarú körbe írt négyzet kerületét és területét.
7. Számítsd ki a 8 cm sugarú körbe írt szabályos hatszög kerületét és területét.
8. Az ábrákon levő adatok alapján számítsuk ki a sokszögek területét.

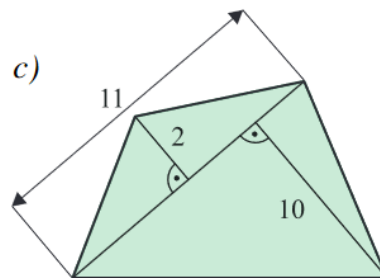
a)



b)



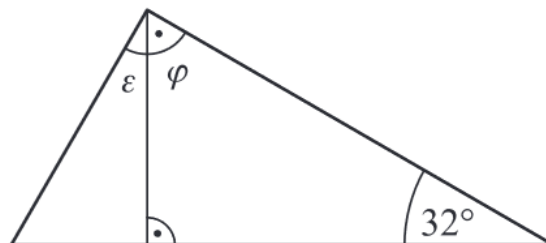
c)



9. Hány fokos szöget zár be két metsző egyenes, ha az általuk meghatározott négy szög közül
 - a) két szög összege 130°
 - b) három szög összege 237°
 - c) az egyik szög háromszor akkora, mint a másik?

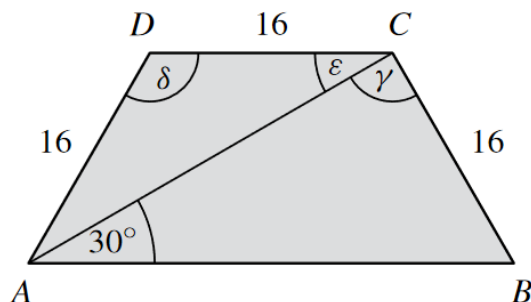
10. Egy derékszögű háromszögnek van egy 32° -os szöge. Hány fokos szögekre bontja az átfogóhoz tartozó magasság a derékszöget?

11. Egy szabályos hatszög egyik átlója 7 cm^2 területű háromszöget metsz le a hatszögből. Hány cm^2 a hatszög területe?

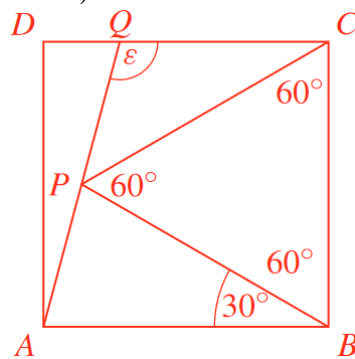
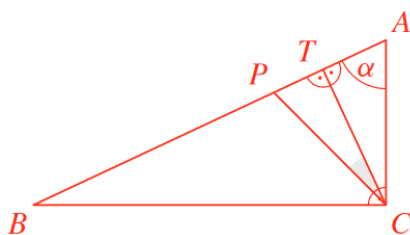


12. Egy derékszögű háromszög derékszögű csúcsából induló magasság és szögfelező 15° fokos szöget zár be egymással. Készíts ábrát! Jelöld az ismert szögeket! Mekkora ennek a derékszögű háromszögnek a hegyesszögei?

13. Az ábrán látható ABCD szimmetrikus trapézban a szárak és a rövidebbik alap egyaránt 16 egység hosszú. A trapéz átlója a hosszabb alappal 30° -os szöget zár be. Határozd meg az ábrán látható ε , δ és γ szög nagyságát, valamint az AB oldal hosszát! (Az alábbi ábra csak segítségül szolgál, nem feltétlenül tükrözi a valódi méreteket!) $\varepsilon = 30^\circ$, $\delta = 120^\circ$, $\gamma = 90^\circ$, $AB = 32$



14. Egy derékszögű háromszög egyik szöge 65° . Mekkora szöget zár be az átfogóhoz tartozó magasság a derékszögű csúcsból induló szögfelezővel? (bal oldali ábra)

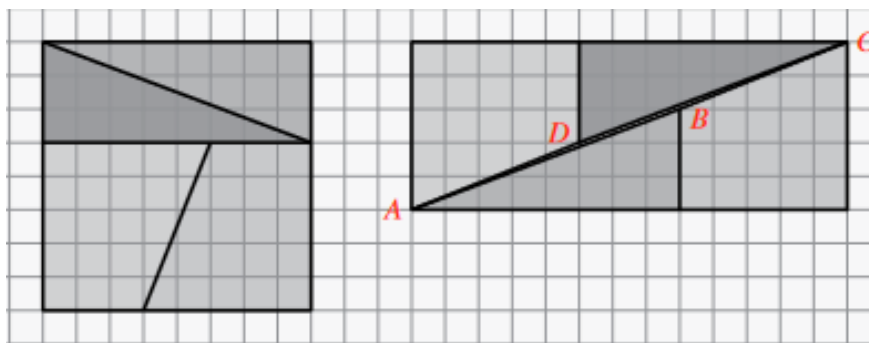


15. Az ABCD négyzet belsejében úgy vettünk fel egy P pontot, hogy a BCP háromszög szabályos legyen. Az AP egyenes a DC-t Q-ban metszi. Hány fokos a PQC szög? (jobb oldali ábra)

16. Egy derékszögű trapéz alapjai 7 cm, valamint 3 cm hosszúak. Rövidebb szára 4 cm. Mekkora a trapéz területe, illetve a rövidebb átlója? Mekkora a szögei?

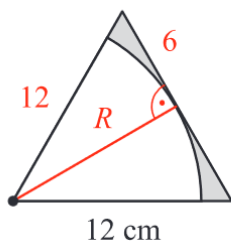
17. A téglalap egyik oldala a , a másik oldala ennek a kétharmad része. Mennyi a téglalap kerülete? Mennyi a téglalap területe?

18. Egy hebehurgya, de agyafúrt inasnak egy 13×5 -ös deszkát kellett volna lefűrészelnie egy drága fából. E helyett egy négyzet alakú deszkát vágott le. Rájött a tévedésére, s a négyzet alakú deszkát az ábrán látható módon szétfű- részelte, és a kért téglalap alakú deszkává ragasztotta össze a rajzon látható módon. Az asztalosmester gyakorlott szeme azonban hamar észrevette a turpisságot. Mi a hiba?

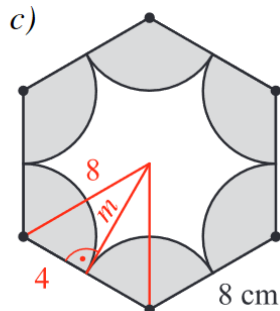


19. Mekkora a fehér alakzatok területe, ha az ábrában levő körívek középpontjai a szabályos sokszög csúcsai? Az eredményt mm^2 pontossággal add meg!

b)

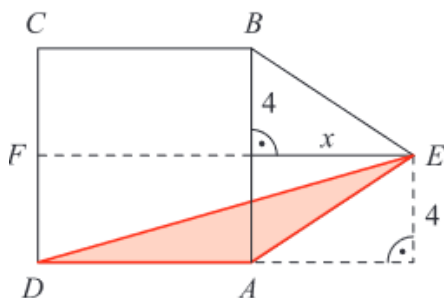


c)

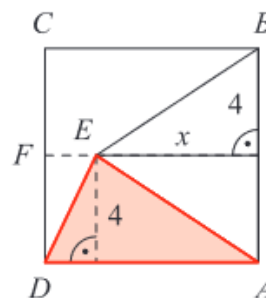


20. A 8 cm oldalú ABCD négyzet AB oldalához az ABE szabályos háromszöget rajzoljuk.

a) Számítsd ki az ED szakasz hosszát! b) Számítsd ki az AED háromszög területét!



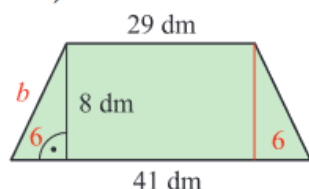
vagy



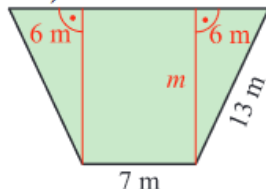
21. Igazold a következő állításokat! A: Ha egy konvex négyszög két szomszédos oldala egyenlő és átlói merőlegesek egymásra, akkor a négyszög másik két oldala is egyenlő.

22. Számítsd ki a húrtrapéz kerületét és területét!

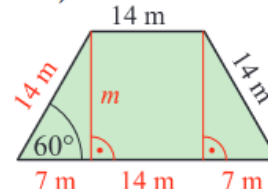
a)



b)



c)



23. a) Induljunk ki a négyszögekből (A, B, C, ...) és adjuk meg, hogy mely tulajdonságokkal rendelkeznek.

b) Induljunk ki a tulajdonságokból (a, b, c, ...) és adjuk meg, hogy mely négyszögekre teljesülnek.

A = {négyzetek}

B = {téglalapok}

C = {rombuszok}

D = {deltoidok}

E = {paralelogrammák}

F = {trapézok}

G = {húrtrapézok}

a: A négyszögnek van két párhuzamos oldala.

b: A négyszög 2-2 szomszédos oldala egyenlő.

c: A négyszög oldalai egyenlők.

d: A négyszög szögei egyenlők.

e: A négyszög szemközti oldalai egyenlők.

f: A négyszög oldalai és szögei egyenlők.

g: A négyszög két-két szemközti oldala párhuzamos.

h: A négyszög egyik átlója merőlegesen felezi a másik átlóját.

i: A négyszögnek van a csúcsokon át nem menő szimmetriatengelye.

24. Döntsd el, hogy igaz vagy hamis állítások-e az alábbiak!

A: A rombusz két szabályos háromszögből áll.

B: Minden deltoid tengelyesen szimmetrikus.

C: A paralelogramma átlói felezik a paralelogramma belső szögeit.

D: A paralelogramma átlói felezik egymást.

E: Van olyan paralelogramma, ami deltoid.

F: Van olyan deltoid, aminek az átlói egyenlő hosszúak.

G: A paralelogramma tengelyesen szimmetrikus.

H: Ha egy trapéz szárai egyenlők, akkor a trapéz húrtrapéz.

I: Van olyan négyzet, ami rombusz is.

J: Nincs olyan négyzet, aminek a területe pontosan 2 cm^2

K: Ha egy négyszögnek van szimmetriatengelye, akkor van két egyenlő szöge.

25. Lefedhető teljesen egy egy méteres oldal élő, négyzet alakú asztalegy 140 cm átmérőjű kör alakú terítővel?

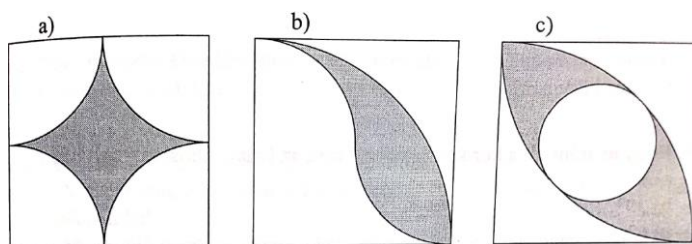
26. Egy háromszög belső szögeinek aránya $2:3:7$. Mekkora a háromszög szögei?

27. A 30° -os ABC derékszögű háromszögben az AB átfogó hossza 34 egység. Az a c hosszabbik befogó harmados pontjai P és Q (P a C-hez közelebbi). a) Számítsuk ki a BCP háromszög területét. b) Mekkora a területe a BPQ háromszögnek?

28. Egy egyenlő szárú háromszögben az alap hossza 10 egység, a hozzá tartozó magasság 12 . Számítsuk ki a szárhoz tartozó magasság hosszát.

29. Egy húrtrapéz egyik alapja a köré írható körének átmérője. Az egyik szöge feleakkora, mint a másik szöge. Határozzuk meg a trapéz kerületét és területét, ha a szára 5 cm .

30. Hányad része a besorozott rész területe a négyzet területének?



31. Egy szabályos sokszögek 54 átlója van. Milyen nagyságú egy belső szöge?

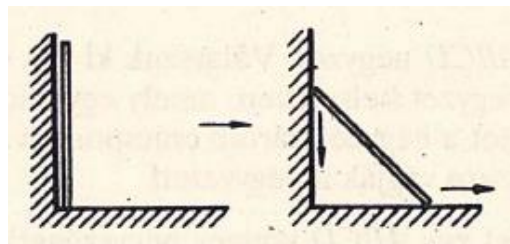
32. Füzet alakú asztalt egy négyzet alakú terítővel szeretnénk leteríteni úgy, hogy az életnek pontosan csak a középső harmadát letakarva az asztal négy sarka ki látszódjon. Le tudná fedni ez a terítő az egész asztallapot?

33. Szimmetrikus trapéz alapjai 40 cm és 20 cm ., területe 720 cm^2 . Mekkora a szárai és az átlói?

34. Egy deltoid két szomszédos szöge 110° és 53° . Mekkora lehetnek a hiányzó szögei?

Szerkesztések és más feladatok

35. Vegyünk fel egy e egyenest, az egyenesen egy A , az egyenesen kívül egy B pontot! Szerkesszünk olyan kört, amely az egyenest A -ban érinti, és átmegy a B ponton!
36. Vegyünk fel egy 45° -os szöget! Szerkesszünk a szögtartományba a szög szárait érintő 2 cm sugarú kört!
37. Vegyünk fel két párhuzamos egyenest egymástól 4 cm távolságra, és a két egyenes között egy P pontot! Szerkesszünk kört, amely érinti az egyeneseket, és átmegy P -n. Hány megoldása van a feladatnak?
38. Vegyünk fel egy 3 cm hosszúságú AB , és egy 5 cm hosszúságú CD szakaszt! Szerkesszünk a szakaszok fölé olyan egyenlő szárú háromszögeket, amelyeknek az alappal szemközti csúcsai egybeesnek!
39. Vegyünk fel egy 3 cm sugarú kört, és rajzoljuk be az egyik átmérőjét! Szerkesszük meg a kör azon pontjait, amelyek az átmérő két végpontjától egyenlő távolságra vannak!
40. Vegyünk fel egy 4 cm sugarú kört, és rajzoljuk be az egyik húrját! Szerkesszük meg a kör azon pontjait, amelyek a húr két végpontjától egyenlő távolságra vannak!
41. Vegyünk fel három, nem egy egyenesre illeszkedő pontot! Szerkesszük meg a három pontra illeszkedő kört!
42. Vegyünk fel három, nem egy egyenesre illeszkedő pontot. Keressünk egy negyedik pontot úgy, hogy legyen olyan ötödik pont a síkon, amelyik a megelőző négy ponttól ugyanakkora távolságra van!
43. Vegyünk fel egy 3 cm sugarú kört, és ennek a körnek egy szelőjét a középponttól egy cm távolságra. Szerkesszünk olyan a) 1 cm ; b) 2 cm sugarú köröket, amelyek érinti az adott kört és a szelőt! Hány megoldása van a feladatnak az egyes esetekben?
44. Egy konvex szög szárai között adott egy P pont. Szerkesszük meg azon pontok halmazát a szög síkjában, amelyek a szög száraitól egyenlő, a P ponttól pedig 3 cm távolságra vannak! Hány megoldása van a feladatnak?
45. Egy konvex szög belsejében szerkesszünk egy egy cm sugarú kört. Szerkesszük meg azon pontok halmazát, amelyek a szög száraitól egyenlő távolságra, a körvonalától pedig a) $0,5\text{ cm}$; b) 1 cm ; c) 2 cm távolságra vannak. A kör helyzetétől függően vizsgáljuk meg a megoldások számát.
46. Vegyünk fel egy szép ABC háromszöget. Szerkesszük meg azon pontok halmazát, amelyekből ez derékszögben látszik!
47. Egy 4 m hosszú létra csúszik le a fal mellett az ábrán látható módon. Milyen pályát ír le eközben a létra felezőpontja?



48. Síkgeometriában melyik állítás igaz, melyik hamis?

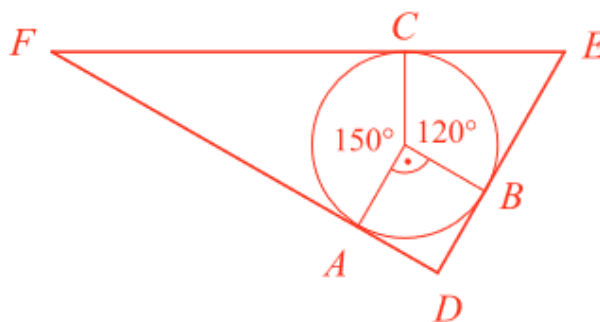
- a) Két egyenestől egyenlő távolságra levő pontok halmaza egy egyenes.
- b) Két párhuzamos egyenestől egyenlő távolságra levő pontok halmaza egy egyenes.
- c) Két metsző egyenestől egyenlő távolságra levő pontok halmaza két egyenes.
- d) Két metsző egyenestől egyenlő távolságra levő pontok halmaza két párhuzamos egyenes.
- e) Két metsző egyenestől egyenlő távolságra levő pontok halmaza két, egymásra merőleges egyenes.
- f) Két párhuzamos egyenestől egyenlő távolságra levő pontok halmaza egy, az eredeti egyenesekkel párhuzamos egyenes.

49. Síkgeometriában melyik állítás igaz, melyik hamis?

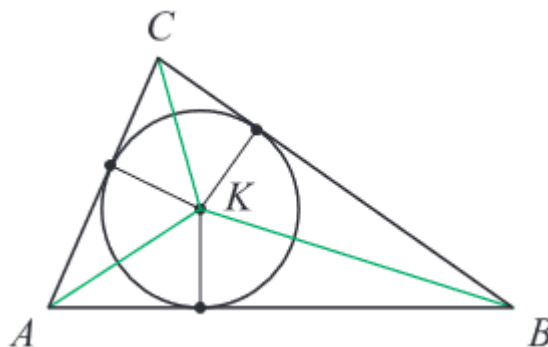
- a) Két ponttól egyenlő távolságra levő pontok halmaza egy pont.
- b) Két ponttól egyenlő távolságra levő pontok halmaza egy kör.
- c) Két ponttól egyenlő távolságra levő pontok halmaza két, egyenlő sugarú kör.
- d) Két ponttól egyenlő távolságra levő pontok halmaza egy egyenes.
- e) Két ponttól egyenlő távolságra levő pontok halmaza a két pont által meghatározott szakasz felező pontjára illeszkedő, a szakaszra merőleges egyenes.

50. Hogyan szerkesztheted meg egy olyan szög szögfelezőjét, amelynek csúcsa leszakadt a papírról? Eljárásod írd le, és indokold!

51. Egy kör középpontja O , a körvonal pontjai A, B, C . Az AOB szög 90° , a BOC szög 120° . Húzz érintőket a körhöz az A, B, C pontokban! Mekkora a szögei az érintők által meghatározott háromszögnek?



52. Egy háromszög szögfelezőinek metszéspontját kösd össze a háromszög csúcsaival! Bizonyítsd be, hogy az így keletkezett három háromszög területének aránya az eredeti háromszög három oldalának arányával egyezik meg.



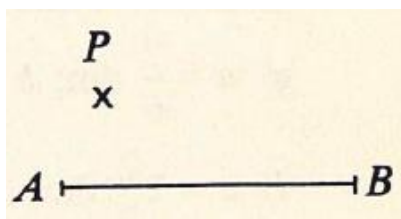
Thalész tétel

53. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget tudván, hogy az alapja 6 cm, a szárához tartozó magassága 4 cm.

54. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget tudván, hogy a szára 8 cm, az alaphoz tartozó magassága 6 cm.

55. Szerkesszünk derékszögű háromszöget, ha az átfogója 9 cm, az átfogóhoz tartozó magassága 5 cm.

56. Szerkesszünk háromszöget, ha az egyik oldala 8 cm, a másik két oldalhoz tartozó magassága 5,5 cm és 5 cm.
57. Húzzuk meg egy beszédes ABC háromszög három magasságvonalát, a magasságpontot jelöljük M-mel. Most rajzoljuk meg az MC szakasz Thalész körét. Hol metszi ez a kör a háromszög AC és BC oldalát?
58. Bizonyítsuk be, hogy a derékszögű háromszög átfogóhoz tartozó súlyvonala két egyenlő szárú háromszögre bontja az eredeti háromszöget.
59. Bizonyítsuk be, hogy a derékszögű háromszög átfogóhoz tartozó súlyvonala fele olyan hosszú, mint az átfogó.
60. Bizonyítsuk be, hogy ha egy háromszög AB oldalához tartozó súlyvonala fele olyan hosszú, mint az AB oldal, akkor az a súlyvonal a háromszöget két egyenlő szárú háromszögre bontja.
61. Bizonyítsuk be, hogy ha egy háromszög egyik oldala kétszer olyan hosszú, mint az oldalhoz tartozó súlyvonal, akkor a háromszög derékszögű.
62. Hogyan szerkeszthető meg egy adott kör ismeretlen középpontja?
63. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög A-ból és B-ből induló magasságainak talppontja egyenlő távolságra van az AB oldal felezőpontjától.
64. Vegyünk fel egy e egyenest és rajta kívül két pontot, A-t és B-t. Szerkesszünk derékszögű háromszöget, amelynek derékszögű csúcsa az e egyenesen van, másik két csúcsa pedig A és B.
65. Tűzzük ki a füzetünkben két kedves pontot, A-t és B-t, és vegyünk fel egy d szakaszt. Szerkesszünk A-n és B-n át egy-egy párhuzamost úgy, hogy azok távolsága d legyen.
66. Vegyünk fel egy egyenlő szárú háromszöget, majd szerkesszünk kört a háromszög egyik szára mint átmérő fölé. Hol metszi ez a kör a háromszög alapját?
67. Vegyünk fel körülbelül ilyen helyzetben egy AB szakaszt és egy P pontot. Szerkesszünk derékszögű háromszöget, amelynek az AB szakasz az átfogója, a P pont pedig az egyik befogó egyik pontja. **2405.**



68. Vegyünk fel egy f egyenest, egyik partján két pontot, A-t és B-t, továbbá egy m szakaszt. Az f egyenest, az A és B pontot a síkon rögzítjük. Szerkesszünk derékszögű háromszöget úgy, hogy az átfogója a f -re essen, az egyik befogója átmenjen A-n, a másik B-n, és a háromszögnek az átfogóhoz tartozó magassága m legyen.

69. Vegyünk fel egy kört és a belsejében két pontot, C-t és D-t. Szerkesszünk egy derékszögű háromszöget, melynek mindhárom csúcsa a körön van, továbbá az egyik befogó a C, a másik befogó a D ponton megy keresztül.
70. Vegyünk egy elegáns kört, ennek AB átmérőjét és AC húrját. Hosszabbítsuk meg az AC egyenest C-n túl és legyen $AC=CD$. Lássuk be, hogy az ABD háromszög egyenlő szárú.

71. Rögzítsünk a síkon két pontot, A-t és B-t. Rajzoljunk olyan háromszögeket, amelyeknek az egyik oldala AB, a C csúcsa pedig a sík bármely pontja. Hol helyezkednek el ezen háromszögek A-ból induló magasságainak talppontjai?

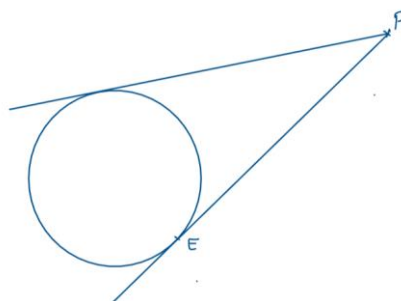
72. Vegyünk fel egy A és egy B pontot, továbbá adjunk meg egy d szakaszt. Szerkesszünk egy olyan A középpontú kört, amelyhez a B-ből húzott érintőszakasz hossza éppen az előre adott d szakasszal egyezik meg.

73. Szerkesszünk háromszöget, $a = 6\text{ cm}$, $b = 4,5\text{ cm}$, $s_a = 4\text{ cm}$
(ez utóbbi az a oldalhoz tartozó súlyvonal).

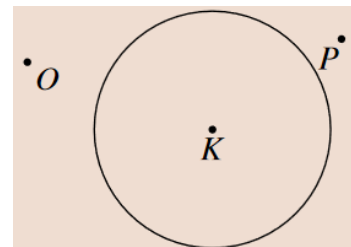
74. Szerkesszünk háromszöget, ha adott két szöge és a beírt körének a sugara. (A szögeket nem fokban kell megadni előre, hanem rajzon fel kell venni két tetszőleges szöget, a szerkesztés során pedig szögmásolással kell azokkal dolgozni.)

75. Az ABCD négyszög oldalaira, mint átmérőkre köröket rajzolunk. Bizonyítsuk be, hogy a négyszög belsejének minden pontja valamelyik kör belsejében vagy a határán van.

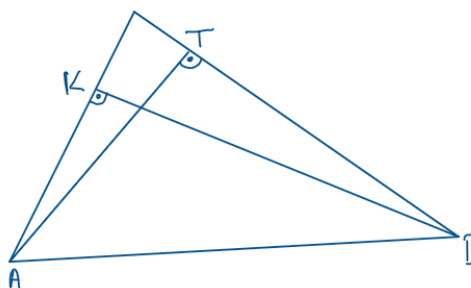
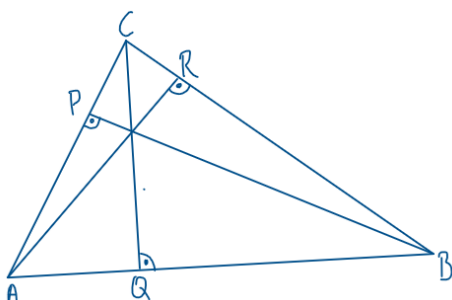
76. a) Számítsd ki a PE érintőszakasz hosszát, ha a P pont 265 mm-re van a 23 mm sugarú kör középpontjától.
b) Mekkora a kör sugara, ha a középpontjától 41 cm-re levő pontból 9 cm-es érintőszakasz húzható a körhöz?



77. Adott k kör, O és P pontok. Az O pontból középpontosan nagyítsd a K kört úgy, hogy a P pont a kör valamelyik pontjának a képe legyen (ld. az ábrát)



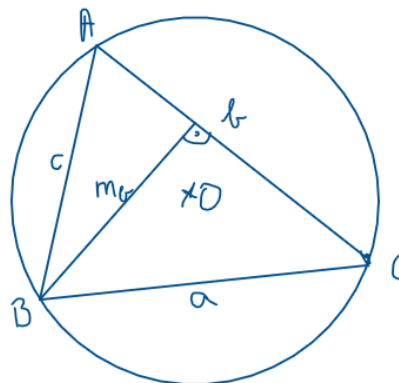
78. Keressünk a bal oldali ábrán Thalész köröket.



79. Szerkesszük meg a következő háromszöget (jobb oldali ábra):
 $AB = 7\text{ cm}$, $AT = 5\text{ cm}$, $BK = 5\text{ cm}$

80. Szerkesszük meg a következő háromszöget
(r a kör sugara): $r = 3,5$ cm, $a = 5$ cm, $m_b = 4$ cm

81. Szerkesszük meg azt a derékszögű
háromszöget, amelynek az átfogója 5 cm, az
átfogóhoz tartozó magassága 2 cm.



82. Bizonyítsuk be, hogy bármely derékszögű háromszögben a derékszög szögfelezője felezi az átfogóhoz tartozó magasságvonal és az átfogóhoz tartozó súlyvonal által bezárt szöget.

VI. Algebra, szöveges feladatok

Racionális és irracionális számok

1. Írjuk fel tizedes tört alakban a következő számokat!

$$\frac{21}{8} \quad \frac{37}{16} \quad \frac{29}{6} \quad \frac{7}{12} \quad \frac{5}{11} \qquad \frac{10}{7} \quad \frac{20}{13} \quad \frac{5}{17}$$

2. Írjuk fel két egész szám hányadosaként a következő tizedes törtet!

$$0,764 \quad 2,1973 \quad 2,5 \quad 4,1\overline{7} \qquad 0,764 \quad 0,76\overline{4} \quad 0,7\overline{64} \quad 3,153\overline{4}$$

3. Az egység hosszúságú szakasz ismeretében hogyan lehet megszerkeszteni a következő hosszúságú szakaszokat? $\sqrt{3}$ $\sqrt{5}$ $\sqrt{15}$

4. Adjunk meg négy olyan irracionális számot, amelyek csak az 1, 2 és 3 számjegyeket tartalmazzák, és értékük a) 1 és 2 között van, b) 10 és 20 között van!

Számoljuk ki, hogy milyen számjegy áll a következő törtek tizedes tört alakjában a tizedes vessző után a 2009-dik helyen!

$$\frac{41}{16} \quad \frac{11}{3} \quad \frac{13}{6} \quad \frac{5}{9} \quad \frac{25}{7}$$

5. Adjunk meg három racionális és két irracionális számot, melyek 5,99 és 6 között vannak!

Egyenletek

6. Oldjuk meg az egyenletet a racionális számok halmazán!

$$2(x-2)=0 \quad (x-3) \cdot 3=0 \quad (x+1) \cdot 5=0 \quad x(x+4)=0 \quad (x-8) \cdot x=0 \quad x(8-x)=0$$

7. Oldjuk meg az egyenletet az egész számok halmazán!

$$(x-1)(x+2)=0 \quad (x+3) \cdot (x-5)=0 \quad (x+1)(x-2)=0 \quad (x+4)(x-3)=0$$

8. Oldjuk meg az egyenletet a természetes számok halmazán!

$$(x-1)(x+2)(x-3)=0 \quad (x+3) \cdot (x-5) \cdot x=0 \quad (x+1)(x-13)(x-2)=0$$

9. Oldjuk meg az egyenletet!

$$x^2=4 \quad x^2=9 \quad x^2=25 \quad x^2=9x \quad x^2+2x=0 \quad x^2-3x=0 \\ 2x^2=4x \quad x^2=4x \quad 4x-x^2=0 \quad 3x^2=75$$

10. Oldjuk meg az egyenletet!

$$(x-1)^2=0 \quad (x+3)^2=0 \quad (x+10)^2=0 \quad (x+2)^2=9 \quad (x-3)^2=1 \\ (x+1)^2=4 \quad (x-2)^2=16 \quad (x+3)^2=9 \quad (x-9)^2=100 \quad (x+9)^2=49$$

11. Alakítsuk át az egyenletet, keressünk megoldást a racionális számok halmazán!

$$x^2+2x+1=0 \quad x^2-6x+9=0 \quad x^2-4x+4=0 \quad (x-3)^2+2=6 \quad (x-2)^2+5=9$$

12. Oldjuk meg az egyenleteket a racionális számok halmazán!

$$(x+2)^2=4x \quad (x-1)^2=x^2 \quad x^2+2=(x-3)^2 \quad (x-5)^2=25+x^2 \quad (x+3)^2=x^2+3$$

13. Oldjuk meg az egyenleteket a valós számok halmazán!

$$x(x-1)=(x-2)^2 \quad 2x^2+9=2(x+1)^2 \quad x^2-2x+1=(x-1)^2$$

Szöveges feladatok

Mozgásra vonatkozó feladatok

14. Két kerékpáros egyszerre indul el a körpályán egy irányba. Egyikük sebessége 8 m/s, a másiké 6 m/s, a pálya 240 m hosszú. Hány kört tesz meg a gyorsabb kerékpáros, míg újra együtt lesznek a rajtvonalnál?

15. Egy kör alakú versenypálya 10 km hosszú. A startvonalról két autó egyszerre egy irányba indul el. Az egyik 130 km-t, a másik 120 km-t tesz meg óránként. A gyorsabb autó mennyi idő múlva körözi le a lassúbbat?

16. Ha Patrícia oda-vissza autóbusszal megy az iskolába, akkor naponta fél órát utazik. Egyik napon busszal ment és gyalog jött haza, így másfél órát volt úton. Mennyi időt tölt úton, ha ma oda és vissza is gyalog megy?

17. Egy körpálya két átellenes pontjáról egyszerre indul el ugyanolyan irányba Árpí és Bandi. Árpí 18 perc, Bandi 24 perc alatt járja egyszer végig a pályát. Hány perc múlva éri utói Árpí Bandit?

18. Két város 120 km-re van egymástól. Az egyikből 70 km/h, a másikkól 50 km/h sebességgel halad egymás felé egy-egy motoros. A lassúbb motoros indulása után 1,5 óra múlva találkoznak. A gyorsabb motoros hány órával később indult, mint a lassúbb?

19. Két kerékpáros egy bizonyos távolságból egyszerre indul egymás felé. Az egyik sebessége 6 m/s, a másiké 8 m/s. Az elindulásuktól számított 40. és 50. másodpercben ugyanakkora lesz az egymástól való távolságuk. Milyen messze voltak egymástól az induláskor?

20. Két végállomás között az utat az egyik vonat 10, a másik 12 óra alatt teszi meg (a várakozási időket nem számítva). Ha az egyik átlagsebessége 9 km/h-val több a másikénál, akkor milyen átlagsebességgel haladtak a tehervonatok? Milyen messze van egymástól vasúton a két végállomás?

21. Két vonat indul ki egyidőben egymással szembe az egymástól 486 km-re levő A és B városból. Reggel 9 órakor találkoznak, s ekkor az egyik vonat 54 km-rel többet tett meg, mint a másik. A találkozás után mindkettő az eredeti sebességével haladt tovább. Az A-ból induló vonat 12 óra 36 perckor érkezett B városba. Percnyi pontossággal mikor érkezett a másik vonat az A városba?

22. Egy repülőgép 2 óra alatt ér Budapestről Brüsszelbe. Egy autó ugyanezt az utat 15 óra alatt teszi meg. Ha egyszerre indulnak, az autónak még 1300 km útja lesz hátra, mikor a repülőgép már Brüsszelbe ér. a) Milyen messze van Brüsszel Budapeستől? b) Mekkora a repülőgép, ill. az autó átlagsebessége?



23. A Kelén elnevezésű hajó elindul Badacsonyból Fonyódra. Ugyanekkor indul Fonyódról Badacsonyra a Siófok nevű hajó, amelynek átlagsebessége 12 km/h-val nagyobb, mint a Keléné. A hajók 15 perc múlva, Fonyódtól 4 km távolságra találkoznak. a) Mekkora sebességgel haladnak a hajók? b) Milyen távol van Fonyód Badacsonytól?

24. Baja 100 km-re van Szegedtől. Reggel 8 órakor Pisti elindul Szegedről biciklivel Bajára, Andi ugyanekkor elindul Pisti elé Bajáról Szegedre autóval. Pisti átlagsebessége 18 km/h. Bajától 77,5 km-re találkoznak. a) Hány órakor találkoznak? b) Mekkora átlagsebességgel haladt Andi? c) Ha ekkor Andi felveszi Pistit biciklistől, majd elviszi Bajára, hány órára érnek oda?

25. Andris az asztal körül kergeti az öccsét, Lacikát. Lacikának kezdetben 3 méter előnye van. Andris sebessége Lacika sebességének a kétszerese. Andris 6 másodperc alatt utoléri csintalan öccsét. Mekkora sebességgel szalad Lacika, illetve Andris?

26. Pangyília egyik végéből a másikba 10 óra 15 perckor elindul egy személyvonat, 11 órakor pedig egy gyorsvonat. Egyszerre érnek Csumbáliába negyed kettőkor. A gyorsvonat átlagsebessége 30 km/h-val nagyobb, mint a személyvonaté. a) Milyen messze van Gyangólia és Csumbália? b) Mekkora a vonatok átlagsebessége?

27. Egy kerékpárversenyen a résztvevők egy 4 km hosszú körpályán haladtak. A rajtnál egyszerre indult mindenki. A győztes átlagsebessége 38 km/h, az utolsó helyezetté 36 km/h volt. Mennyi idő elteltével körözte le először a győztes az utolsót? Hány kört tettek meg eközben?

Számjegyekkel kapcsolatos példák

28. Három szám összege 99. Ha az első számot 10-zel, a másodikat 15-tel, a harmadikat pedig 5-tel szorozzuk meg, akkor a három szorzat egyenlő lesz. Melyek ezek a számok?

29. Egy kétjegyű szám jegyeit fölcseréltük, a kapott számhoz 12-t adtunk, majd az összeg felét vettük. Az így kapott szám jegyeit felcseréltük, így 42-t kaptunk. Melyik az eredeti szám?

30. Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 13. Ha a számot 12-vel elosztjuk, akkor a hányados a szám utolsó számjegyével egyezik meg, a maradék pedig ennél 2-vel kisebb. Melyik ez a szám?

31. Melyik az a kétjegyű szám, amelyben a számjegyek összege 10, és amelyből kivonva a számjegyek felcserélésével kapott számot 36-ot kapunk?
32. Egy kétjegyű szám egyik jegye 5-tel nagyobb a másiknál. Ha a jegyeket felcseréljük, az eredeti szám háromszorosánál 9-cel kisebb számot kapunk. Melyik az eredeti kétjegyű szám?
33. Egy kétjegyű szám első számjegye 2-vel kisebb, mint a második. A számjegyei felcserélésével kapott számot az eredetihez adva 88-at kapunk eredményül. Melyik ez a szám?
34. Egy kétjegyű szám első számjegye 3-mal kisebb a 2. számjegynél. Ha a jegyeket felcseréljük, akkor az eredeti szám kétszeresénél 2-vel nagyobb számot kapunk. Melyik a felcseréléssel kapott szám?
35. Egy kétjegyű szám első és második számjegyének aránya 2:3. Ha a számjegyeket felcseréljük, 18-cal nagyobb számot kapunk. Milyen számjegy áll az eredeti számban az egyesek helyén?
36. Egy kétjegyű szám első számjegye 3-mal kisebb, mint a második. A számjegyek felcserélésével kapott szám kétszeresét az eredeti számhoz adva az eredmény 129. Melyik ez a szám?
37. Egy kétjegyű szám számjegyeinek összege 8. A számot a számjegyei felcserélésével kapott számból kivonva az eredmény 36. Melyik ez a szám?
38. Egy kétjegyű pozitív egész számra gondoltam. Számjegyeinek összege 9. Ha a jegyeket felcseréljük, akkor az eredeti szám négyszeresénél annnyival kapunk többet, mint a számjegyek összege. Melyik számra gondoltam?
39. Egy kétjegyű szám első számjegye 6-tal kisebb, mint a második. Ha ezt a számot kivonjuk a számjegyei felcserélésével kapott számból, akkor 54-et kapunk. Melyik ez a szám?
40. Melyik az a kétjegyű szám, amelyben a számjegyek összege 9, és amelyet a számjegyei felcserélésével kapott számból kivonva az eredeti ötödét kapjuk?

Életkorral kapcsolatos feladatok

41. Hány éves Kázmér, aki ezt mondja: „Három év múlva feleannyi idős leszek, mint amennyi András hat évvel ezelőtt volt, amikor én harmad annyi éves voltam, mint amennyi András most?”
42. Apa és András együtt 51 évesek. Anya és Peti együtt 49 évesek. Apa és anya együtt 74 évesek. Melyikük hány éves?
43. Ádám 4 évvel idősebb, mint az öccse, Barnus. Három év múlva Ádám éppen másfélszer annyi idős lesz, mint Barnus. Melyikük hány éves?
44. Mi a foglalkozása annak, aki 11 év múlva 5-ször annyi éves lesz, mint amennyi 9 évvel ezelőtt volt?
45. Egy apa egy évvel idősebb, mint fia életkorának kétszerese. 12 évvel ezelőtt éppen 3-szor annyi éves volt, mint a fia. Melyikük hány éves most?
46. Egy anya 51 éves, lányai 18 és 24 évesek. Hány évvel ezelőtt volt az anya életkora éppen kétszer annyi, mint a lányok életkora együtt?

47. Egy 50 évesnél fiatalabb apa 5 évvel idősebb, mint a legidősebb fia életkorának 7-szerese. Az apa és a fiú életkorának összege osztható 5-tel. Hány évesek?
48. „Bátyám 6-szor annyi idős, mint én. 4 év múlva már csak kétszer annyi idős lesz. Hány éves vagyok?”
49. Hány éves most János, ha 5 év múlva háromszor olyan idős lesz, mint 15 évvel ezelőtt volt?
50. Balázs 4-szer annyi éves, mint a kutyája, Rex volt akkor, amikor Balázs 3 évvel volt idősebb, mint Rex most. Kettejük életkorának összege most 18 év. Melyikük hány éves?
51. Dédi 2017-ben lett 90 éves. 1932-ben Dédi édesanyja, az üknagymama ötször annyi idős volt, mint Dédi. Az üknagymamát az édesanyja 21 éves korában szülte. Mikor született az üknagymama édesanyja?
52. Amikor Ádám született, édesanyja 24 éves volt. Hány év múlva lett az édesanyja a) 25-ször annyi idős, mint Ádám, b) 13-szor annyi idős, mint Ádám, c) 3-szor annyi idős, mint Ádám, d) 2-szer annyi idős, mint Ádám?

Közös munkavégzésre vonatkozó példák

53. Egy ló egy szekér szénát 1 hónap alatt, egy kecske 3 hónap alatt, egy juh 4 hónap alatt eszik meg. Mennyi idő alatt eszi meg a kocsis szénát a ló, a kecske és a juh együtt?

54. Egy 100 l-es kádba két csőből engedik a vizet. Az elsőből 10 l, a másodikból 15 l víz ömlik a kádba percenként. Hány perc alatt telik meg a kád, ha mindkét csövet egyszerre nyitják meg?



55. Egy tartályba 1000 l víz fér. Egy csapon keresztül 2,5 hl víz folyik be egy óra alatt, míg a lefolyón 50 l víz folyik el óránként. Mennyi idő alatt telik meg a tartály, ha egyszerre nyitjuk meg a csapot és a lefolyót?

56. Egy medence az egyik csapon át 10 óra alatt, a másikon 5 óra alatt telik meg. A lefolyón 15 óra alatt ürül ki. Hány óra alatt telik meg a medence, ha mindkét csap nyitva van és a lefolyót is ugyanakkor nyitottuk ki?



57. Három munkabrigád külön-külön 5 nap, 4,5 nap illetve 4 nap alatt végezne a gyümölcsös felásával. Mennyi idő alatt készülnek el, ha együtt dolgoznak, de az első brigád csak fele létszámmal vesz részt a munkában?

58. Bence 16 óra alatt ásná fel egyedül a kertet, Dani 12 óra alatt. Együtt kezdenek a munkához, de 5 órai munka után Bencét más munkára küldik. Hány órát kell még Daninak egyedül dolgoznia, hogy készen legyen az ásással?

59. Kovácsék karácsonyra 300 üdvözlőlapot küldenek ismerőseiknek és üzletfeleiknek. Ha Kovács úr egyedül írja meg a lapokat, 4 óra alatt végez a feladattal. Ha a felesége is segít, 1 óra 20 perc alatt végeznek. Mennyi idő alatt írná meg Kovácsné a lapokat egyedül?
60. Egy adag húst Lajos hentes 2 perc alatt darál le, Béla hentes pedig 3 perc alatt. Mennyi idő alatt darálják le a húst, ha a két darálóval egyszerre dolgoznak?
61. Az udvaron egy nagy halom fa van. Ha Ábel egyedül hordja be, 24 perc alatt végez a munkával. Ha nővére, Csenge hordja be a fát egyedül, 16 perc alatt készül el. Mennyi idő alatt végeznek, ha együtt hordják be a fát?
62. Egy metróalagút-szakaszt az egyik fűrőpajzs egyedül 12 nap alatt, a másik 15 nap alatt fűrná ki. Mennyi idő múlva találkozik a két fűrőpajzs, ha egymással szemben egyszerre indítják őket a leendő alagút két végéről?
63. Egy előtött pincéhez két szivattyúval vonult ki a tűzoltóság. Az egyik szivattyú 1,2 óra alatt szivattyúzná ki a vizet, a két szivattyú együtt 40 perc alatt. Mennyi idő alatt szivattyúzná ki a vizet a második szivattyú?
64. Apa 4 és fél óra alatt ássa fel a kertet egyedül. Ha Peti segít neki, 2 óra 42 perc alatt végeznek. Mennyi idő alatt ásná fel a kertet Peti egyedül?

Keveréses feladatok

65. 300 g 40%-os alkoholt összekeverünk 300 g 50%-ossal. Hány százalékos alkoholt kapunk?
66. Egy liter 2%-os ecetoldat elkészítéséhez mennyi vízre és ecetre van szükség, ha a boltban csak 10%-os oldatot tudunk vásárolni?
67. Mennyi 100 százalékos szesz és mennyi víz van egy liter 60 százalékos szeszben?
68. 24 g 100%-os savhoz 16 g vizet öntöttek. Mennyi vizet kell még hozzáönteni, hogy az oldat 50%-os legyen?
69. Mennyi vizet kell hozzáönteni 25 g 90%-os savhoz, hogy 75%-os savat kapjunk?
70. Mennyi 100%-os kénsavat kell hozzáönteni 5 g 80%-os kénsavhoz, hogy 95%-os kénsavat kapjunk?
71. 90%-os és 70%-os kénsavunk van. Mennyi szükséges ezekből ahhoz, hogy 1 kg a) 80%-os; b) 75%-os; c) 82%-os savat kapjunk?
72. Hány kg vizet kell elpárologtatni 10 kg 30%-os sóoldatból, hogy 50%-os sóoldatot kapjunk?
73. Hány kilogramm tiszta alkohol van 15 kilogramm 25%-os alkoholban?
74. Mennyi vizet öntsünk 4 liter 100%-os almaléhez, hogy 60%-os almalevet kapjunk?
75. Mennyi cukrot adjunk 8 kilogramm vízhez, hogy 60%-os cukoroldatot kapjunk?

76. Mennyi víz (oldószer) van abban a 45 tömegszázalékos cukoroldatban, amelynek cukortartalma 235g?
77. Mennyi vizet kell elpárologtatni 15 kilogramm 20%-os cukoroldatból, hogy 40%-os oldatot kapjunk?
78. Hány liter 100%-os narancslevet adjunk 1,8 liter 30%-os narancsléhez, hogy 50%-os narancslevet kapjunk?
79. Mennyi vizet adjunk 8 kg 16%-os sóoldathoz, hogy az oldat töménysége 5%-ra csökkenjen?
80. Összekevertünk 6 liter 80%-os és 8 liter 60%-os alkoholt. Hány százalékos a keverék?
81. 10 kilogramm 40%-os sóoldathoz mennyi 60%-os sóoldatot adjunk, hogy a keverék 50%-os legyen?

Vegyes feladatok

82. Gondoltam egy számot. Megszoroztam 2-vel, a szorzatból kivontam 16-ot, a különbséget elosztottam négygel, a hányadoshoz hozzáadtam 60-at és az összegből kivontam a gondolt szám háromszorosát. Eredményül 6-ot kaptam. Melyik a gondolt szám?
83. Egy iskola felső tagozatosainak sítábort szerveznek. A hetedikesek kétszer annyian jelentkeznek, mint az ötödikesek, a hatodikosok pedig 5-tel kevesebben, mint a hetedikesek. Nyolcadikosok ugyanannyian mennek, mint az ötödikesek. Hányan jelentkeztek az egyes évfolyamokból, ha összesen 43 fő jelentkezett?
84. Egy labdarúgó csapat átlagéletkora 23 év (11 játékos). Játék közben egy játékos megsérül.
 a) A pályán maradottak átlagéletkora nem változik. Hány éves a sérült játékos?
 b) A pályán maradók átlagos életkora 22 év. Hány éves a sérült játékos?
85. Egy osztály tanulóinak $\frac{3}{7}$ része lány volt. Még 4 lány jött az osztályba, ekkor ugyanannyi lány lett az osztályban, mint fiú. Hány tanuló járt eredetileg ebbe az osztályba?
86. Egy áruházi akció során egy 3000 Ft-os játék árát 20%-kal csökkentették. Ebből az árból még 10%-ot engedtek. Mennyit fizettünk így a játékért?
87. Egy termék árát csökkentették 30%-kal, majd az új árát tovább csökkentették 5%-kal. Ezután megemelték az árát 40%-kal. így a termék ára (a kerekítés szabályainak megfelelően) 6275 Ft lett. Mennyi volt az eredeti ár?
88. Egy áruház kedvezményes vásárt rendez. 20%-kal csökkenti árait. A vásár végén 1 napra még ezekből az árakból is enged 25%-ot. Az akció után megint az eredeti áron adja áruit. A vásárvégi árakat hány %-kal emelte?

89. Laci, Tibi, Feri bélyeget gyűjt. Ferinek kétszer annyi bélyege van, mint Tibinek, akinek 2-vel több bélyege van, mint Laci bélyegeinek a fele. Lacinak 4-gyel kevesebb bélyege van, mint Ferinek. Hány bélyege van Tibinek?



90. Hétfőn egy újságárus egy drágább folyóiratból eladott 4 db-ot és egy olcsóbból 12 darabot. Kedden a drágábbból csak kettőt, az olcsóbból pedig tízet, összesen 764 Ft-ért. Hétfőn 332 Ft-tal kapott többet a kétféle folyóiratért. Mennyi volt az ára az olcsóbbnak és mennyi a drágábbnak?

91. Dezső és Pisti összesen 67 plakátot gyűjtött a tanév végéig. A nyári szünetben Pisti kapott 4 újabbat és a régi plakátok közül Dezsőnek adott kettőt. Dezső még kapott 7 plakátot az ismerőseitől is. Így Pisti plakátjainak a száma éppen kétszerese a Dezső plakátjai számának. Hány plakátja volt a tanév végén Dezsőnek és hány Pistinek?

92. Két természetes szám aránya 1:3. Ha az első számot harmadára változtatjuk, a másodikat hattal növeljük, akkor az arány 1:10. Melyik ez a két szám?

93. Kati azt mondja Zsuzsinak: „Adj nekem 5 képeslapot, akkor nekem éppen kétszer annyi lesz, mint neked!” Zsuzsi így válaszol: „Inkább te adj nekem hármat, akkor egyenlő számú képeslapunk lesz!” Hány képeslapja van Katinak és hány Zsuzsinak?

94. Albert, Béla és Csaba együtt állnak a mérlegre, amely ekkor 153 kg-ot mutat. Albert és Béla tömege együtt 105 kg, Albert és Csaba tömege 101 kg. Mennyi a tömegük külön-külön?

95. Egy raktárban összesen 42 235 db piros és kék karton volt. Piros kartonból hoztak még 324 db-ot, kékből pedig 2641 db-ot, így 4-szer annyi kék karton lett, mint piros. Hány piros és hány kék volt eredetileg?



96. Két hajón az utasok létszámának aránya 5:4. Ha a második hajóra felszállna 2 utas, az elsőről leszállna 20 utas, akkor az arány éppen 4:5 lenne. Hány utas van az egyes hajókon?

97. Ádám és Brigi zsebében összesen 3700 Ft van. Brigi zsebében 100 Ft-tal több van, mint az Ádám zsebében lévő pénz ötszöröse. Melyikük zsebében mennyi pénz van?

98. Négy rabló osztozik a zsákmányolt 520 aranyon. A főrabló négyszer annyi aranyat kap, mint a másik három összesen. A második számú rabló háromszor annyit kap, mint a 3. és 4. összesen. A 3. rabló kétszer annyi aranyat kap, mint a 4. rabló. Mennyit kaptak az egyes rablók, ha tudjuk, hogy négyen összesen 100 aranyat jótékony célra fordítanak?

99. Eszti születési tortájának $\frac{2}{5}$ -ét az ünnepelt, $\frac{1}{3}$ -át pedig testvére, Dávid ette meg. A család többi tagja a maradék 200 grammon osztozott. Mekkora volt a torta? Hány gramm tortát evett Eszti és Dávid külön-külön?

100. Hozzáadtam 3-at, majd az eredményt elosztottam 5-tel. A kapott számhoz hozzáadtam a gondolt szám felét. Így a gondolt számnál 9-cel kisebb számot kaptam. Melyik számra gondoltam?

101. Három nyuszi megevett egy halom káposztát. A legkisebb megette az összes felét. A középső a káposzták harmadánál 2-vel kevesebbet evett meg, míg a legnagyobb a káposzták hetedénél 4-gyel többet. Hány káposztát ettek meg együtt és külön-külön?

102. Ágota néni és Eszter néni 70 éve szomszédok, azóta folyton ellentmondanak egymásnak. Mit mondott Ágota néni, ha Eszter néni a következőket mondta? a) Októberben minden nap esni fog az eső. b) A héten volt olyan nap, amikor a postás 10 óra után jött. c) Van olyan tyúk, amelyik mindennap tojik egy tojást. d) Minden nyáron van olyan nap, amikor legalább 40°C van.

103. Tagadjuk a következő állításokat! Döntsük el, melyik igaz, melyik hamis! a) Minden négyzet rombusz. b) Van olyan egyenlet, amelynek nincs megoldása. c) Minden 3-mal osztható szám osztható 6-tal is. d) Van olyan pont, amelyik egyenlő távolságra van a négyszög minden csúcsától.

104. Mit mondhatunk a 7. a osztályos Nóriról, ha a következő állítások igazak?

- a) Minden 7. a osztályos tanuló sportol kedd délután.
- b) A 7. a osztály minden tanulója tanul angolul vagy franciául. Nóri nem tanul angolul.
- c) Shakespeare szülőházában nem járt még 7. a osztályos tanuló.
- d) Az iskolai farsangot a 7. a osztály néhány tanulója szervezi.

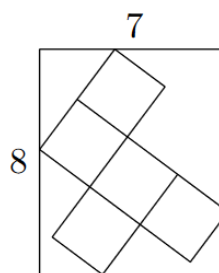
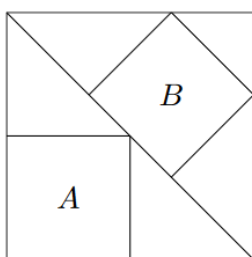
105. Luca így szólt Palihoz:

– Hány éves vagy, Pali?

– A te éveid száma most kétötöde az én éveim számának. De 4 évvel ezelőtt egyharmada volt a mostani koromnak.

Hány éves Luca és hány éves Pali?

106. Egy nagyobb négyzetbe két négyzetet tettünk a bal oldali ábrán látható módon. Mekkora az A négyzet területe, ha a B négyzet területe 48 egység?



107. Két nagy nemesi ház találkozott egymással egy lakomán és mindkét házból jelen volt legalább egy férfi és legalább egy nő. Egy ház minden egyes tagja üdvözölte a másik ház minden egyes tagját a következő módon. Ha két férfi üdvözölte egymást, akkor ők kezet fogtak, ha két nő vagy egy férfi és egy nő üdvözölte egymást, akkor ők meghajoltak. Az üdvözlés végeztével összeszámolták, hogy összesen 85 kézfogás 162 meghajlás történt. Hány nő volt jelen a lakomán? Amikor két ember meghajolt egymásnak, akkor azt egy meghajlásnak számoljuk.

108. Mekkora a jobb oldali ábrán látható öt egybevágó négyzet oldala?

109. Jenő és Jani egy téren állnak és az óra mutató járása szerint haladva, de különböző háztól indulva körben megszámozzák a téren található házakat. Amelyik ház Jenőnek a negyedik, az Janinak a tizenhatodik, és amelyik ház Jenőnek a tizenkettedik, az Janinak a hetedik. Hány ház van a téren?

110. Levi szeretné vízkőmentessé tenni a kávégépet. A használati utasítás szerint négy rész vizet kell összekevernie egy rész 10%-os ecettel. De otthon csak 40%-os ecet van. Hány rész vizet keverjen össze egy rész 40%-os ecettel, hogy a pont az előírás szerinti hígítást érje el?

111. A miniszter sofőrje minden nap ugyanakkor indul a minisztériumtól, elmegy a miniszter házához és beviszi őt a minisztériumba. A miniszter minden nap ugyanakkor kel fel és az autó pontosan akkor érkezik, amikor készen áll az indulásra. Ma reggel a miniszter hamarabb kelt fel és ezért egy órával hamarabb készen állt az indulásra. Így hát elindult gyalog a kocsí irányába (amely a minisztériumtól indult, mint mindig). Találkozott az autóval és beszállt, és így a szokásoshoz képest 20 perccel hamarabb ért be a minisztériumba. Hány percet sétált? Feltételezzük, hogy az autó egyenletes sebességgel haladt és nulla idő alatt be lehet szállni a kocsiba.

113. A hajó és a kapitány együtt 84 éves. A hajó ma kétszer annyi idős, mint a kapitány volt akkor, amikor a hajó annyi idős volt, mint a kapitány most. Hány éves a kapitány?

114. Egy falusi iskola egyik osztályában egy fiúnak kétszer annyi, egy lánynak viszont másfélszer annyi lány osztálytársa van, mint fiú. Hány fős az osztály?

115. Egy osztályban a matematika dolgozat osztályzatai így alakultak. Az osztály egyharmada négyest kapott, kétszer annyi hármast született, mint kettes, és másfélszer annyi ötös, mint hármast. Két dolgozat egyes lett. Az osztály egyhatoda írt hármasnál rosszabb dolgozatot. Hány fős az osztály?

116. Ha egy téglalap egyik oldalát 9 cm-rel növeljük, és a másikat 3 cm-rel csökkentjük, akkor a területe nem változik. Akkor sem változik a területe, ha az egyik oldalt 5 cm-rel csökkentjük, a másikat pedig 4 cm-rel növeljük. Mekkora az eredeti téglalap két oldala?

117. Kocsis-Cséfan Olivér minden reggel biciklivel megy iskolába, ami 3 km-re van az otthonától. Egyik nap későn kelt, így 4 perccel kevesebb ideje volt beérni, emiatt 12 km/ó-val gyorsabban hajtott. a) Mennyi idő alatt ért be az iskolába ezen a napon? b) Mekkora sebességgel kellett hajtania?

118. Adott egy konvex sokszög, amelynek a csúcsait piros és kék színnel kiszíneztük. A csúcsok között 40 darab olyan szakasz húzható be, mely kék pontot köt össze pirossal. Kék pontot kék ponttal összekötő szakasz 18-cal több van, mint piros pirossal összekötő szakasz. Hány kék és hány piros csúcs van?

119. Egy munkát egy munkás egyedül c nap alatt, egy másik d nap alatt végezne el. Mennyi idő alatt készülnek el együtt ugyanezzel a munkával?

120. Egy apa most c éves, a fia d éves. Hány év múlva lesz az apa m -szer annyi idős, mint a fia?

Egyenletrendszerek

121. Oldjuk meg az egyenletrendszereket a behelyettesítő módszerrel.

$$\begin{array}{l} x = 2 + y \\ 3x - y = 9 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} y = 4 - 2x \\ 8x + 3y = 5 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} x - y = 2 \\ x + y = 3 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2x + y = -0,5 \\ 5x + 3y = -2 \end{array} \right.$$

122. Oldjuk meg az egyenletrendszereket a behelyettesítő módszerrel.

$$\begin{array}{l} 3x - 2y = 8 \\ 2x + y = 10 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2x - y = 7 \\ 0,5y = x - 7 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 2x + y = 8 \\ 3x + 4y = 7 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 7x + 9y = 8 \\ 9x - 8y = 69 \end{array} \right.$$

123. Oldjuk meg az egyenletrendszereket a behelyettesítő módszerrel.

$$\begin{array}{l} 2x - 3y = 4 \\ 1,5y - x = -2 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y = -2 \\ 3x + 4y = -3,2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 3x - 2y = 11 \\ 4x - 5y = 3 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 5x + 6y = 13 \\ 7x + 18y = -1 \end{array} \right.$$

124. Oldjuk meg az egyenletrendszereket az egyenlő együtthatók módszerével.

$$\begin{array}{l} 2x + y = 11 \\ 3x - y = 9 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} x + 5y = 7 \\ x - 3y = -1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} x - 3y = 4 \\ 5x + 3y = -1 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 4x + 3y = 6 \\ 2x + y = 4 \end{array} \right.$$

125. Oldjuk meg az egyenletrendszereket az egyenlő együtthatók módszerével.

$$\begin{array}{l} 2x + 5y = 25 \\ 4x + 3y = 15 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 4x + 3y = -4 \\ 6x + 5y = -7 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 6x - 7y = 40 \\ 5y - 2x = -8 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2x - 3y = 8 \\ 7x - 5y = -5 \end{array} \right.$$

Oldjuk meg az egyenletrendszereket.

126. $\begin{array}{l} 2x + 3y = 15 \\ x + y = 6,5 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 5x + 10y = 4 \\ x + y = 0,5 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 5x + 6y = 4,5 \\ x + 3y = 1,5 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 4x - 2y = 10 \\ 2x + y = -1 \end{array} \right.$

127. $\begin{array}{l} 3x - 3y = 12 \\ 2x + 3y = 3 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 9x - 2y = -11 \\ 3x + 2y = -1 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 3x - 2y = -3 \\ 2x + 2y = 4 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 4x + 3y = 4 \\ 2x + 3y = 2,5 \end{array} \right.$

128. $\begin{array}{l} 3x = 5 + 4y \\ 2x - 8 = -2y \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 8x - 17,5 + 3y = 0 \\ 8y = 3x - 2 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 7y - 31 = -5x \\ 7x - 5y = -1 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 2x + 3y = 10 \\ 2y - 13 = -3x \end{array} \right.$

129. $\begin{array}{l} 9x + 3y = 12 \\ 3x + y = 4 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 5y - 2x = -10 \\ 2,5y - x = -5 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 4x + 3y = -4 \\ 6x + 5y = -7 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 7x + 9y = 8 \\ 9x - 8y = 69 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} 2x - 3y = 4 \\ 1,5x - y = 3 \end{array}$

130. Oldjuk meg grafikusán és algebrailag: $\begin{array}{l} x + y = 4 \\ 4x - y = 3 \end{array}$

131. Oldjuk meg grafikusán és algebrailag: $\begin{array}{l} x + 3y + 9 = 0 \\ 2x - y = -4 \end{array} \quad \begin{array}{l} 2y = x + 12 \\ 4x + y + 3 = 0 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4x - 2y = 10 \\ 2x + y + 1 = -1 \end{array}$

132. Oldjuk meg grafikusan: $\begin{cases} 2x + y = \frac{3}{2} \\ 2x - 3y = -\frac{1}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} 4x - 3y = 4 \\ x - 2y = -4 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y = 0 \\ \frac{3}{2}x - \frac{1}{3}y = 5 \end{cases}$
133. Oldjuk meg az egyenletrendszereket algebrailag: $\begin{cases} \frac{3x-y}{2} + \frac{y}{3} = 1 \\ \frac{x-5}{4} + \frac{y-3}{7} = -1 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{x+2y+1}{3} - \frac{x-2y+1}{2} = 0 \\ 7x - 2y = 27 \end{cases}$
- $\begin{cases} 9x - y = 6 \\ 7x + 4y = 19 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{2a-5b}{5} - \frac{3a-2b}{3} = -3 \\ (5a-1)(2b-1) = (2a-4)(5b+4) \end{cases}$ $\begin{cases} 9a - 10b = 45 \\ 3a - 25b = 15 \end{cases}$
134. Oldjuk meg az egyenletrendszereket: $\begin{cases} 2x + y - z = 3 \\ x - y + 2z = -1 \\ 3x + 2y + z = 2 \end{cases}$ $\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ x - y - z = 3 \\ 3x - y + 2z = 5 \end{cases}$
135. Oldjuk meg grafikusan: $\begin{cases} x + 2y = -2 \\ y - 3x = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} 4x - 2y = 1 \\ 2x - 4y = -7 \end{cases}$
136. Oldjuk meg az egyenletrendszereket: $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 2y - z = 1 \\ z + x = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x + 2y + 3z = 23 \\ 2x + 3y + z = 18 \\ 3x + y + 2z = 19 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{2x-1}{y+2} = -1 \\ \frac{2y}{3} - \frac{3x}{2} = 5 \end{cases}$

Nehezebb feladatok

137. $\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{2}{y} = 3 \\ \frac{1}{x} - \frac{2}{y} = 1 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1 \\ \frac{3}{x} - \frac{4}{y} = -2 \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{1}{x-1} + \frac{2}{y-3} = 15 \\ \frac{4}{x-1} - \frac{5}{y-3} = 8 \end{cases}$
138. Oldjuk meg a háromismeretlenes egyenletrendszereket: $\begin{cases} x + y - z = 0 \\ x - y + z = 2 \\ -x + y + z = 4 \end{cases}$ $\begin{cases} x + y = 2 \\ x + z = 9 \\ x + z = 13 \end{cases}$
139. Péter kétszer olyan idős, mint amennyi idős Pál volt akkor, amikor Péter olyan idős volt, mind Pál most. Amikor Pál annyi idős lesz, mint Péter most, akkor Pál éppen négyszer annyi idős lesz, mint Péter 12 évvel ezelőtt volt. Hány évesek most?
140. Két egér futkos egy kör kerületén. Ha egy irányban futnak, akkor 12 percenként, ha ellentétes irányban futnak, akkor 3 percenként találkoznak. Mennyi idő alatt futja be az egyik és a másik pont a kör kerületét?
141. Az x számról annyit tudunk, hogy $x + \frac{1}{x} = 3$. Határozzuk meg $x^2 + \frac{1}{x^2}$ pontos értékét.
142. Ha összeadjuk két egész szám összegét, különbségét szorzatát és hányadosát, eredményül 500-at kapunk. Mi lehet ez a két szám?
143. Add meg az összes olyan téglalapot, amelynek oldalai egész számok, és a területének mérőszáma pontosan háromszorosa a kerületének.

144. Egy gyalogos párhuzamosan haladva a villamos sínekkel észrevette, hogy minden 12 percben megelőzi egy villamos, és minden 4 percben találkozik egy szembejövő villamossal. A gyalogos is és a villamos is egyenletes sebességgel haladt. Hány perces időközben indultak ki a villamosok a végállomásról?

145. Csaba, András, Béla felesége – nem feltétlenül azonos sorrendben – Edit, Margit, Katalin. E hat személy életkorának összege 153 év. Mindegyik férj 7 évvel idősebb a feleségénél. András 3 évvel idősebb, mint Katalin. Margit és András együtt negyvennyolc éves. Béla és Margit életkorának összege 52 év. Határozd meg e hat személy életkorát, ha azok mindegyike években számolva egész szám.

146. Egy motorkerékpáros útjának harmadrészét 40 km/ó, a többit 50 km/ó átlagsebességgel tette meg. Mennyi volt a teljes útra vonatkozó átlagsebessége?

147. Egy vonat tervezett indulási időpontja 8 óra. Tizenkét órára kell 240 km hosszú útjának végére érnie. Különböző okok miatt csak 24 perccel később indulhatott. A mozdony hibája miatt az út egyhatodáig az előírt átlag sebességének csupán 75%-át érte el, mikor új mozdonyt kapott. Hány százalékkal kell eddig is sebességét növelnie, hogy késés nélkül érjen célba?

148. Egy bank páncélszekrényén több különböző zár van. Kulcsaikat úgy osztották szét a bank négy pénztárosa között, hogy a páncélszekrény kinyitásához legalább hármójuknak jelen kell lenni, de mind a négynek nem, hogy a náluk levő kulcsokkal ki lehessen nyitni az összes zárat. (Egy zárhoz többször is lehet kulcs, és egy embernél többféle kulcs is lehet.) Na akkor az kész 10 patikám a bővítést bővítés 2 3 4 5 6 hát kész Legkevesebb hány zár van a páncélszekrényben

VII. Kúp, gúla, gömb

Kúpok



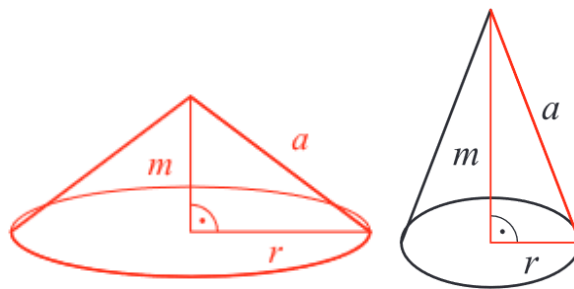
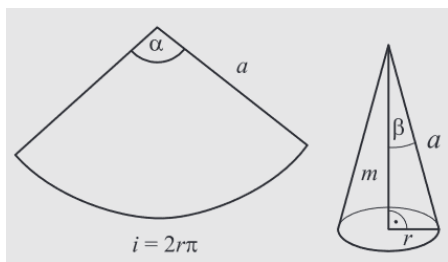
Pásztor-múzeum (Bugac)



Mayon (Fülöp-szigetek)



*Árpád-kori körtemplom
(Kisbörzsöny)*



1. Számítsuk ki az egyenes körkúp felszínét, ha alapkörének sugara és alkotója:

$$r = 4 \text{ cm}, a = 12 \text{ cm} \quad r = 7,2 \text{ cm}, a = 2,1 \text{ dm}$$

2. Számítsuk ki az egyenes körkúp térfogatát, ha alapkörének sugara és magassága:

$$r = 5 \text{ cm}, m = 6 \text{ cm} \quad r = 4,8 \text{ cm}, m = 21 \text{ cm} \quad r = 12,2 \text{ cm}, m = 2,3 \text{ dm}$$

3. A következő táblázat adatai egyenes körkúpra vonatkoznak. A kúp sugara r , magassága m , alkotója a , felszíne A , térfogata V . Számítsuk ki a hiányzó adatokat!

r (cm)	8		1,2		20	4	
m (cm)		6		30			12
a (cm)							
A (cm ²)	200π				980π		
V (cm ³)		128π	$0,24 \pi$	2560π		$4,8 \pi$	27π

4. Jelöljük α -val egy egyenes körkúp alkotóinak az alaplappal bezárt szögét! Mekkora a kúp felszíne, ha a) $r = 10 \text{ cm}, \alpha = 60^\circ$ b) $a = 28 \text{ cm}, \alpha = 60^\circ$

5. Határozzuk meg az egyenes körkúp térfogatát, ha α -val egy egyenes körkúp alkotóinak az alaplappal bezárt szögét, r -rel az alapkör sugarát jelöljük.

$$r = 12 \text{ cm}, \alpha = 45^\circ \quad r = 2,1 \text{ cm}, \alpha = 45^\circ \quad m = 4,1 \text{ cm}, \alpha = 45^\circ \quad m = 11,2 \text{ cm}, \alpha = 45^\circ$$

6. Egy egyenes körkúp palástja kiterítve 12 cm sugarú félkör. Mekkora a kúp felszíne és térfogata?

7. Egy egyenes körkúp palástja kiterítve egy 20 cm sugarú negyedkör. Mekkora a kúp felszíne és térfogata?

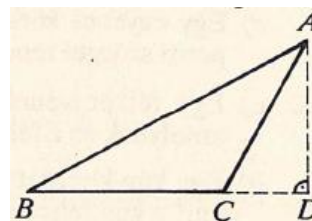
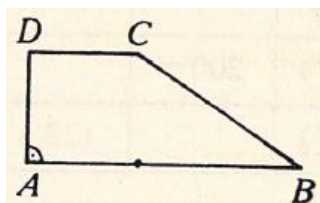
8. Egy egyenes körkúp kiterített palástja egy körnek a $3/4$ része. Mekkora a kúp felszíne, ha alkotója 12 cm ?

9. Egy egyenes körkúp kiterített palástja egy 15 cm sugarú kör 120° -os középponti szöggel rendelkező körcikke. Mekkora a felszíne és térfogata?

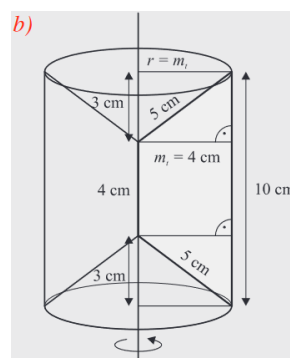
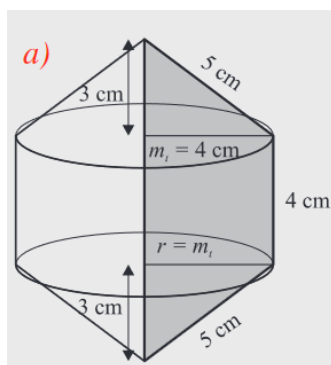
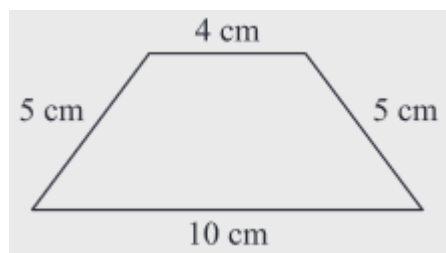
10. Egy félkör ívének hosszúsága 20 cm . Hány cm² annak a kúpnek a felszíne, amelynek ez a félkör a kiterített palástja?

11. Egy kúp kiterített palástja egy kör $3/4$ része, és ívének hosszúsága 15 cm . Hány cm² a kúp felszíne?

12. Egy kúp kiterített palástja egy kör $\frac{1}{3}$ része, és ívének hossza 6 dm. Hány dm^2 a kúp felszíne?
13. Egy rombusz átlóinak hossza 12 cm és 16 cm. A rombuszt megforgatjuk a hosszabb átlója körül. Mekkora az így keletkező forgástest térfogata és felszíne?
14. Egy rombusz átlóinak aránya 5:12. A rombuszt megforgatjuk először a hosszabb, majd a rövidebb átlója körül. Mekkora a keletkezett két forgástest térfogatának aránya?
15. A bal oldali ábrán látható derékszögű trapéz oldalainak hossza $AB = 18$ cm; $BC = 13$ cm; $CD = 6$ cm; $DA = 5$ cm. A trapézt megforgatjuk az AB oldal körül. Mekkora a keletkező forgástest felszíne és térfogata?

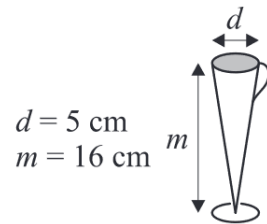
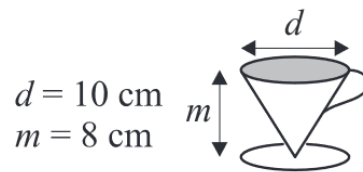
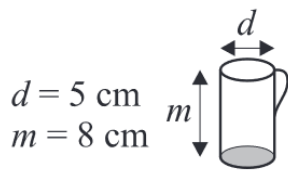


16. A jobb oldali ábra szerinti tompaszögű háromszöget a BC oldala körül forgattuk. Mekkora az így kapott forgástest a) felszíne; b) térfogata? $AD = 8$ cm; $BD = 15$ cm; $CD = 6$ cm
17. Egy ABC háromszög leghosszabb oldala 16 cm, a hozzá tartozó magasság 4 cm. A háromszöget a 16 cm-es oldala körül megforgattuk. Mekkora a keletkezett forgástest térfogata?
18. Egy 120 kg-os vasdarabból kúpokat esztergálnak. Ezek alapkörének sugara 2 cm, magasságuk 6 cm. Hány darab kúp készülhetett a vasból, ha a vas sűrűsége $7,8 \text{ g/cm}^3$ és a vasnak 48%-a lett hulladék?
19. Egy 20 cm alapélű kockából a lehető legnagyobb térfogatú egyenes körkúpot esztergálták ki. Hány cm^3 a hulladék?
20. Egy egyenes körkúp és körhenger alapköre azonos nagyságú, alapkör sugara 4 dm. A henger és a kúp térfogata egyenlő. Mekkora a kúp felszíne, ha a henger magassága: 1 dm?
21. Egy szimmetrikus trapéz párhuzamos oldalai 4 cm és 10 cm hosszúak, szárai 5 cm-esek. Forgassuk meg a trapézt a) hosszabb alapja b) rövidebb alapja körül! Határozzuk meg a keletkező forgástest térfogatát.



22. Egy derékszögű háromszög két befogója 5 cm és 12 cm. A háromszöget megforgatjuk az 5 cm-es befogója körül. Mekkora a keletkezett kúp magassága, alkotója, alapkörének átmérője?

23. Az ábrán látható henger alakú és kúp alakú poharakat színültig töltjük vízzel. Kevesebb vagy több víz fér egy-egy kúp alakú pohárba, mint a henger alakúba?



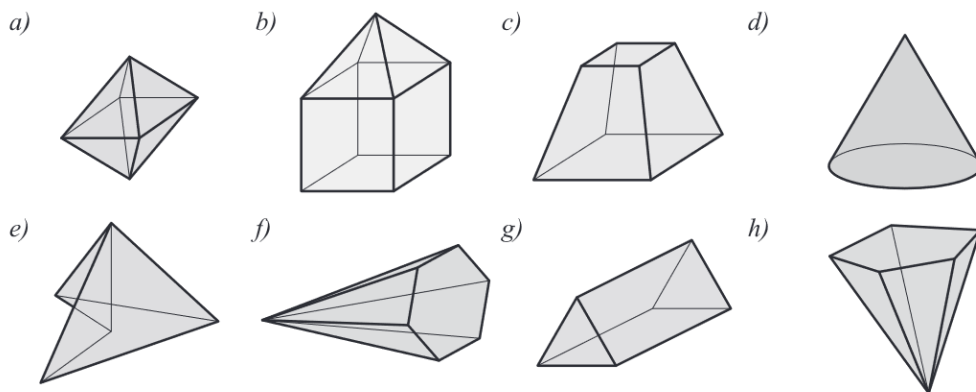
Gúlák



*Kapellbrücke és víztorony
Svájc, Luzern*



Melyik gúla?



24. Számítsuk ki a négyzet alapú szabályos gúla felszínét, ha:

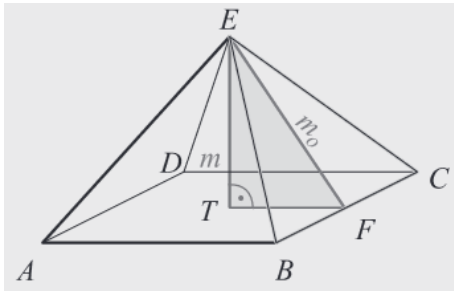
$a = 11 \text{ cm}, m_0 = 8 \text{ cm}$

$a = 3,6 \text{ cm}, m_0 = 2,8 \text{ cm}$

$a = 10 \text{ cm}, e = 13 \text{ cm}$

$a = 30 \text{ cm}, m_0 = 20 \text{ cm}$

$a = 24 \text{ dm}, m = 5 \text{ dm}$



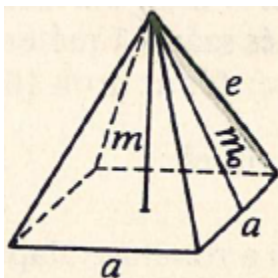
25. Mekkora a négyzet alapú szabályos gúla térfogata, ha
 $a = 12 \text{ cm}$, $m = 5 \text{ cm}$ $a = 1,8 \text{ dm}$, $m = 2,2 \text{ dm}$
 $m = 9 \text{ dm}$, $m_0 = 15 \text{ dm}$ $m = 0,52 \text{ dm}$, $m_0 = 0,65 \text{ dm}$

26. Hány m^2 sátorlapot használtak fel annak a négyzet alapú szabályos gúla alakú sáternak az elkészítéséhez, amelynek alapéle $2,4 \text{ m}$, az oldallapok magassága $2,2 \text{ m}$? (A sáternak nincs alaplappja.)

27. Számítsuk ki a hiányzó adatok számértékét! (A betűk az ábra szerinti négyzet alapú szabályos gúla adatait jelentik.)

$$a = 12 \text{ cm}, m_0 = 8 \text{ cm} \quad e = ? \quad a = 100 \text{ cm}, e = 130 \text{ cm}, m_0 = ? \quad e = 2,6 \text{ dm}, m_0 = 2,4 \text{ dm}, a = ?$$

$$a = 60 \text{ cm}, m_0 = 50 \text{ cm} \quad m = ? \quad m = 30 \text{ cm}, m = 36 \text{ cm}, m_0 = ? \quad a = 10 \text{ dm}, e = 13 \text{ dm}, m = ?$$



28. Négyzet alapú szabályos gúla alakú háztető alapéleinek hossza 11 m , az oldallapok magassága 10 m . Hány cserép kell a tető befedéséhez, ha 1 m^2 -re 16 db cserépre van szükség, és a törésekre 5% -ot számítunk?

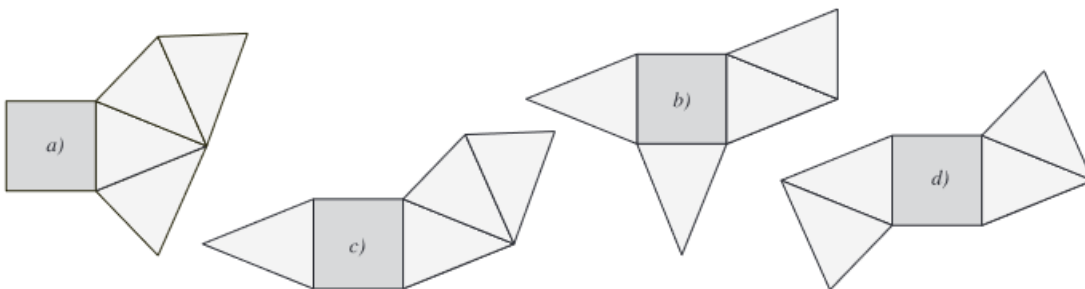
29. Számítsuk ki a négyzet alapú gúla magasságát, ha alapéle és térfogata:

$$a = 10 \text{ cm}, V = 900 \text{ cm}^3 \quad a = 1,2 \text{ dm}, V = 0,72 \text{ dm}^3 \quad a = 18 \text{ cm}, V = 5,4 \text{ dm}^3$$

30. Számítsuk ki a négyzet alapú szabályos gúla oldallapjának magasságát, ha alapéle és felszíne:

$$a = 6 \text{ cm}, A = 132 \text{ cm}^2 \quad a = 3,2 \text{ dm}, A = 38,4 \text{ dm}^2$$

31. Melyik hálóból lehet, melyikből nem lehet négyzet alapú szabályos gúlát készíteni?



32. Számítsuk ki a négyzet alapú szabályos gúla felszínét, ha térfogata és alapéle:

$$a = 6 \text{ dm}, V = 48 \text{ dm}^3 \quad a = 24 \text{ cm}, V = 960 \text{ cm}^3 \quad a = 1 \text{ dm}, V = 400 \text{ cm}^3$$

33. Számítsuk ki a négyzet alapú szabályos gúla magasságát, ha alapéle és felszíne:

$$a = 8 \text{ dm}, A = 144 \text{ dm}^2 \quad a = 24 \text{ cm}, A = 12 \text{ dm}^2 \quad a = 1,8 \text{ m}, A = 864 \text{ dm}^2$$

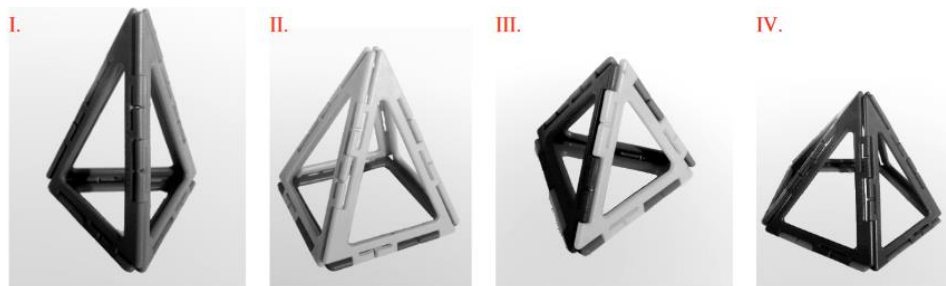
34. Egy téglalap alapú gúla oldalélei egyenlő hosszúak. Határozzuk meg a térfogatát és a felszínét, ha a téglalap oldalai és a gúla magassága:

$$a = 10 \text{ cm}, b = 18 \text{ cm}, m = 12 \text{ cm} \quad a = 8 \text{ cm}, b = 12 \text{ cm}, m = 6 \text{ cm}$$

35. Egy 20 cm élű kocka egyik lapjának csúcsait összekötöttük a kocka középpontjával. Ezek a szakaszok és a lap élei egy gúla élhálózatát adják.

a) Mekkora a gúla élei? b) Mekkora a gúla felszíne? c) Hányad része a gúla térfogata a kockáénak?

36. Egy szabályos háromszög alapú gúla alapélei 10 cm hosszúak, oldalélei 13 cm-esek. Mekkora a gúla felszíne?



37. Egy szabályos hatszög alapú gúla alapélei 8 cm hosszúak, magassága 6 cm-es. Mekkora a térfogata?

38. Egy szabályos hatszög alapú gúla alapélei 12 cm hosszúak, az oldallapok magassága 18 cm. Mekkora felszíne?

39. Egy hatszög alapú szabályos gúla magassága 10 cm, oldallapjai az alaplappal 45° -os szöget zárnak be. Mekkora a gúla felszíne?

40. Egy kocka felszíne 294 cm^2 . Egyik lapjának csúcsait összekötöttük a szemközti lap középpontjával. Az összekötő szakaszok a lap oldalaival együtt egy négyzet alapú gúla élhálózatát adják.

a) Mekkora a gúla térfogata? b) Mekkora a gúla felszíne? c) Milyen hosszúak a gúla élei?

41. Egy szabályos gúla felszíne 273 cm^2 . Mekkora a térfogata, ha alaplappja

a) 7 cm oldalú négyzet; b) 4 cm oldalú szabályos hatszög?

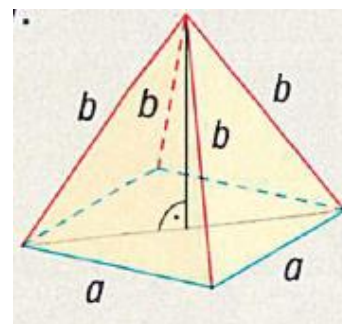
42. Számítsuk ki a négyzet alapú szabályos gúla oldallapjának magasságát, ha alapéle és felszíne

a) $a = 6 \text{ cm}$, $A = 132 \text{ cm}^2$ b) $a = 3,2 \text{ dm}$, $A = 38,4 \text{ dm}^2$

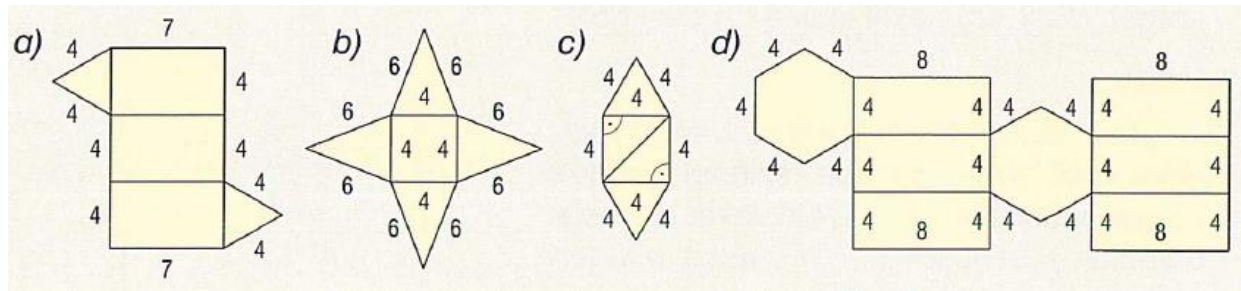
43. Egy négyzet alapú szabályos gúla minden éle 16 cm. Mekkora a gúla felszíne és térfogata?

44. Egy szabályos tetraéder élei 20 cm hosszúak. Mekkora a felszíne?

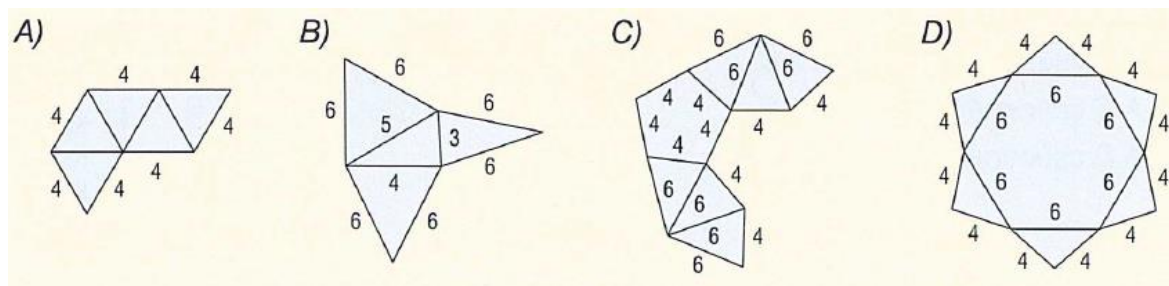
45. Egy négyzet alapú gúla minden oldaléle az ábra szerint egyforma hosszúságú. Mekkora az oldalélek, ha a) a gúla alapjának átlója 6 cm, a test magassága pedig 4 cm; b) a gúla alapéle $4\sqrt{2} \text{ cm}$, a test magassága pedig 3 cm; c) a gúla alaplappjának kerülete $5,64 \text{ cm}$, a test magassága pedig 5 cm?



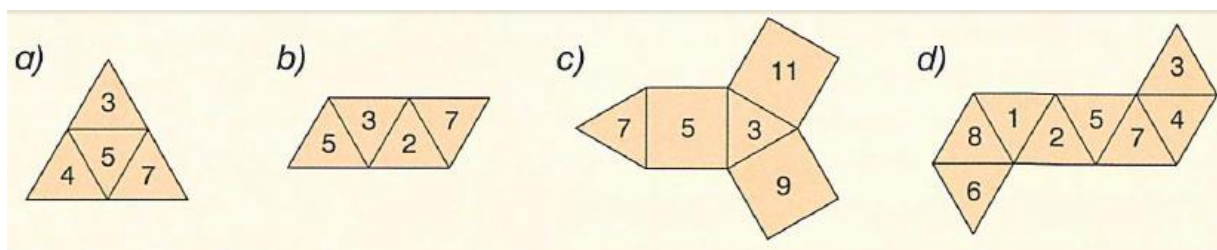
46. Készítsük el és rajzoljuk le azokat a testeket, melyeket az ábrán látható hálóból lehet összeállítani! Jelöljük a rajzon, mely éleket kellett összeragasztani!



47. Válasszuk ki az ábrán látható hálók közül azokat, amelyekből gúlát lehet hajtogatni!



48. Az ábrán látható hálókat összehajtva testeket kapunk. Minden csúcsba beírjuk a csúcsban találkozó lapokon levő számok szorzatát. Mi lesz a legnagyobb szorzat?



49. Szerkesszük meg annak a négyzet alapú szabályos gúlának egy hálóját, amelynek alapéle 7 cm, oldaléle 9 cm! Vágjuk ki kartonból (a megfelelő helyekre tervezzünk füleket), és ragasszuk össze!

Gömb

50. Számítsuk ki a gömb felszínét és térfogatát, ha a sugara $r = 3 \text{ cm}$, $r = 6 \text{ cm}$ $r = 15 \text{ cm}$

51. A következő táblázat adatai gömbre vonatkoznak. Számítsuk ki a hiányzó értékeket!

$r \text{ (cm)}$	9	2,4					
$A \text{ (cm}^2\text{)}$			64π		$40,96 \pi$		625π
$V \text{ (cm}^3\text{)}$				36π		$4,5 \pi$	

52. Egy kockából a lehető legnagyobb gömböt esztergályozták ki. Mekkora a gömb felszíne és térfogata, ha a kocka éle a) 18 cm; b) 8,4 dm; c) 60 cm?

53. Egy üveghengerben víz van. A hengerbe egy 2 cm sugarú vasgolyót teszünk, ekkor a vízszint 2 mm-t emelkedik. Mennyit emelkedik a víz szintje, ha a hengerbe: a) egy 1 cm sugarú; b) egy 3 cm sugarú; c) egy 4 cm sugarú; d) 4 db 1 cm sugarú vasgolyót teszünk?

54. Melyiknek nagyobb a felszíne? a) Egy 4 cm sugarú gömbnek, vagy 4 db 1 cm sugarú gömbnek? b) Egy 3 cm sugarú gömbnek, vagy 3 db 2 cm sugarú gömbnek? c) Egy 2 cm sugarú gömbnek, vagy 4 db 1 cm sugarú gömbnek?

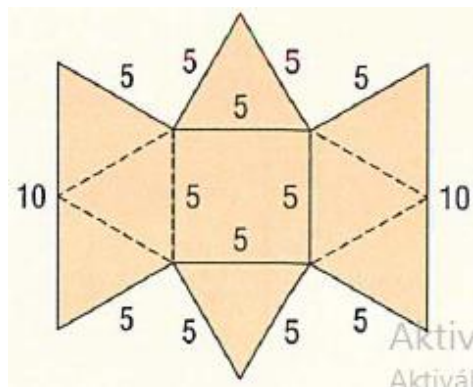
55. Hány db 1 cm sugarú golyót önthetünk egy 6 cm sugarú ólomgolyóból? Hányszorosa lesz a kis golyók felszínének összege az eredeti golyó felszínének?

56. Két gömb felszínének aránya 4:9. Hogyan aránylik egymáshoz a két gömb térfogata?

57. Egy 10 cm élű, kocka alakú edénybe 4 cm sugarú fémgolyót helyezünk, majd az edényt színültig töltjük vízzel. Milyen magasan áll a víz az edényben, ha kivesszük a gömböt belőle?

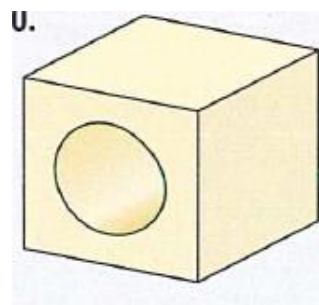
Vegyes feladatok

58. Készítsünk el két darabot az ábrán látható hálóból, amely egy négyzetből, két szabályos háromszögből és két trapézból áll. Ragasszuk össze testté! (A megfelelő helyekre tervezzünk füleket!) A kapott testeket egymáshoz illesztve állítsunk elő tetraédert!



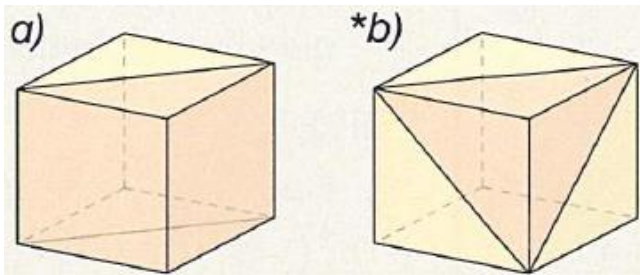
59. Gergő papírból testeket készített, majd mindegyiket befestette. Melyikhez kellett több festék, ha mindet egyenletesen, ugyanolyan vastagon festette? a) A 8 cm élhosszúságú kockához, vagy a 8 cm átmérőjű, 8 cm magasságú hengerhez; b) A 8 cm magas, 3 cm oldalhosszúságú szabályos háromzög alapú hasábhöz, vagy a 8 cm magas, 2 cm sugarú hengerhez?

60. Egy 6 cm élhosszúságú tömör fakockát az egyik lapjára merőlegesen átfúrunk az ábra szerint. A henger alakú lyuk átmérője 4 cm. Mekkora a kapott test felszíne?



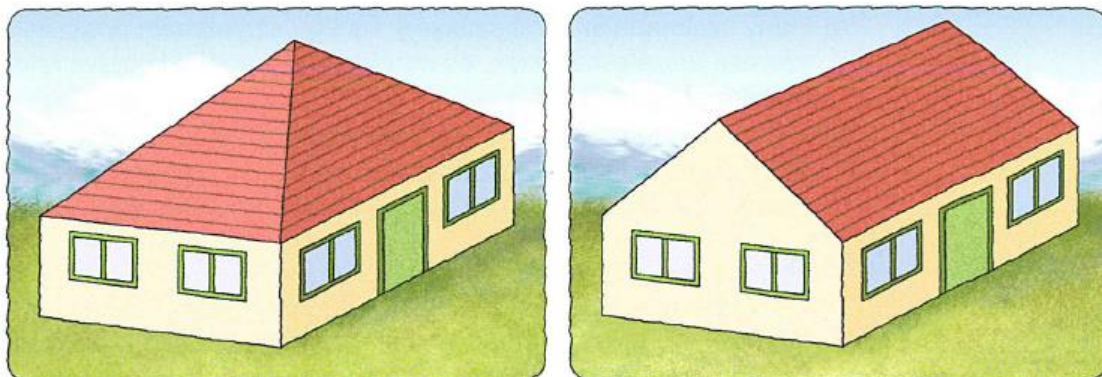
61. Egy 2 dm élhosszúságú tömör fakockába három irányból, a megfelelő lapokra merőlegesen 20 cm x 10 cm x 10 cm-es téglatest alakú lyukakat vágunk. Mennyi a megmaradt test felszíne?

62. Egy 1 dm élhosszúságú kockát két részre vágunk az ábra szerint. Mekkora a kapott testek felszíne?

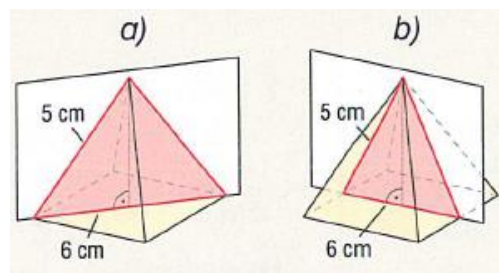
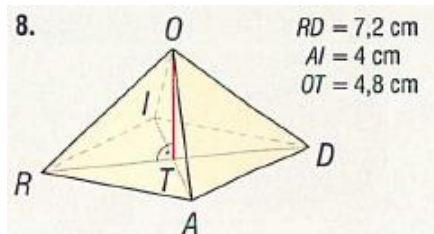
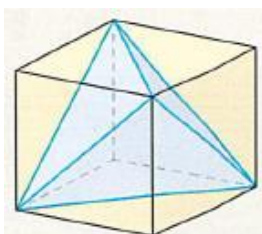


63. Egy téglatest egy csúcsba futó élei 4 cm, 5 cm, 8 cm. A téglatest egy lapjának minden csúcsát összekötjük a szemközti lap valamelyik csúcsával. a) Hányféle gúlát kaphatunk? (Az egybevágó gúákat nem tekintjük különbözőeknek.) b) Rajzoljuk le a kapott gúák hálóját! c) Számítsuk ki a kapott gúák felszínét!

64. Mindkét tető magassága 5 m a födémhez képest. Melyikhez kell kevesebb cserepet vásárolni, a sátoztetőhöz vagy a nyeregtetőhöz?



65. Milyen testet kapunk, ha a 4 cm élhosszúságú kocka megfelelő csúcsait a bal oldali ábra szerint összekötjük? Számítsuk ki a test éleit, felszínét és térfogatát!



66. Egy rombusz alapú gúla testmagasságának talppontja az alaplapon átlóinak felezőpontja. A gúla adatai a második ábrán láthatók. a) Hány centiméteresek a gúla élei? b) Szerkesszük meg a gúla egy hálóját! c) Hány köbcentiméter a gúla térfogata?

67. A jobb oldali (két) ábra szerint egy négyzet alapú szabályos gúlát elvágva a síkmetszet egyenlő szárú háromszög, amelynek alapja 6 cm, szára 5 cm. Mekkora a gúla felszíne és térfogata, ha a vágás az alaplapon merőlegesen az ábra szerint történt így vagy úgy?

VIII. Vegyes feladatok

1. Egyszerűsítsük a törtet:

$$\frac{a^2 + 3ab}{a^2b + 3ab^2} \quad \frac{x^2 - 4}{x - 2} \quad \frac{2ac - 4bc}{5a^3c - 20acb^2} \quad \frac{c^2 - 16}{c + 4} \quad \frac{a - b}{-(a - b)} \quad \frac{a - b}{b - a} \quad \frac{a^2 - b^2}{(a + b)^2}$$

2. Végezzük az összeadásokat és kivonásokat (hozzuk a kifejezéseket a legegyszerűbb alakra):

$$\frac{2a - 3b}{a} + \frac{4a^2 - 5b^2}{ab} \quad \frac{6}{a - 1} - \frac{2}{a} \quad \frac{13x}{120} - \frac{11x}{90} \quad \frac{1}{x - y} - \frac{1}{x + y} \quad \frac{6a}{4b^2} + \frac{8a}{3b^2}$$

3. Oldjuk meg a következő egyenleteket: $4x^2 - 20x + 25 = 9$ $(t - 10)^2 = 144$

$$x^2 - 8x + 16 = 100 \quad \frac{2x - 9}{2x + 1} = \frac{2x - 9}{5 + 2x} \quad \frac{x + 3}{2x} - 1 = \frac{x - 1}{6x} + \frac{1}{6}$$

4. Hozd a törtet a legegyszerűbb alakra: $\frac{36 - 24c + 4c^2}{6 - 2c}$

5. Adott az XY szakasz. Ezt az X ponttól számítva az A pont 2:7 arányban, a B pont 3:5 arányban osztja fel. Mekkora az XY szakasz, ha az AB távolsága 22 cm?

6. Egy országúton két kerékpáros halad egymással szemben. Az egyik 5 métert, a másik 7 métert tesz meg másodpercenként. Induláskor 300 méterre voltak egymástól. Mennyi idő múlva lesz közöttük ismét 300 méter a távolság?

7. Két ló egyszerre indul el egymás felé 6 m/s, illetve 8 m/s sebességgel. Az elindulásuktól számított 40. és 50. másodpercben ugyanakkora lesz az egymástól való távolságuk. Milyen messze voltak egymástól kiinduláskor?

8. Két szám összege 600. Az egyik 15%-a annyi, mint a másik 45%-a. Melyik ez a két szám?

9. Három testvér az üveg visszaváltásból kapott pénzen akar osztózni. Az összeg azonban nem volt hárommal osztható, így gondoltak egyet: 5 forintot a legkisebb testvérnek adnak, és a maradék egész számú forintot hárman igazságosan elosztóznak. Így is tettek. Ekkor megállapították, hogy mind a négyüknek ugyanannyi pénze volna, ha a három nagyobb testvér mindegyike pénzének egy kilenced részét a legkisebb testvérnek adná. Hány forintot kaptak az üres üvegekért külön-külön?

10. Egy kalitkában nyulak és fécánok vannak. Az állatoknak összesen 35 fejük és 94 lábuk van. Hány nyúl és hány fécán van a kalitkában?

11. Oldjuk meg az egyenletrendszereket:

$$\left. \begin{array}{l} 2x + 5y = 25 \\ 4x + 3y = 15 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 4x + 3y + 4 = 0 \\ 6x + 5y + 7 = 0 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} \frac{x+1}{y+2} = 5 \\ 3(2x-5) - 4(3y+4) = 5 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 3x - 2y = 11 \\ 4x - 5y = 3 \end{array} \right\}$$

12. Fejezzük ki az egyenletekből x-et (a többi betűvel): $2mx + a = b$ $(m - s)x = p + q$

$$a(b - x) = c \quad x - ax = a \quad \frac{x}{m} - x = a \quad bx - abx = b^2c - ab^2$$

13. Alakítsuk szorzattá a következő kifejezéseket: $a^2b^2 - 4$ $16 - p^2q^2$ $9c^2d^2 - 16$
 $x^2 - \frac{1}{25}y^2$ $a^2 + 2ab + b^2$ $4c^2 + 4c + 1$ $9m^2 - 6m + 1$

14. Egyszerűsítsük a következő kifejezéseket:

$$\frac{a^2b^2}{8a^3b^4} \quad \frac{5x^2y}{10x^3y} \quad \frac{a-b}{-(a-b)} \quad \frac{a-b}{b-a} \quad \frac{x+1}{x^2-1} \quad \frac{a^2-b^2}{(a+b)^2}$$

15. Thomas Alva Edisonnak (1874-1931) jó érzéke volt a szellemes tréfákhoz. Nagyszámú vendégserege gyakran csodálkozott, hogy csak milyen nagy fáradtsággal lehet a ház előtti kertajtót kinyitni. Végül az egyik barátja így szólt a feltalálóhoz: „Egy ilyen technikai zseni, mint te, igazán megjavíthatná a kertajtót, hogy rendesen működjön.” Edison mosolyogva válaszolt. „A kapumat meglehetősen értelmesen terveztem meg. Rákötöttem a ciszternára. Mindenki, aki hozzám jön, 20 liter vizet pumpál a ciszternába.” Amikor Edison 20 literes edényről 25 literesre tért át, 12 látogatóval kevesebb kellett a ciszterna megtöltéséhez. Mekkora volt a ciszterna befogadóképessége?

16. Végezzük el az összeadásokat és kivonásokat, azaz írjuk fel egyetlen törtjellel a legegyszerűbb alakban).

$$\frac{a+3}{4} - \frac{a+1}{4} \quad \frac{3}{a} + \frac{5}{b} \quad \frac{x}{ab} + \frac{x}{ac} \quad \frac{5x}{ma} - \frac{3y}{mp} \quad \frac{a}{2x} - \frac{b}{3x^2} \quad \frac{1}{x-y} - \frac{1}{x+y}$$

17. Egy fáról a cseresznyét Jancsi 8 óra, Balázs 10 óra, Ernő 12 óra alatt tudná leszedni. Hány óra múlva lesznek kész, ha együtt szüretelnek?

18. Oldjuk meg a következő egyenleteket: $\frac{2x-9}{2x+1} = \frac{2x-9}{5+2x}$ $\frac{x+3}{2x} - 1 = \frac{x-1}{6x} + \frac{1}{6}$

19. Két síelő ugyanazon a távolságon siklik végig. Az elsőnek, akinek a sebessége 2,5 km/ó-val kisebb a másodikénál, 45 perccel tovább tart az út, mint a másodiknak. Mekkora a síelők sebessége, ha a második 3 ó 30 perc alatt tette meg az utat?

20. Gondoltam egy számot. megszoroztam 4-gyel, és az eredményből levontam a gondolt számnál 5-tel nagyon szám kétszeresét. Ehhez a gondolt számot hozzáadva azt kaptam, hogy...
A kipontozott rész ismeretében hogyan tudnád lehető leggyorsabban meghatározni a gondolt számot?

21. Egyszerűsítsük a törteket: $\frac{5a-5b}{10a}$ $\frac{3x+3y}{6x}$ $\frac{4m-4a}{8a+8b}$ $\frac{ac-bc}{c^2+cd}$ $\frac{k^2+k}{kx-ky}$

22. Oldd meg az egyenletrendszereket:

$$\left. \begin{array}{l} x+y=12 \\ 3x-4y=1 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 2x-3y=19 \\ 3x+4y=3 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} 3(x+y)=2-y \\ 2(x-y)=7+y \end{array} \right\}$$

23. Egy háromszög egyik szögét megháromszorozva, a másikat megduplázva, a harmadikat 7 fokkal növelve ugyanazt a szögét kapjuk. Határozd meg a háromszög szögeit.

24. Oldd meg az egyenletrendszereket:

$$\left. \begin{array}{l} y^2 - 2x^2 = 1 \\ 5x^2 - 2y^2 = 2 \end{array} \right\} \quad \left. \begin{array}{l} (x+2)(y-3) = xy - 5 \\ 3(y-x) - \frac{x+y}{2} = 2 \end{array} \right\}$$

25. Amikor B kétszer volt idősebb C-nél, akkor A 6 éves volt. Most, amikor C 21 éves, B életkora éppen kétszerese A életkorának. Melyikük hány éves?
26. – Hány óra van, nagypapa? – kérdi Pisti.
 – Tegnap reggel 8 óra óta éppen ötször annyi idő telt el, mint amennyi a lefekvésedig még hátra van
 – feleli az unokája elméjének élesítésére mindig készen álló nagypapa.
 – A ma éjjelig előttünk álló idő viszont kér órával kevesebb, mint a lefekvésedig hátra levő idő kétszerese.
 Állapítsuk meg, hogy hány órákor hangzott el ez a beszélgetés.
27. A B városból a 180 km-re levő C városba eljuthatunk 6 órai hajózás után 2 órai autóbusz utazással, vagy 3 óra hajóút után 3 órányi autóbusz utazással is. Mekkora a hajó és a busz sebessége?
28. Hozzuk a legegyszerűbb alakra: (pl. kiemeléssel szorzattá alakítás, egyszerűsítés, összevonás)
- $$\frac{a^2 - ab}{b} \cdot \frac{b^2}{a} \quad \frac{ab + b^2}{9} \cdot \frac{3a}{b^2} \quad \frac{x^2 - y}{6x^2y^2} \cdot \frac{3xy}{x + y} \quad \frac{x^2 + xy}{x} \cdot \frac{y}{xy + y^2}$$
29. Hozzunk közös nevezőre, majd végezzük el a lehetséges összevonásokat, majd egyszerűsítsük a törtet, ha lehet.
- $$a - \frac{a^2}{a-1} \quad 1 + \frac{x-y}{x+y} \quad 2 + \frac{a+4b}{a-2b} \quad \frac{x^2 - 2ax}{a+x} + a + x \quad 3x + \frac{x-2}{2} - \frac{x-3}{3}$$
- $$\frac{x+y}{4} - \frac{2x-3y}{3} + x \quad \frac{2x-5y}{2} - y - \frac{3x-y}{4} \quad 2a - \frac{a-b}{5} - \frac{2a+b}{2}$$
30. Oldd meg az egyenleteket: $\frac{4}{5} - \frac{x-1}{6} = \frac{x+3}{10} + \frac{2-x}{4}$ $\frac{10-x-6}{3} = 2 - \frac{x-6}{2}$
- $$\frac{3x-5}{7} - \frac{2(x-2)}{3} = 2 \quad \frac{21+7x}{2} = x - 3 + 24 - 2(3-x) \quad \frac{2x+10}{6} - 2 \cdot \frac{x-2}{5} = 3$$
31. Egy egyenes körhenger palástjának területe 28 dm^2 , az alaplapp területe 524 cm^2 . Mekkora a térfogata?
32. Egy háromszög egyik oldala $a=25 \text{ cm}$, a másik $b=30 \text{ cm}$, a harmadik oldalhoz tartozó magasság pedig $m_c=24 \text{ cm}$. Mekkora a háromszög c oldala?
33. Egy szabályos négyoldalú gúla alapéleit c -vel, oldaléleit d -vel jelöljük. Fejezzük ki ezzel a két mennyiséggel a gúla felszínét.
34. Az ABC derékszögű háromszög átfogója BC. Az A csúsból induló magasság talppontja D, $DB=9 \text{ cm}$, $AB=15 \text{ cm}$. Mekkora az ABC háromszög oldalai?
35. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget, ha adott a szárak között levő szöge, továbbá az alap és egy szár összege. A szerkesztés menetét is le kell írni.
36. Egy háromszögnek rögzítsük két csúcsát, A-t és B-t, a harmadik csúcs a síkon bárhol lehet. Mi az A és a B csúcsokból induló magasságvonalak talppontjainak halmaza?
37. Egy 6 cm , 4 cm és $2,5 \text{ cm}$ oldalú háromszöget felnagyítottunk. A nagyítás során a 6 cm -es oldal $8,4 \text{ cm}$ -es lett. Mekkora az új háromszög többi oldala?

38. Egy háromszög oldalai úgy aránylanak egymáshoz, mint 2:4:5, a hozzá hasonló háromszög területe 55 cm. Határozzuk meg ez utóbbi háromszög oldalainak a hosszát.
39. Egy háromszög egyik oldalához illesszünk egy olyan háromszöget, amely az elsővel együtt az eredetihez hasonló háromszöget ad.
40. Adott egy egyenlő szárú és egy derékszögű háromszög. Szerkesszünk a derékszögű háromszög oldalai, mint alapok fölé az egyenlő szárúhoz hasonló háromszögeket.
41. Egy lejtő a vízszintessel 24 fokos szöget zár be és 1,8 méter magasra visz. Mekkora a lejtő hossza?
42. Egy gigantikus méretű derékszögű háromszög két befogója 32 km és 74 km. Mekkora a háromszög szögei, és mekkora az átfogója?
43. Milyen magasra visz a 8,7 méter hosszúságú lejtő, ha a vízszintessel 15 fokos szöget zár be?
44. Egy icurka-picurka derékszögű háromszög két befogója 0,56 mm és 0,92 mm. Mekkora a háromszög szögei, és mekkora az átfogója?
45. Oldd meg grafikusán: $\sqrt{x-5} \leq -2x+5$ $\sqrt{x-3} < -x+3$ $\{x-2\} = -|x-6|+3$
46. Oldjuk meg grafikusán és algebrailag: $|x+1|+|x-3|=x+2$ $|x+3|=-2x+3$ $|x|+5=-3x+9$
48. Oldjuk meg a következő egyenleteket algebrailag és grafikusán:
 $|x+3|=-2x$ $|x+3|=-\frac{x}{3}+1$ $|x-1|=\frac{x}{2}-2$
49. Egy számtani sorozat három egymás utáni elemének összege 18. Mire lehet ebből következtetni?
50. Az 5, 9, 13, 17, ... számtani sorozatnak hányadik eleme a 2313? Ennek a sorozatnak mennyi az első huszonöt elemének az összege?
51. Egy moziban 42 sor van. Az első sorban 10 hely van, utána minden sorban 3-mal több. Hány férőhelyes a mozi?
52. Egy számtani sorozat ötödik tagja 17, hetedik tagja 10. Mennyi a differencia, az első tag, és mennyi az első nyolc tag összege?
53. Egy színházi nézőtérén 36 sor van. Az első sorban 18 hely van, utána minden sorban 3-mal több. Hány férőhelyes a színház?
54. Egy számtani sorozat hatodik tagja 22, nyolcadik tagja 13. Mennyi a differencia, az első tag, és mennyi az első kilenc tag összege?
55. Egy nyolcjegyű zsebszámológéppel, amely csak a négy alpműveletet ismeri, hogyan állapítható meg egy 19 jegyű számról, hogy osztható-e 19-cel, illetve ha nem, akkor mennyi a maradék?
56. Egy háromszögnek hat „alkotórésze” van: három oldala és három szöge. Lehet-e két nem egybevágó háromszöget találni úgy, hogy az első háromszög öt alkotórésze megegyezzen a másik háromszög öt alkotórészeivel?
57. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög szögfelezőinek a metszéspontjából a csúcsokba vezető szakaszok a háromszöget három tompaszögű háromszögre bontják.

58. Egy körlapon húzzunk 6 egyenest úgy, hogy azok minél több részre osszák a körlapot.

59. Vegyünk fel a síkon négy pontot, amelyek nem esnek egy egyenesbe. Szerkesszünk kört, amely mind a négy ponttól egyenlő távolságra van.

60. Hány részre osztják a kocka lapsíkjai a teret? Hány részre osztják a szabályos tetraéder lapsíkjai a teret?

61. A sík mely pontjai elégítik ki a következő egyenlőtlenség-rendszereket?

$$\left. \begin{array}{l} 2x - y \leq 3 \\ 4x - 2y \geq -2 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 4x + 2 \leq 2y \\ 2x - y \geq 3 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} 2y + x \leq -4 \\ x + 2 \leq 0 \\ y - x + 2 \geq 0 \end{array} \right\}$$

62. Egy családban az volt a szokás, hogy a tanév végén a három testvér mindegyike az apjától annyi könyvet kapott ajándékba, ahány éve iskolába jár. Bizonyos idő alatt összesen 59 könyvük gyűlt össze. Hányadik osztályt fejezték be akkor a gyerekek?

63. Ha párosával vesszük a lépcsőfokokat egy lépcsősoron, akkor a végén egy lépcső marad, ha hármasával, akkor kettő, ha négyesével, akkor három, ha ötösével, akkor 4, ha hatosával, akkor 5, ha pedig hetesével, akkor nem marad egy lépcsőfok sem. Hány lépcsőfokból áll a lépcsősor?

64. Milyen számjegyre *nem* végződhetnek a következő összegek?

1+2, 1+2+3, 1+2+3+4, 1+2+3+4+5, ... stb ...

65. Mária és Anna életkorának összege 56 év. Mária kétszer olyan idős, mint Anna volt akkor, amikor Mária feleannyi éves volt, mint Anna lesz akkor, amikor Anna háromszor olyan idős lesz, mint Mária volt akkor, amikor Mária háromszor olyan idős volt, mint Anna. Melyikük hány éves?

66.

A „nyolcból négyet” nevű játék ismertetése

Valaki felír egy négyjegyű számot, a másiknak ezt kell majd kitalálnia. A négyjegyű számban csak az 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 számjegyek fordulhatnak elő, de egy számjegy legfeljebb csak egyszer szerepelhet.

Aki ki akarja találni a számot, szintén ilyen típusú négyjegyű számot kérdez, partnere megmondja, hogy hány számot talált el, és hogy közülük hány van a saját helyén. Legyen például a gondolt szám 3472. Legyen az első kérdés 2785. A válasz 2/0, mert két számot, a 2-t és a 7-et eltalálta, de ebből egyik sincs a helyén. A következő tipp: 2475. Erre a válasz 3/2, mert három számot eltalált, a 2-est, a 4-est és a 7-est, és ezek közül kettő, a 4-es és a 7-es a helyén van.

A játékban az a cél, hogy minél kevesebb találgatással kitaláljuk a gondolt számot.

67. „Nyolcból négyet” játékokról készültek az alábbi feljegyzések

1. játék	7652 2/0	2. játék	2806 2/2
	8721 2/0		5817 3/2
	4237 2/2		5876 2/0
	4587 0/0		

Mi lehetett a gondolt szám a két esetben?

68. Feri, Gyula, Jancsi és Karcsi meglátogatták egy barátjukat. A négy fiú családi neve – valamilyen sorrendben: Kiss, Nagy, Szabó és Molnár. Elsőnek Molnár érkezett, másodiknak Jancsi, ezután Kiss és végül Gyula. Mindenki hozott egy ajándékot: Molnár bűvös kockát, Feri golyóstollat, Gyula csokit, Szabó pedig könyvet. Mi a négy fiú teljes neve?

69. Egy osztályban 40 tanuló van. 14 tanuló kézilabdázik, 36 kosárlabdázik. Minden tanuló legalább az egyik sportágat űzi. Az osztály hány százalékát teszik ki azok a tanulók, akik csak kézilabdáznak?

70. Az iskolának foci- és kosárlabdacsapata van. Az egyik osztályban 7 fiú jár az iskolai foci-meccsekre, 10 jár a kosárlabdameccsekre, 3 mind a két sportág meccseit látogatja, de 4 fiú egyáltalán nem jár meccsekre. Hány fiú jár az osztályba?

71. A nyári hegymászó táborban húsz fiú vett részt. A tábor végén mindenki címet cserélt a többiekkel. Az állomáson mindenki kézfogással búcsúzott el a többiektől. Összesen hány címet írtak le a fiúk? Összesen hányszor fogtak kezét?

72. Az iskolánk kosárlabdacsapatának leányai a meccsek végén pacsit adnak egymásnak. Hány játékos vett részt a mi iskolánkból azon a mérkőzésen, ahol 105 pacsit csattant?

73. Írd fel az algebra nyelvén! Európa lakosainak számát jelöljük e -vel, területét t -vel. A 2000-es adatok szerint Ázsiának megközelítőleg háromszor annyi lakosa és közel négyszer akkora területe volt, mint Európának.

- a) Hány lakosa volt Ázsiának?
- b) Mennyivel több lakosa volt Ázsiának, mint Európának?
- c) Hány lakosa volt Európának és Ázsiának összesen?
- d) Mennyivel kevesebb lakosa volt Európának, mint Ázsiának?
- e) Mekkora Ázsia területe?
- f) Mekkora Európa népsűrűsége?
- g) Mekkora Ázsia népsűrűsége?
- h) Melyik földrésznek nagyobb a népsűrűsége?

74. Riska tehén c liter tejet ad naponta. A tej 25 részéből túrót csináltak, a többit eladták. Írj képletet, amely megadja a következőket!

- a) Hány liter tejet értékesítettek?
- b) Hány forint bevételük volt, ha 1 liter tej ára b forint?
- c) Hány kg túrót csinált a gazda, ha 1 l tejből 14 kg túró készült?
- d) Hány forintot kapott a gazda a túróért, ha a túrókilója d forintba került?

75. Most kétszer olyan idős vagyok, mint te voltál akkor, amikor én annyi idős voltam, mint te most. Amikor pedig te leszel annyi, mint én most, akkor ketten együtt éppen 63 évesek leszünk. Hány éves vagyok?

76. Oldjuk meg az egyenleteket:

$$3(x - 4) - (5 - 2x) = 5(2x - 1) - 27$$

$$-2x + \frac{x-5}{4} = x + \frac{3}{2}$$

77. Melyik az a legkisebb pozitív egész szám, amelynek kétszerese négyzetszám, háromszorosa pedig köbszám?

78. Egy pangyíliai iskola 8. évfolyamára összesen 60 diák jár. Közülük a szőke, a fekete, a barna és a vörös hajúak számának aránya ebben a sorrendben $4 : 2 : 5 : 1$. (Más hajszín nem fordul elő közöttük.) A nyolcadikosok 45%-a barnaszemű, a barnaszeműek $\frac{5}{9}$ részének a haja is barna. Válaszolj az alábbi kérdésekre, és írd le a számolás menetét is! a) Hány diáknak van barna haja a

nyolcadikosok között? $5/12$ rész = 25 diák b) Hány diáknak van barna szeme a nyolcadikosok között? $60 \cdot 0,45 = 27$ fő c) Hány olyan diák van a barnaszemű nyolcadikosok között, akinek nem barna a haja? $4/9$ rész = 12 diák barnaszemű, de nem barna hajú.

79. Mennyibe kerül a negyedik csokor virág?



400 Ft



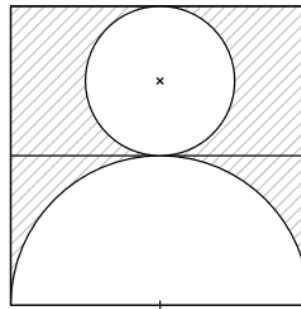
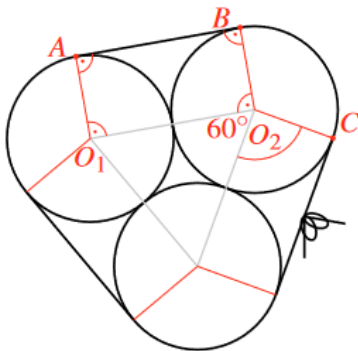
340 Ft



480 Ft



? Ft



80. Három csövet az ábra szerint szeretnénk összekötni egy 72 cm hosszú madzaggal a bal oldali ábra szerint. Minden cső sugara 5 cm, s a csomózáshoz 10 cm-t számolunk. Sikerülhet-e az összekötés?

81. Tíz egymást követő páros egész szám összege 50. Az összeadott számok közül melyik a legkisebb?

82. A piripócsi faluházán polgármestert választanak. A falu lakóinak 63%-a ment el szavazni, és közülük 336-an, a szavazók $2/3$ -a választotta Bokor Benőt. Hányan laknak Piripócsen?

83. A négyzet alakú üveglak díszítésében a satírozott részhez színes üveget használnak a fenti jobb oldali ábra szerint. Mekkora a színes üvegfelület nagysága, ha a kis kör sugara 2 dm?

TARTALOM

I. A kör kerülete és területe, Pitagorasz tétel, hasáb, henger	1
II. Gondolkodást fejlesztő feladatok és algebra	21
III. Középpontos nagyítás és kicsinyítés	38
IV. Függvények, számtani sorozatok	47
V. Geometria	61
VI. Algebra, szöveges feladatok	72
VII. Kúp, gúla, gömb	81
VIII. Vegyes feladatok	90

