

I. SZÁMTAN

Számolás egész számokkal és törtszámokkal

1. Végezzük el a következő összevonásokat!

$$13 + (+25) - (+12) + (+24) - (+50)$$

$$-30 + (-16) - (+14) - (-2)$$

$$-12 + (+17) - (+31) - (+40) - (+15)$$

$$3 - (-2) + (-8) - (+11)$$

2. Végezzük el a következő összevonásokat!

$$-2 + (-19) - (+6) + (+12)$$

$$3 - (-2) + (-8) - 11$$

$$-13 - 25 - (-12) + (-24) + 50$$

$$-6 + (-9) - 18 + 32$$

$$-12 + 17 - 31 + (-40) + 8 - 5$$

$$8 + 31 - (-9) + (-11) - (+3)$$

3. Számítsuk ki!

$$2^2 \cdot 3^4$$

$$4^2 \cdot 3^2$$

$$-2^2 \cdot 3^2$$

$$(-3)^2 \cdot 5^3$$

$$4 \cdot (-2)^3$$

$$(-2)^3 \cdot (-3)^2$$

$$(-4)^3 \cdot (-2)^3$$

$$(-4)^0 \cdot (-1)^3$$

$$(-1)^6 \cdot (-2)^5$$

4. Számítsuk ki!

$$-4 \cdot 2^2 \cdot 5^2$$

$$(-3)^3 \cdot 15 \cdot (-2)^4$$

$$-4 \cdot (-3)^2 \cdot 4^2$$

$$2^2 \cdot (-10) \cdot (-2)^2$$

$$-4 \cdot (-2)^2 \cdot 5^2$$

$$2^5 \cdot (-3)^4 \cdot 4^5$$

5. Írjuk be a táblázatba a hiányzó számokat!

x	105	-15	1		4		0	12
y	9			-12		-5		
xy		-45	13	-72	-96	75	17	-120

6. Számítsuk ki a szorzatokat, illetve írjuk be a hiányzó osztandókat!

$$(-42) \cdot (+3)$$

$$(-5) \cdot (-7)$$

$$\dots : (-42) = +3$$

$$\dots : (-5) = -7$$

$$(-33) \cdot (+10)$$

$$(-12) \cdot (-6)$$

$$\dots : (-33) = +10$$

$$\dots : (-12) = -6$$

7. Végezzük el a műveleteket!

$$(+24) : (+12)$$

$$(-48) : (+6)$$

$$(-120) : (+8)$$

$$(-72) : (-8)$$

$$(+24) : (-6)$$

$$(-48) : (-8)$$

$$(+120) : (-8)$$

$$(+72) : (-8)$$

8.

Döntsük el, hogy igaz vagy nem.

Vannak olyan számok, amelyek egyenlők az abszolútértékükkel.

Vannak olyan egész számok, amelyek megegyeznek az ellentettjükkel.

Két negatív szám közül a kisebb abszolútértékű a nagyobb.

Két pozitív szám közül a kisebb abszolútértékű a nagyobb.

Két negatív szám közül a nagyobb abszolútértékű a nagyobb.

Bármelyik természetes szám ellentettje nem nagyobb nullánál.

9.

Döntsük el, hogy igaz vagy nem.

Két egész szám közül a nagyobb abszolútértékű a nagyobb.

Két természetes szám közül a nagyobb abszolútértékű a nagyobb.

Egy pozitív és egy negatív egész szám közül mindig a pozitív a nem kisebb.

Egy pozitív és egy negatív szám közül lehet, hogy a kisebb abszolútértékű a nagyobb.

10. Bővítsük a következő törteteket!

$$\begin{array}{ccccccc} \frac{7}{8} = \frac{21}{\dots} & \frac{4}{9} = \frac{16}{\dots} & \frac{9}{10} = \frac{36}{\dots} & \frac{3}{4} = \frac{\dots}{28} & \frac{2}{5} = \frac{10}{\dots} & \frac{4}{3} = \frac{44}{\dots} & \frac{5}{7} = \frac{35}{\dots} \\ \frac{7}{8} = \frac{14}{\dots} & \frac{4}{9} = \frac{36}{\dots} & \frac{9}{10} = \frac{81}{\dots} & \frac{2}{3} = \frac{\dots}{18} & \frac{2}{5} = \frac{\dots}{40} & \frac{3}{7} = \frac{\dots}{28} & \end{array}$$

11. Bővítsük mindegyik törtet úgy, hogy a nevező 18 legyen!

$$\frac{1}{3}, \frac{5}{6}, \frac{2}{9}, \frac{7}{6}, \frac{5}{9}, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{10}{9}$$

12. Egyszerűsítsük a törteteket!

$$\frac{3}{6}, \frac{4}{12}, \frac{5}{15}, \frac{7}{28}, \frac{14}{35}, \frac{21}{49}, \frac{12}{36}, \frac{12}{20} \qquad \frac{16}{20}, \frac{16}{24}, \frac{16}{40}, \frac{21}{56}, \frac{35}{56}, \frac{18}{42}, \frac{28}{42}, \frac{36}{42}$$

13. Egyszerűsítsük a törteteket, ameddig csak lehet!

$$\frac{32}{48}, \frac{48}{72}, \frac{72}{288}, \frac{36}{44}, \frac{672}{720}, \frac{546}{798}, \frac{792}{1080}, \frac{528}{1008}$$

14. Hasonlítsuk össze a törteteket! Tegyük ki a megfelelő relációs jelet!

$$\frac{4}{3} \frac{2}{3} \quad \left| \quad \frac{4}{7} \frac{4}{6} \quad \right| \quad \frac{4}{9} \frac{2}{3} \quad \left| \quad \frac{3}{5} \frac{7}{10} \quad \right| \quad \frac{3}{4} \frac{5}{8} \quad \left| \quad \frac{9}{6} \frac{3}{2} \quad \right| \quad \frac{6}{9} \frac{19}{27}$$

15. Végezzük el az összeadásokat! Ahol lehet, egyszerűsítsük a kapott összeget!

$$\frac{2}{5} + \frac{2}{3} \quad \frac{1}{3} + \frac{2}{5} \quad \frac{2}{3} + \frac{3}{4} \quad \frac{3}{7} + \frac{11}{14} \quad \frac{3}{4} + \frac{3}{5} \quad \frac{5}{14} + \frac{1}{7} \quad \frac{7}{15} + \frac{1}{5} \quad \frac{1}{6} + \frac{1}{3} \quad \frac{3}{4} + \frac{4}{3}$$

16. Végezzük el az összeadást, a végeredményben egyszerűsítsük a törtet, ameddig lehet!

$$\begin{array}{cccc} \frac{2}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{3} + \frac{4}{5} & \frac{4}{6} + \frac{1}{3} + \frac{2}{10} + \frac{4}{5} & \frac{2}{9} + \frac{1}{3} + \frac{7}{9} + \frac{2}{3} & \frac{4}{8} + \frac{1}{2} + \frac{3}{5} + \frac{2}{5} \\ \frac{4}{9} + \frac{1}{7} + \frac{5}{9} + \frac{6}{7} & \frac{3}{8} + \frac{2}{5} + \frac{5}{8} + \frac{3}{5} & \frac{5}{8} + \frac{3}{4} + \frac{3}{8} + \frac{1}{4} & \end{array}$$

17. Végezzük el a kivonásokat, a végeredményben egyszerűsítsük a törtet, ameddig lehet!

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{3} \quad \frac{7}{3} - \frac{6}{7} \quad \frac{5}{8} - \frac{1}{5} \quad \frac{4}{9} - \frac{1}{2} \quad \frac{8}{15} - \frac{2}{9} \quad \frac{4}{9} - \frac{5}{12} \quad \frac{6}{25} - \frac{1}{15} \quad \frac{9}{4} - \frac{5}{6}$$

18. Végezzük el a műveleteket!

$$\begin{array}{ccc} \left(\frac{3}{8} + \frac{3}{4} \right) - \left(\frac{3}{16} + \frac{3}{8} \right) & \left(\frac{7}{9} - \frac{2}{3} \right) - \left(\frac{5}{8} - \frac{3}{8} \right) & \left(\frac{7}{5} - \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{3}{5} \right) \\ \left(\frac{4}{5} - \frac{4}{10} \right) + \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{6} \right) & \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{2}{8} \right) & \left(\frac{3}{16} + \frac{1}{8} \right) - \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{16} \right) \end{array}$$

19. Végezzük el a műveleteket!

$$\begin{array}{l} \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{5} \right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{5} \right) \quad \left(\frac{4}{9} + \frac{3}{7} \right) - \left(\frac{1}{3} + \frac{3}{7} \right) \\ \left(\frac{7}{8} - \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{3} \right) \\ \left(\frac{5}{6} + \frac{2}{5} \right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{5} \right) \end{array}$$

20. Végezzük el a műveleteket!

$$\left(\frac{9}{50} + \frac{21}{25}\right) - \left(\frac{23}{25} + \frac{1}{10}\right) \quad \left(\frac{8}{15} - \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{4}\right) \quad \left(\frac{16}{55} - \frac{3}{11}\right) + \left(\frac{6}{22} - \frac{32}{110}\right)$$

21. Végezzük el a műveleteket! $\left(\frac{8}{5} - \frac{2}{3}\right) \cdot 5$ $\left(\frac{9}{10} - \frac{2}{5}\right) \cdot 5$ $\left(\frac{7}{3} - \frac{2}{8}\right) \cdot 8$

$$\left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3}\right) \cdot 2 \quad \left(\frac{9}{8} - \frac{2}{3}\right) \cdot 8$$

22. Végezzük el a műveleteket!

$$\frac{2}{3} \cdot 9 - \frac{5}{12} \cdot 9 \quad \frac{4}{5} \cdot 12 - \frac{5}{8} \cdot 12 \quad \frac{3}{2} \cdot 4 - \frac{3}{4} \cdot 4 \quad \left(\frac{21}{24} - \frac{27}{36}\right) \cdot 12 \quad \left(\frac{56}{75} - \frac{21}{15}\right) \cdot 15$$

23. Végezzük el az osztásokat!

$$\frac{3}{4} : 2 \quad \frac{4}{5} : 3 \quad \frac{7}{8} : 5 \quad \frac{1}{2} : 4 \quad \frac{3}{2} : 2 \quad \frac{4}{9} : 3 \quad \frac{2}{5} : 3$$

24. Végezzük el a műveleteket, a végeredményben egyszerűsítsük a törtet, ameddig lehet!

$$\left(\frac{3}{2} + \frac{3}{4}\right) : 3 \quad \left(\frac{4}{5} + \frac{6}{5}\right) : 2 \quad \left(\frac{4}{5} + \frac{8}{10}\right) : 4 \quad \left(\frac{3}{2} + \frac{5}{2}\right) : 2 \quad \left(\frac{2}{5} + \frac{6}{15}\right) : 3 \quad \left(\frac{3}{7} + \frac{25}{35}\right) : 5$$

25. Végezzük el a műveleteket, a végeredményben egyszerűsítsük a törtet, ameddig lehet!

$$\left(\frac{9}{5} - \frac{1}{3}\right) : 2 \quad \left(\frac{4}{7} - \frac{1}{4}\right) : 3 \quad \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{4}\right) : 2 \quad \left(\frac{7}{4} - \frac{1}{2}\right) : 3 \quad \left(\frac{7}{8} - \frac{2}{3}\right) : 7 \quad \left(\frac{12}{7} - \frac{3}{4}\right) : 3$$
$$\left(\frac{4}{5} - \frac{8}{10}\right) : 5 \quad \left(\frac{9}{2} - \frac{3}{4}\right) : 5$$

26. Számítsuk ki a következő mennyiségek törtrészeit!

$$3 \text{ kg } \frac{1}{4} \text{ része} \quad 15 \text{ kg } \frac{7}{30} \text{ része} \quad 8 \text{ kg } \frac{3}{10} \text{ része} \quad 2 \text{ kg } \frac{3}{8} \text{ része}$$
$$3 \text{ kg } \frac{15}{20} \text{ része} \quad 10 \text{ kg } \frac{13}{50} \text{ része}$$

27. Számítsuk ki a következő mennyiségek törtrészeit!

$$\frac{3}{4} \text{ óra } \frac{1}{3} \text{ része} \quad \frac{2}{5} \text{ óra } \frac{3}{4} \text{ része} \quad \frac{1}{3} \text{ óra } \frac{1}{2} \text{ része} \quad \frac{1}{6} \text{ óra } \frac{3}{5} \text{ része}$$
$$\frac{5}{12} \text{ óra } \frac{4}{5} \text{ része} \quad \frac{3}{10} \text{ óra } \frac{2}{3} \text{ része}$$

28. Végezzük el a szorzásokat!

$$\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{5} \quad \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{10} \quad \frac{6}{7} \cdot \frac{14}{15} \quad \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{4} \quad \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{8} \quad \frac{6}{35} \cdot \frac{5}{16}$$

29. Végezzük el az osztásokat!

$$\frac{3}{5} : \frac{2}{3} \quad \frac{4}{7} : \frac{3}{5} \quad \frac{7}{8} : \frac{3}{5} \quad \frac{9}{10} : \frac{4}{7} \quad \frac{11}{12} : \frac{3}{5} \quad \frac{3}{8} : \frac{4}{3}$$

30. Végezzük el az osztásokat!

$$\frac{5}{6} : \frac{4}{5} \quad -\frac{8}{15} : \frac{4}{5} \quad -\frac{2}{3} : \left(-\frac{6}{7}\right) \quad -\frac{11}{24} : \frac{7}{12} \quad \frac{7}{9} : \left(-\frac{14}{27}\right)$$

31. Végezzük el a műveleteket, közben ügyeljünk azok sorrendjére!

$$\left(\frac{7}{8} + \frac{3}{4}\right) \cdot 5 - \left(\frac{7}{6} + \frac{1}{2}\right) : 2 \quad \left(\frac{4}{5} + 2\right) : 2 - \left(3 - \frac{3}{4}\right) \cdot 2$$

$$\frac{7}{8} + \frac{3}{4} \cdot 5 - \frac{7}{6} + \frac{1}{2} : 2 \quad \frac{4}{5} + 2 : 2 + 3 - \frac{3}{4} \cdot 2$$

32. $\frac{3}{4}$ kétszeresének és $\frac{3}{4}$ felének az összegéből elvettem a $\frac{3}{4}$ kétszeresének és $\frac{3}{4}$ felének a különbségét. Mennyi ez a különbség?

33. $\frac{5}{6}$ kg narancsot ettünk meg. Ez éppen $\frac{3}{5}$ része a vásárolt mennyiségének. Hány kg narancsot vásároltunk? Hány dkg az elfogyasztott mennyiség és hány dkg a vásárolt mennyiség?

34. Mennyi 2000-nek a következő törtresze?

$$\frac{3}{100}, \quad \frac{42}{100}, \quad \frac{37}{100}, \quad \frac{8}{100}, \quad \frac{100}{100}, \quad \frac{120}{100}, \quad \frac{39}{100}, \quad \frac{78}{100}$$

35. Rendezzük növekvő sorrendbe a következő számokat.

$$0,7 \quad \frac{3}{5}, \quad \frac{6}{15}, \quad 0,16, \quad 1,423, \quad \frac{12}{25}, \quad \frac{9}{30}$$

36. Melyik az a szám, amelynek a

$$\frac{2}{5} \text{ része } 4 \quad \frac{3}{4} \text{ része } 6 \quad \frac{4}{5} \text{ része } 10 \quad \frac{3}{5} \text{ része } 12 \quad \frac{7}{6} \text{ része } 28 \quad \frac{2}{3} \text{ része } 8$$

37. Számítsd ki:

$$\frac{5}{3} : \left(-\frac{2}{3}\right) \quad -\frac{15}{14} \cdot \left(-\frac{21}{25}\right) \quad \frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{4}{3}\right) \quad \frac{5}{2} : \frac{4}{5}$$

Számolás tizedes törtekkel

38. Végezzük el a következő szorzásokat!

$$\begin{array}{llllll} 37,512 \cdot 10 & 37,512 \cdot 100 & 37,512 \cdot 1000 & 37,512 \cdot 10000 & 0,007 \cdot 10 & 0,007 \cdot 100 \\ 0,007 \cdot 1000 & 0,007 \cdot 10000 & 5,31 \cdot 10^0 & 5,31 \cdot 10^1 & 5,31 \cdot 10^2 & 5,31 \cdot 10^3 \\ 5,31 \cdot 10^4 & 2,9 \cdot 10 \cdot 10^2 & 0,07 \cdot 1000 \cdot 10 & 5,43 \cdot 10^3 \cdot 10^2 & 0,009 \cdot 10^4 \cdot 10^2 \end{array}$$

39. Végezzük el a következő osztásokat!

$$\begin{array}{llll} 71,86 : 10 & 3,47 : 100 & 12,59 : 1000 & \\ 39,4 : 10000 & 67,86 : 10^2 & 999,1 : 10^3 & 1,42 : 10^4 \\ & & & 2526 : 10^5 \end{array}$$

40. Végezzük el a műveleteket!

$$0,07 \cdot 100 \cdot 0,44 + 0,25 \cdot 21,4$$

$$3,14 \cdot 1,05 + 0,05 \cdot 33,3$$

$$52,4 \cdot 100 \cdot 0,7 - 0,21 \cdot 21,1$$

41. Végezzük el a műveleteket!

$$(3,1 - 1,85) \cdot (1,2 - 1,12) + (10 - 1,7) \cdot (12,1 - 10,7)$$

$$(235,4 - 190,9) \cdot (2,1 - 1,6) + 3,7 \cdot (16 - 12,3)$$

42. Végezzük el a műveleteket.

$$(3,6 \cdot 0,4 + 2,24 \cdot 2,5) \cdot 0,01$$

$$(1 - 0,3) \cdot (3 - 2,78) + 1,2 \cdot 0,12$$

$$5,6 - 3,1 \cdot 0,6 + 10 \cdot 0,9$$

43. Végezzük el az írásbeli szorzásokat.

$$0,47 \cdot 32$$

$$7,27 \cdot 12$$

$$0,75 \cdot 42$$

$$1,16 \cdot 17$$

$$4,08 \cdot 31$$

44. Végezzük el az írásbeli osztásokat két tizedes jegyig, majd kerekítsük egy tizedesjegyre az eredményt.

$$158,62 : 25$$

$$84,13 : 53$$

$$833,19 : 39$$

$$1499,41 : 46$$

45. Végezzük el a műveleteket.

$$(3,6 \cdot 0,4 + 2,24 \cdot 2,5) \cdot 0,01$$

$$(1 - 0,3) \cdot (3 - 2,78) + 1,2 \cdot 0,12$$

$$5,6 - 3,1 \cdot 0,6 + 10 \cdot 0,9$$

46. Végezzük el a műveleteket.

$$3,72 : 10 + 48,6 : 100 + 0,072$$

$$0,25 : 4 + 15,3 : 5 + 0,15 : 30$$

Zárójelek felbontása

47. Végezzük el a szorzásokat!

$$3(a+2)$$

$$5(b-1)$$

$$3(1-c)$$

$$2(5-d)$$

$$2(2x+3)$$

$$3(2x-4)$$

$$4(2-3x)$$

$$6(2x-10)$$

48. Végezzük el a műveleteket! Írjuk a kifejezést a legegyszerűbb alakba!

$$5 \cdot (x-3) + 2 \cdot (2-x)$$

$$3 \cdot (3-x) + 4 \cdot (x-1)$$

$$2 \cdot (2x+1) + 3 \cdot (x+2)$$

$$4 \cdot (x-1) + 5 \cdot (x-3)$$

49. Végezzük el a műveleteket!

$$3 \cdot (a-2) - 2 \cdot (a+1)$$

$$4 \cdot (2-a) - 3 \cdot (a+5)$$

$$2 \cdot (9-a) - 3 \cdot (4+a)$$

$$7 \cdot (a+5) - 4 \cdot (3+a)$$

$$10 \cdot (a-2) - 5 \cdot (a-2)$$

$$8 \cdot (a-3) - 2 \cdot (a-5)$$

$$4 \cdot (a+3) - 2 \cdot (3-a)$$

$$6 \cdot (2+a) - 3 \cdot (a+4)$$

Egyenletek

50. Oldd meg az egyenleteket.

$$x + 15 = 23$$

$$2x - 23 = 9$$

$$32 + 2x = 14$$

$$35 - 4x = 11$$

$$10a + 7 = 4a - 53$$

$$6b - 2 = 14b + 54$$

$$3c - 16 = 16 - 2c$$

51. Oldjuk meg az egyenleteket az egész számok halmazán!

$$(x-31)+253=400 \quad (x-141)+200=56 \quad (x-50)+214=0 \quad (x-746)+800=12$$

52. Oldjuk meg az egyenleteket az egész számok halmazán!

$$\begin{array}{llll} 10x+7=4x-53 & 8x+12=12x+48 & 3x-12=x+6 & 2x+2=3x-5 \\ 4x-3=2x+8 & 1-5x=13+7x & & \end{array}$$

53. Adjuk meg az egyenletek megoldását a természetes számok halmazán!

$$3x-2x+7-12+42x=0 \quad 2x-5+7x+3x-4x=11$$

54. Oldjuk meg az egyenleteket a természetes számok halmazán!

$$\begin{array}{ll} 4x-2x+7=12-3x & 3x-5+2x+2=5x-3+2x \\ 2x-3+5x-2=2x+5 & 7+8x-12=3x-8+5x \end{array}$$

55. Oldjuk meg az egyenleteket a természetes számok halmazán.

$$\begin{array}{l} 2x+2(x+1)=10 \\ 2x+3(x-5)=15 \\ 3x+5(x-1)=35 \\ 7x+2(2-x)=24 \end{array}$$

56. Oldjuk meg az egyenletet az egész számok halmazán.

$$3(x-1)=5(x+1) \quad 4(x-2)=7(x+4) \quad 5(x+8)=3(x-2) \quad 9(x-2)=2(x-24)$$

57. Oldjuk meg az egyenleteket az egész számok halmazán.

$$15(4x+1)=25(2x-3) \quad 13(x-2)=4(3x+1)$$

58. Oldjuk meg az egyenleteket az egész számok halmazán!

$$\begin{array}{lll} 2(3-2x)+10=5(x-3)-5 & 4(3x-1)+11=2(3x-1)-9 & 8(2-3x)-11=7(3x-2)+10 \\ 6(2x+1)-8=5(1+x)-9 & 10-3(x+2)=2(x+1)-3 & \end{array}$$

59. Oldjuk meg az egyenleteket.

$$\begin{array}{ll} 72-2(3x+1)=4(3-2x) & 4(3x-8)+7=19-4(3x-1) \\ 7(3x-2)+11=8(2-3x)-10 & 4(x+12)-1=3(2x-1)+5 \end{array}$$

60. Oldjuk meg az egyenleteket!

$$\begin{array}{lll} 4-3x=7x-2(3-x) & 4(x-2)+2=4x-2(2-x) & 2x-3(x-4)=2(3-2x)+2 \\ 5(x-2)+3=7-3(2x+1) & 3(2x-1)-7=6-2(x+1) & 7-2(5x-2)=3(4-2x)+1 \end{array}$$

61. Oldjuk meg az egyenleteket a természetes számok halmazán!

$$\begin{array}{ll} 4(2x-1)-2(2x-1)=x+4 & 4(2x+1)-3(2x-1)=4x+1 \\ 5(x-2)-3(2-x)=5(x-2)+1 & 2(2x-3)-(x+4)=3(x-2)+1 \end{array}$$

62. Oldjuk meg az egyenleteket a természetes számok halmazán!

$$\begin{array}{ll} 5(2-3x)-3(y-1)=3-(x+7) & 6(5-2x)-(x-4)=3-(2x+2) \\ 3(2x-8)-2(x+4)=2(x-3)+4 & 4(2x-1)-2(2x-1)=x-3 \end{array}$$

63. Oldjuk meg az egyenleteket!

$$\begin{array}{l} 78-3(2x-1)+4(2-x)=2(x-5)-3(2-3x) \\ 28+2(3x+2)-4(x-3)=5(x-2)-3(3-2x) \end{array}$$

64. Oldjuk meg az egyenletet! $3(x+2)-(x-4)+(x-3)=5(x-1)-(x-7)$

65. Oldjuk meg az egyenleteket! $3(2x-1)-2(x+3)=2(2x-1)+(x+3)$

Szöveges feladatok

66. A népitáncos lányok hajába 1,25 m szalag szükséges. A 12 lány hajába egyszerre vásárolják meg a szalagokat. Hány méter szalagot vásároltak, és mennyit fizettek, ha egy méter szalag ára 225 Ft volt?

67. Egy iskolában sítábort szerveznek. A hetedikesek kétszer annyian jelentkeznek, mint az ötödikesek, a hatodikosok pedig öttel kevesebben, mint a hetedikesek. Ugyanannyi nyolcadikos megy, mint ötödikes. Hányan jelentkeztek az egyes évfolyamokból, ha az összegük 43?

68. Három dobozban összesen 150 db teniszlabda van. A másodikban kétszer annyi, mint az elsőben, a harmadikban hatodannyi, mint a másodikban. Hány labda van a dobozokban külön-külön?

69. Kati születésnapján 15-en voltak a vendégekkel együtt. Édesanya $3\frac{3}{5}$ kg cseresznyét tett az asztalra.

a) Átlagosan hány kg cseresznyét evett egy vendég, ha az összes elfogyott?

b) Jutkáéknál is 15-en voltak, ott is ugyanannyi cseresznye került az asztalra, de $1\frac{1}{5}$ kg megmaradt. Hány kg cseresznyét fogyasztottak átlagosan?

70. Gábor egy óra alatt 14,7 km-t tesz meg biciklivel, a bátyja 18,5 km-t. Egyszerre indulnak otthonról és mindketten 36 percig kerékpároznak. Hány kilométerrel előzi meg bátyja Gábort?

71. Cili 14,2 km-t, Jutka 2,1 km-rel többet tesz meg egy óra alatt kerékpáron. Egyszerre indulnak egy helyről, de ellenkező irányba egy egyenes úton. Negyed óra múlva milyen messze lesznek egymástól?

72. Két szám különbsége 0,07. Az egyik szám a másiknak 0,65-a. Melyik ez a két szám?

73. Gondoltam egy számot, az egyharmad részéhez hozzáadtam 14-et, így 39-et kaptam. Milyen számra gondoltam?

74. Egy táska, egy pár cipő és egy karóra összesen 680 forintba került. A táska 40 forinttal volt drágább, mint a cipő, és feleannyiba került, mint az óra. Mennyibe került külön-külön a táska, a cipő és az óra?

75. Egy téglalap hosszúsága kétszer akkora, mint a szélessége. Ha a szélességét 3 méterrel megnöveljük, és a hosszúságát nem változtatjuk. akkor a területe 24 m^2 -rel nagyobb lesz. Határozd meg a téglalap eredeti hosszúságát és szélességét.

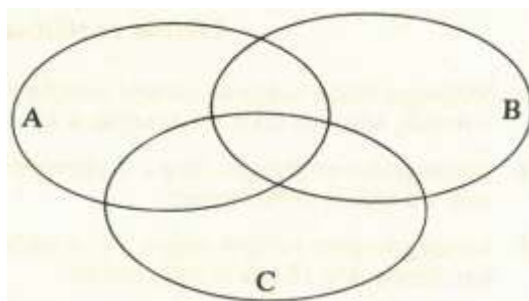
76. Gondoltam egy számot. Hozzáadtam 4-et. Az összeget megszoroztam 2-vel, majd az eredményből kivontam 8-at, s így ugyanazt a számot kaptam, mint amelyre gondoltam. Melyik ez a szám?

77. András így szól Bélához: "Adj nekem 1 forintot, és akkor kétszer annyi pénzem lesz mint neked!" Béla erre azt válaszolja: "Adj te nekem 5 forintot, s akkor ugyanannyi pénzem lesz mint neked!" Hány forintjuk volt külön-külön?

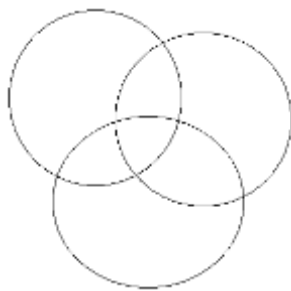
II. OSZTHATÓSÁG, HATVÁNYOZÁS, NORMÁLALAK

Oszthatóság

1. Írjuk be a halmazábrába az első harminc természetes számot,
ha $A = \{3 \text{ többszörösei}\}$, $B = \{6 \text{ többszörösei}\}$, $C = \{8 \text{ többszörösei}\}$.



2. Jelöljük meg a megfelelő betűvel az alábbi ábrarészeket, ha
 $A = \{4\text{-gyel osztható számok}\}$, $B = \{12\text{-vel osztható számok}\}$,
 $C = \{60\text{-nal osztható számok}\}$! Írjunk mindegyik részbe három-három megfelelő számot!



3. Jelöljük meg a megfelelő betűvel az alábbi ábrarészeket, ha
 $A = \{4\text{-gyel osztható számok}\}$, $B = \{11\text{-gyel osztható számok}\}$, $C = \{12\text{-vel osztható számok}\}$!



4. Igaz-e, hogy ha

- a) egy szám osztható 3-mal, akkor osztható 6-tal is;
- b) egy szám osztható 6-tal, akkor osztható 3-mal is;
- c) egy szám osztható 3-mal, akkor páros;
- d) egy szám osztható 6-tal, akkor páros;
- e) egy szám osztható 3-mal, akkor páratlan?

5. Bizonyítsuk be, hogy nincs két olyan szám, amelyek legnagyobb közös osztója 7, összegük pedig 100.

6. Két szám legnagyobb közös osztója 26, legkisebb közös többszöröse 4784. Melyek ezek a számok?

7. Tökéletes számnak hívjuk azokat a számokat, amelyek előállíthatók úgy, hogy összeadjuk a nála kisebb osztóit. Pl. a 6 tökéletes szám, mert $6 = 3 + 2 + 1$. A 40-nél kisebb számok között keressünk még tökéletes számot.

8. Mely számjegyek írhatók a C helyébe úgy, hogy 123 C52 osztható legyen
a) 3-mal; b) 9-cel; c) 4-gyel; d) 8-cal; e) 5-tel; f) 6-tal?

9. Mely számjegyek írhatók a D helyébe úgy, hogy 25 4D4 osztható legyen
a) 3-mal; b) 9-cel; c) 4-gyel; d) 8-cal; e) 5-tel; f) 6-tal?

10. Mely számjegyek írhatók a A és B helyébe úgy, hogy 12A B56 osztható legyen
a) 2-vel; b) 4-gyel; c) 8-cal; d) 3-mal; e) 6-tal; f) 24-gyel?

11. Írjunk olyan számokat, amelyeknek minden számjegye 4-es, és osztható
a) 3-mal; b) 4-gyel; c) 6-tal; d) 12-vel; e) 9-cel; f) 36-tal?

12. Írjunk olyan számokat, amelyeknek minden számjegye 5-ös, és osztható
a) 3-mal; b) 5-tel; c) 9-cel; d) 15-tel; e) 45-tel; f) 25-tel?

13. Bontsuk fel prímtényezőkre a következő számokat! 476, 441, 1840, 1992, 2184

14. Írjuk fel a következő számok összes osztóját! $2^2 \cdot 3$ $2^2 \cdot 3^2$ $2^3 \cdot 7$

15. Bontsuk fel prímtényezőkre a következő számokat! 348, 3400, 392, 2000

16. Határozzuk meg a következő két-két szám összes közös osztóját, majd a legnagyobb közös osztóját! 12 és 18 25 és 50 108 és 90 600 és 126 475 és 570

17. Határozzuk meg a következő két-két szám legkisebb közös többszörösét!
8 és 18 15 és 25 348 és 476 625 és 1024

18. Keressünk olyan számokat, amelyekre igazak a következő egyenlőségek! (a ; b) az a és b számok legnagyobb közös osztóját jelöli.

$$(60, 250) = x \quad (60, 150, 285) = x \quad (x, 48) = 12 \quad (x, 15) = 1 \quad (30, x) = 6$$

19. Számítsuk ki a következő szorzatok értékét!

$$(12, 25) \cdot [12, 25] \quad (8, 18) \cdot [8, 18] \quad (6, 24) \cdot [6, 24]$$

20. Összeszorozzuk a pozitív egész számokat a) 1-től 10-ig; b) 1-től 25-ig; c) 1-től 100-ig.
Hány nulla van a kapott szorzat végén?

21. Melyik az a legkisebb természetes szám, amelynek 3-as, 6-os és 7-es maradéka is 2?

22. Melyik az a legkisebb természetes szám, amelynek 6-os maradéka 5, 7-es maradéka pedig 6?

23. Egy iskolának 1000-nél kevesebb tanulója van. Ha hatosával, hetesével, nyolcasával vagy tízesével állnak sorba, akkor az utolsó sorban minden esetben 3 tanuló áll. Hány diák jár az iskolába?

24. Páros vagy páratlan számot kapunk, ha az első ötven prímszámot
a) összeszorozzuk; b) összeadjuk?

25. A 10 839-et és a 11863-at elosztva ugyanazzal a háromjegyű számmal mind a kétszer ugyanaz a maradék. Mennyi ennek a maradéknak az értéke?

26. Bizonyítsuk be, hogy három egymást követő pozitív természetes szám szorzata osztható 6-tal!
27. Bizonyítsuk be, hogy négy egymást követő pozitív természetes szám szorzata osztható 24-gyel!
28. Igazoljuk, hogy ha egy háromjegyű szám minden jegye megegyezik, akkor a szám osztható 37-tel!
29. Egy tetszőleges háromjegyű szám mellé leírjuk ugyanazt a háromjegyű számot. Bizonyítsuk be, hogy az így kapott hatjegyű szám osztható 143-mal!
30. Soroljuk fel azokat az ötjegyű számokat, amelynek jegyei 1-esek és 2-esek és oszthatók 18-cal!
31. Három természetes szám közül az első és a második legnagyobb közös osztója 4, az első és a harmadik legnagyobb közös osztója 6, a második és a harmadik legnagyobb közös osztója 10. Mi lehet ez a három szám?
32. A számegyenesen jelöljük meg 3 többszöröseit kiemelve közülük azokat, amelyek a 6-nak is többszörösei.
33. Helyezzük el egy halmazábrán az 5-el, a 10-zel és a 20-szal osztható számokat.
34. Adjuk meg az A és B halmazok közös ábráját, ha
- | | |
|--|---|
| a) $A = \{12 - \text{vel osztható számok}\}$ | $B = \{8 - \text{cal osztható számok}\}$ |
| b) $A = \{5 - \text{tel osztható számok}\}$ | $B = \{12 - \text{vel osztható számok}\}$ |
| c) $A = \{9 - \text{cel osztható számok}\}$ | $B = \{18 - \text{cal osztható számok}\}$ |
| d) $A = \{12 - \text{vel osztható számok}\}$ | $B = \{18 - \text{cal osztható számok}\}$ |
35. Igaz-e, hogy ha
- a) egy szám osztható 3-mal, akkor osztható 6-tal is, b) egy szám osztható 6-tal, akkor osztható 3-mal is, c) egy szám osztható 3-mal, akkor páros, d) egy szám osztható 6-tal, akkor páros, e) egy szám osztható 3-mal, akkor páratlan?
36. a) Ha egy szám 3-mal osztva 1 maradékot ad, akkor mekkora maradékot ad 9-cel osztva?
b) Ha egy szám 9-cel osztva 1 maradékot ad, akkor mekkora maradékot ad 3-mal osztva?
37. a) Ha egy szám 10-zel osztva 1 maradékot ad, akkor mekkora maradékot ad 5-tel osztva?
b) Ha egy szám 5-tel osztva 1 maradékot ad, akkor mekkora maradékot ad 10-zel osztva?
38. Jelöljük meg a számegyenesen 1-től kezdve azokat a természetes számokat, amelyek ötös maradéka kettő, azaz öttel osztva kettőt adnak maradékul.
a) Melyik szám áll a századik helyen? b) Hányadik helyen áll a 322?
39. Jelöljük meg a számegyenesen 1-től kezdve azokat a természetes számokat, amelyek hetes maradéka három, azaz héttel osztva hármat adnak maradékul.
a) Melyik szám áll a kétszázadik helyen? b) Hányadik helyen áll a 1354?
40. Melyik a legnagyobb szám, amellyel osztható a 210, a 300 és a 165 is?
41. Mi lehet a $32\ 7\ 6$ ötjegyű számban a tízesek helyén, hogy a szám osztható legyen
a) 3-mal, b) 12-vel, c) 8-cal, d) 24-gyel, e) 36-tal, f) 72-vel?
42. Mi lehet a $11\ 1\ 2$ ötjegyű számban a tízesek helyén, hogy a szám osztható legyen
a) 12-vel, b) 24-gyel, c) 36-tal, d) 9-cel, d) 8-cal, e) 72-vel?

43. Egy kikötőben január másodikán együtt van négy hajó. Tudjuk, hogy az első 4 hetenként, a második 8 hetenként, a harmadik 12 hetenként, a negyedik 16 hetenként tér vissza a kikötőbe. Találkoznak-e még ebben az évben mind a négyen ebben a kikötőben?

44. Egy országút egyik oldalán 15 méterenként fák, a másik oldalán 40 méterenként villanyoszlopok sorakoznak. Egy bizonyos helyen az út két oldalán egymással szemben áll egy fa és egy oszlop. Milyen távolságban ismétlődik meg ez a találkozás?

45. Melyik az a legkisebb természetes szám, amelynek a 7-es és 8-as maradéka is 1?

46. Melyik az a legkisebb természetes szám, amelynek a 11-es, 15-ös és 18-as maradéka is 3?

47. Két természetes szám szorzata 75, a legnagyobb közös osztójuk 5. Melyek ezek a számok?

48. Egy derékszögű háromszög területe 84, befogóinak hossza relatív prím számok. Határozzuk meg a befogók hosszát.

49. Határozzuk meg a következő prímtényezős alakban megadott számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét.

$$2^3 \cdot 3 \text{ és } 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$7 \cdot 11^2 \text{ és } 2 \cdot 3 \cdot 7^3$$

$$5^3 \cdot 7^2 \cdot 11 \text{ és } 5 \cdot 7^2 \cdot 11^3$$

50. Határozzuk meg: (12, 26), (8, 40), (12, 66), (35, 60)

51. Számítsuk ki: [6, 8], [8, 20], [12, 15], [26, 4]

Hatványozás

52. Melyik nagyobb?

$$3^6 \text{ vagy } 9^3$$

$$2^8 \text{ vagy } 8^2$$

$$2^8 \text{ vagy } 4^4$$

$$(2^5)^2 \text{ vagy } (2^2)^5$$

$$3 \cdot 2^3 \text{ vagy } 2 \cdot 3^2$$

$$5 \cdot 2^5 \text{ vagy } 2 \cdot 5^2$$

$$(3^2)^5 \text{ vagy } 5 \cdot 3^2$$

53. Számítsuk ki!

$$10^2 \cdot 10^2$$

$$10^3 \cdot 10^2$$

$$10^5 \cdot 10^3$$

$$10 \cdot 10^6$$

$$10^4 \cdot 10^4$$

$$2^2 \cdot 2^2$$

$$2^2 \cdot 5^2$$

$$2^3 \cdot 3^3$$

$$2^3 \cdot 5^3$$

$$2^4 \cdot 5^4$$

$$2^0 \cdot 3^0$$

$$2^3 \cdot 2^5$$

$$3^2 \cdot 3^4$$

$$5 \cdot 5^3$$

54. Keressük meg azt az x kitevőt, melyre teljesül az egyenlőség!

$$3^x = 81$$

$$2^x = 128$$

$$2^x = 1024$$

$$10^x = 1000000$$

$$5^x = 625$$

$$2^x = 64$$

55. Határozzuk meg a kitevőt! $2^x = \frac{1}{16}$

$$2^x = \frac{1}{4}$$

$$3^x = \frac{1}{3}$$

$$3^x = \frac{1}{81}$$

$$5^x = \frac{1}{125}$$

56. Oldjuk meg az egyenleteket az egész számok halmazán!

$$x^2 = 3^6$$

$$x^3 = 2^6$$

$$x^4 = 2^8$$

$$x^5 = 3^{10}$$

$$x^2 = 7^8$$

$$x^3 = 27^2$$

$$x^7 = 2^{21}$$

$$x^8 = 2^{32}$$

57. A hatványozás azonosságainak felhasználásával számítsuk ki:

$$2^3 \cdot 4^2$$

$$2^5 \cdot 8^2$$

$$2^4 \cdot 4^4$$

$$3^2 \cdot 9^2$$

$$3^5 \cdot 9^3$$

$$2^2 \cdot 27^2$$

$$2^5 \cdot 4^2$$

$$2^3 \cdot 8^4$$

$$5^2 \cdot 25^3$$

$$5^3 \cdot 25^2$$

58. A hatványozás azonosságainak felhasználásával számítsuk ki:

$$2^2 \cdot 2 \quad 2^2 \cdot 2^3 \quad 2^2 \cdot 2^5 \quad 2^6 \cdot 2^7 \quad 5^3 \cdot 5^8$$

59. A hatványozás azonosságainak felhasználásával számítsuk ki:

$$\begin{array}{cccc} 2^2 \cdot 5^4 \cdot 2 \cdot 5^3 & 3 \cdot 3^2 \cdot 2^3 \cdot 2^2 \cdot 3 & 2^2 \cdot 2^3 \cdot 3^2 \cdot 3^3 & 5^3 \cdot 2 \cdot 2^4 \cdot 5^2 \\ 2 \cdot 5^2 \cdot 2^3 \cdot 2^2 \cdot 5 & 5 \cdot 5^3 \cdot 2^2 \cdot 2^2 & & \end{array}$$

60. A hatványozás azonosságainak felhasználásával számítsuk ki:

$$\frac{7^5}{7^3} \quad \frac{5^4}{5} \quad \frac{11^{10}}{11^8} \quad \frac{7^3}{7^3} \quad \frac{3^7}{3^6} \quad \frac{7^5}{7} \quad \frac{19^{19}}{19^8}$$

61. A hatványozás azonosságainak felhasználásával számítsuk ki:

$$\frac{3^7 \cdot 5^3}{3^3} \quad \frac{2^3 \cdot 3^{10}}{2^2 \cdot 3^6} \quad \frac{3^{11} \cdot 7^4}{7^3 \cdot 3^6} \quad \frac{2^9 \cdot 5^{12}}{2^6 \cdot 5^9} \quad \frac{2^4 \cdot 3^5 \cdot 5^{12}}{2^6 \cdot 3^3 \cdot 5^9} \quad \frac{5^8 \cdot 7^5 \cdot 13^8}{5^2 \cdot 7^3 \cdot 13}$$

62. Írjuk fel negatív kitevővel:

$$\frac{1}{3} \quad \frac{1}{3^2} \quad \frac{1}{2^5} \quad \frac{1}{2} \quad \frac{1}{4} \quad \frac{1}{8} \quad \frac{1}{16}$$

63. Hozd egyszerűbb alakra: $2^3 \cdot 2^4$ $5^2 \cdot 5^0 \cdot 5^4$ $(7^3)^2$ $3^4 : 3^2$ $4^3 \cdot 2^3$

64. Hozd a legegyszerűbb hatványalakra úgy, hogy negatív kitevő ne szerepeljen benne!

a) $3^{-1} \cdot 3^{-3} \cdot 3^{-3}$ b) $\frac{2^{-5}}{4^{-3}}$ c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$ d) $0,1^{-2}$ e) $\left(\frac{5}{4}\right)^{-3}$ f) $10^3 \cdot 5^3 \cdot 2^3$ f) $4^3 \cdot 5^2 \cdot 5^4$ g) $9^2 \cdot 2^4$ h) $3 \cdot 9 \cdot 27 \cdot 81$ i) $2^5 + 2^5$

65. Hozd a legegyszerűbb hatványalakra! a) $3^5 + 3^5 + 3^5$ b) $3 \cdot 2^5 + 2^5$ c) $4 \cdot 2^6 + 2^8$

66. A következő prímtényezős alakban megadott számok közül melyik négyzetszám? Amelyik négyzetszám, az minnek a négyzete?

a) $3^2 \cdot 2^3$ b) $2^3 \cdot 3^3$ c) $2^4 \cdot 3^2$ d) $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^{10}$ e) $2 \cdot 3 \cdot 5^2$

67. a) Melyik az a legkisebb egész szám, amelynek 12-szerese egy pozitív egész szám második hatványa? b) Melyik az a legkisebb egész szám, amelynek 12-szerese egy pozitív egész szám harmadik hatványa?

68. Mi a prímtényezős alakja a következő számoknak?

a) $(2^2 \cdot 3^2) \cdot (2 \cdot 3^2 \cdot 5)$ b) $(2 \cdot 3^2 \cdot 5)$

69. Számítsuk ki! a) $(4 \cdot 10^2) \cdot (2,5 \cdot 10^4)$ b) $(9,2 \cdot 10^4) \cdot (3 \cdot 10^{-2}) \cdot (2 \cdot 10^{24})$

70. Végezzük ez a következő műveleteket!

$$\frac{3^4}{3^2} \quad \frac{2^6}{2^4} \cdot 2^9 \quad \frac{9^5}{9^2} \quad 3^{12} : 3^8 \cdot 3^2 \quad (4^3)^5 \quad (2^3)^4 \cdot 2^7$$

71. Végezzük el a következő műveleteket!

$$2^5 \cdot 2^3 : 2^4 \quad 3^7 \cdot 3^4 : 3^9 \quad 5^{10} \cdot 5^{20} \cdot 5^{30} \quad \frac{7^4 \cdot 7^8}{7^6} \quad \frac{5^4 : 5^9}{5^6 \cdot 5^2}$$

72. Helyezzük el a $2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^9$ számokat egy 3x3-as táblázatban úgy, hogy minden sorban, minden oszlopban és az átlók mentén ugyanaz legyen a számok szorzata!

73. Számítsuk ki a következő hatványértékeket!

$$(3^2 \cdot 5)^3$$

$$(2 \cdot 5^3)^4$$

$$\left(\frac{7^2}{3^3} \cdot 7\right)^2$$

$$\left(4^2 \cdot \frac{4^3}{2^3}\right)^5$$

74. Melyik szám nagyobb?

$$(2^3 \cdot 2^4)^2 \text{ vagy } (2^4 \cdot 2^2)^3 \quad \left(2^3 \cdot \frac{2^5}{2^2}\right)^2 \text{ vagy } (2^2 \cdot 2^2)^3$$

Műveletek tíz-hatványokkal

75. Hány kilométer 7500 m, 10 500 m, 15 000 dm, 30 000dm?

76. Adjuk meg a választ normálalakban!

Hány méter 82 500 cm, 82 500 mm?

Hány kilométer 399 500 cm, 399 500 dm?

Hány méter 7500 mm, 750 cm?

Hány méter 15 000 mm, 1500 cm?

7. Adjuk meg a választ normálalakban!

Hány méter és hány kilométer 65 000 dm?

Hány méter és hány kilométer 65 000 cm?

Hány kilométer, méter és deciméter 72 000 000 cm?

78. Adjuk meg a választ normálalakban!

Hány milliméter 16m2 m?

Hány milliméter 8,16 m?

Hány deciméter 25,06 m?

Hány centiméter 134,5 m?

Hány centiméter 0,012 m?

Hány deciméter 0m605 m?

Normálalak

79. Írjuk le a normálalakban megadott számot egyetlen számmal!

$$3,5 \cdot 10$$

$$1,25 \cdot 10^2$$

$$7,305 \cdot 10^3$$

$$4,26 \cdot 10$$

$$7,05 \cdot 10^3$$

$$7,305 \cdot 10^3$$

$$3,009 \cdot 10^2$$

80. Írjuk le a normálalakban megadott számot egyetlen számmal!

$$1,02 \cdot 10^3$$

$$1,11 \cdot 10^6$$

$$3,26 \cdot 10^5$$

$$3,165 \cdot 10^4$$

$$2,905 \cdot 10^5$$

$$9,99 \cdot 10^4$$

81. Írjuk le a normálalakban megadott számot egyetlen számmal!

$$1,02 \cdot 10^{-3}$$

$$7,305 \cdot 10^{-2}$$

$$3,009 \cdot 10^{-1}$$

$$9,99 \cdot 10^{-4}$$

$$4,1 \cdot 10^{-4}$$

$$5,3 \cdot 10^{-2}$$

82. Írjuk le a normálalakban megadott számot egyetlen számmal!

$$9,012 \cdot 10^{-4}$$

$$3,14 \cdot 10^{-3}$$

$$5,7 \cdot 10^{-6}$$

$$1,234 \cdot 10^{-5}$$

$$3,33 \cdot 10^{-1}$$

$$4,4 \cdot 10^{-3}$$

83. Fejezzük ki normálalak segítségével a következő mennyiségeket!

$$65 \text{ t}$$

$$36 \text{ g}$$

$$7500 \text{ dkg}$$

$$640 \text{ g}$$

$$130 \text{ t}$$

$$710 \text{ dkg}$$

$$5700 \text{ l}$$

84. Írjuk le a következő mennyiségeket normálalak segítségével!

a) A röntgenhullámok rezgésszáma 3 000 000 000 000 000 000 rezgés másodpercenként.

b) A Földnek a Jupiter bolytótól való legkisebb távolsága: 591 000 000 km.

- c) a Jupiter sugara 70 000 km.
 d) Az elektron tömege 0,000 000 000 000 000 000 000 000 9109 g.
 e) Az elektron sugara 0,000 000 000 000 002 818 m.
 f) A hidrogénatom tömege 0,000 000 000 000 000 000 000 000 001 67343 kg.
 g) Az elektron átmérője közelítően a cm egy tízmilliomod része.

h) Add meg a számok normálalakját!

230 560 92 000 56,1 0,121212 100,9 $54 \cdot 10^2$ $600 \cdot 10^3$ $12,5 \cdot 10^9$

i) Írd fel egyetlen számként:

$4,5 \cdot 10^2$ $9 \cdot 10^5$ $11,1 \cdot 10^4$ $4300 \cdot 10^2$ $90,90 \cdot 10^3$ $0,08 \cdot 10^3$ $0,80 \cdot 10^6$

85. Add meg az eredményt normálalakban!

a) $(3,2 \cdot 10^3) \cdot (7 \cdot 10^5)$ b) $(7,2 \cdot 10^6) : (1,8 \cdot 10^4)$ c) $(3,5 \cdot 10^{-2}) : (7 \cdot 10^{-1})$

86. Írjuk át normálalakba a következő számokat!

$235,6 \cdot 10^5$ $109,6 \cdot 10^{-6}$ $0,05 \cdot 10^7$ $10,95 \cdot 10^2$ $0,5 \cdot 10^{-1}$

87. Írjuk fel a következő számok helyiértékes alakját!

$2 \cdot 10^2$ $2,23 \cdot 10^3$ $4,555 \cdot 10^7$ $1,414 \cdot 10^4$

88. Írjuk át normálalakba a következő számokat! 245 3400 213,45 1005,9 88888

89. Írjuk át normálalakba a következő számokat!

$20 \cdot 10^2$ $234 \cdot 10^4$ $10 \cdot 10^5$ $567,4 \cdot 10^3$ $314314 \cdot 10^2$

90. Végezzük el a számításokat, és az eredményt normálalakban adjuk meg!

$(2 \cdot 10^2) \cdot (7 \cdot 10^3)$ $(4 \cdot 10^4) \cdot (9 \cdot 10^5)$ $(2,5 \cdot 10^5) \cdot (6 \cdot 10^2)$ $(4,4 \cdot 10^6) \cdot (5 \cdot 10^4)$

91. Végezzük el a számításokat, és az eredményt normálalakban adjuk meg!

$(9 \cdot 10^5) : (3 \cdot 10^3)$ $(8 \cdot 10^7) : (2 \cdot 10^5)$ $(2,7 \cdot 10^5) : (9 \cdot 10^2)$ $(9,6 \cdot 10^6) : (8 \cdot 10^4)$

92. Határozzuk meg a és b összegét, különbségét, szorzatát és hányadosát, ha $a = 8 \cdot 10^5$ és $b = 4 \cdot 10^3$. Az eredményt normálalakban adjuk meg!

93. A műveletekben levő számokat előbb írjuk át normálalakba, majd végezzük el a számítást, és az eredményt is normálalakban adjuk meg!

$20000 \cdot 5300$ $120000 : 500$ $\frac{1500000}{5000}$ $\frac{5400000}{30000}$

94. A műveletekben levő számokat előbb írjuk át normálalakba, majd végezzük el a számítást, és az eredményt is normálalakban adjuk meg!

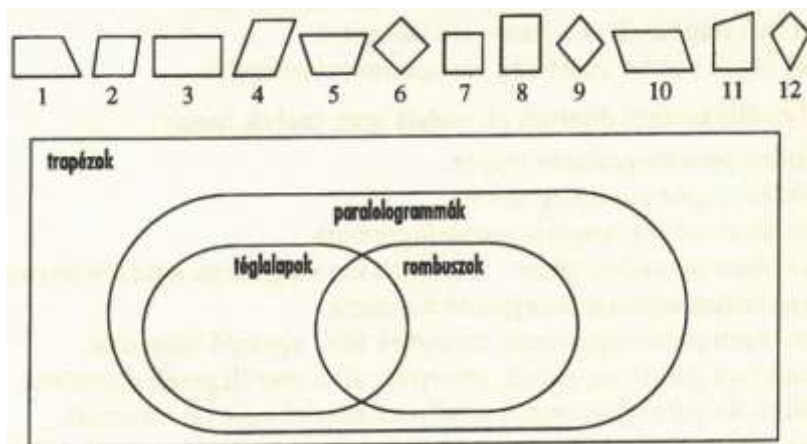
$(200 \cdot 1500)^3$ $(40 \cdot 2000)^4$ $\left(\frac{32000}{400}\right)^4$ $\left(\frac{30 \cdot 800}{120}\right)^3$

95. A fény egy másodperc alatt 300 000 km utat tesz meg. Mennyi utat tesz meg 1 perc, 1 óra, 1 nap, 1 év alatt?

96. Egy meleg nyári napon a Balaton felszínéről átlagosan 1 mm vastag vízréteg párolog el. Megközelítőleg hány liter víz ez, ha a Balaton felszíne körülbelül 600 km²?

III. GEOMETRIA I.

Háromszögek, négyszögek, számításos feladatok



1. Írjuk be a négyszögek sorszámát a halmazábra megfelelő helyére!

2. Az alábbi állításokról döntsük el, melyik igaz, melyik hamis!

- a) Minden téglalap paralelogramma.
- b) Minden téglalap trapéz.
- c) A téglalap átlói merőlegesek egymásra.
- d) A téglalap átlói felezik egymást.
- e) A téglalap átlói egyenlő hosszúak.
- f) Van olyan téglalap, amelynek oldalai egyenlő hosszúak.
- g) Van olyan téglalap, amelynek átlói merőlegesek egymásra.
- h) A téglalap két magassága egyenlő hosszú.

3. Az alábbi állításokról döntsük el, melyik igaz, melyik hamis!

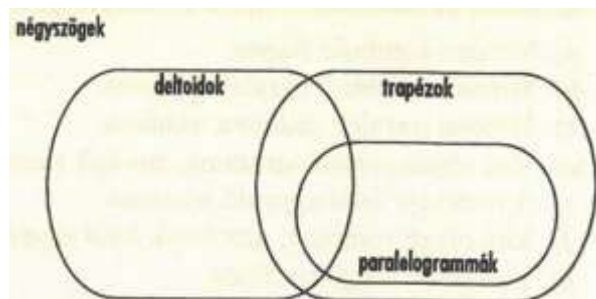
- a) Minden rombusz trapéz.
- b) Minden rombusz paralelogramma.
- c) Minden paralelogramma rombusz.
- d) Van olyan paralelogramma, amelyik rombusz.
- e) A rombusz átlói egyenlő hosszúak.
- f) Van olyan rombusz, amelynek átlói egyenlő hosszúak.
- g) Van derékszögű rombusz.
- h) A rombusz átlói merőlegesek egymásra.
- i) A rombusz átlói felezik egymást.
- j) A rombusz magasságai egyenlő hosszúak.

4. Az alábbi állításokról döntsük el, melyik igaz, melyik hamis!

- a) A négyzet átlói merőlegesek egymásra.
- b) A négyzet átlói egyenlő hosszúak.
- c) A négyzet átlói felezik egymást.
- d) Van olyan négyzet, amelyik paralelogramma.
- e) Minden paralelogramma négyzet.
- f) Minden négyzet téglalap.
- g) Minden négyzet rombusz.
- h) Minden négyzet trapéz.
- i) Van olyan pont a négyzet belsejében, amelyik egyenlő távolságra van a négy csúcstól.
- j) Van olyan pont a négyzet belsejében, amelyik egyenlő távolságra van a négy oldaltól.

5. Rajzoljunk egy-egy megfelelő négyszöget a halmazábra minden egyes helyére!

Van-e a halmazábrán olyan tartomány, ahová nem rajzolható négyszög?



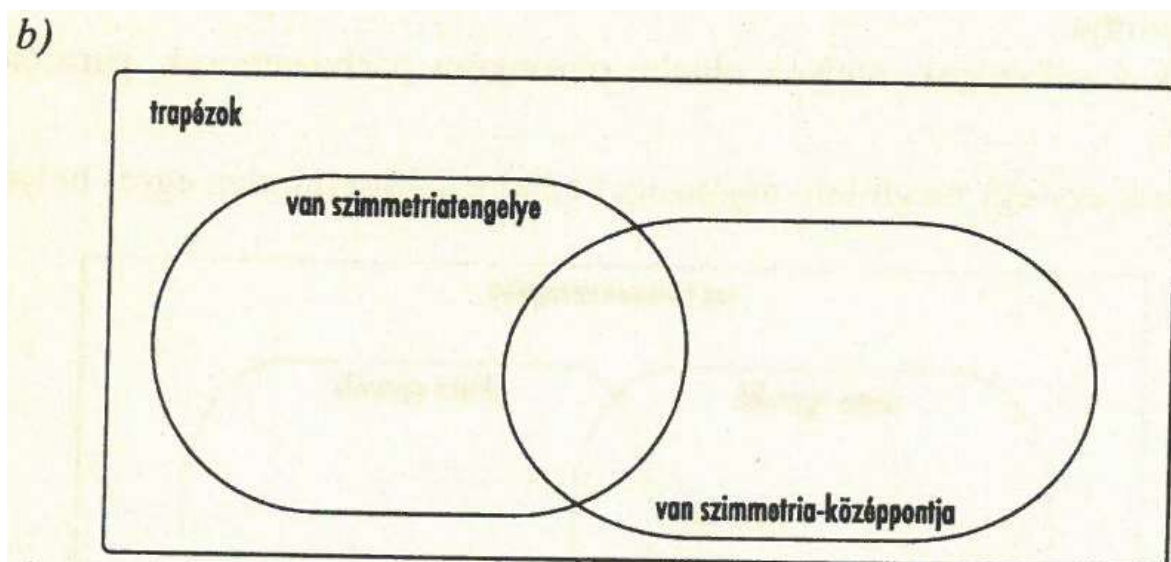
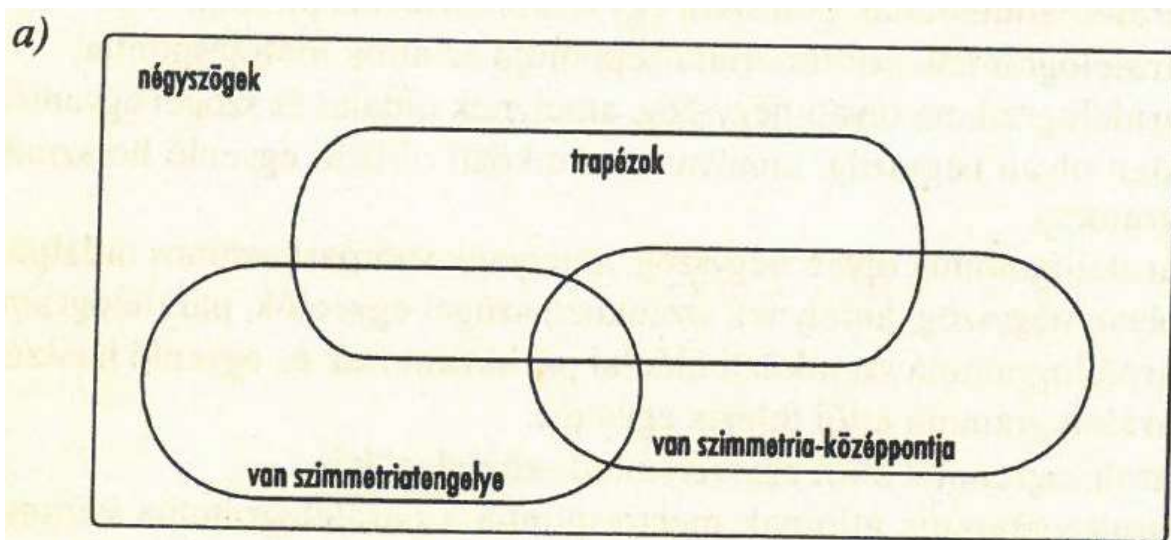
6. Az alábbi állításokról döntsük el, melyik igaz, melyik hamis!

- a) A trapéznek van szimmetriatengelye.
- b) Van olyan trapéz, amelynek van szimmetriatengelye.
- c) Minden trapéznek pontosán egy szimmetriatengelye van.
- d) Ha egy trapéznek van szimmetriatengelye, akkor az felezi a trapéz két szemközti oldalát.
- e) A szimmetrikus trapéz szimmetriatengelye merőleges a trapéz két szemközti oldalára.
- f) A szimmetrikus trapéz két szemközti oldalának közös a felező merőlegese.
- g) A szimmetrikus trapéznek van két egyenlő hosszú oldala.
- h) A szimmetrikus trapéz két szomszédos oldala egyenlő hosszú.
- i) A szimmetrikus trapéz két szemközti oldala egyenlő hosszú.
- j) A szimmetrikus trapéznek vannak egyenlő szögei.
- k) A szimmetrikus trapéz két-két szomszédos szöge egyenlő.

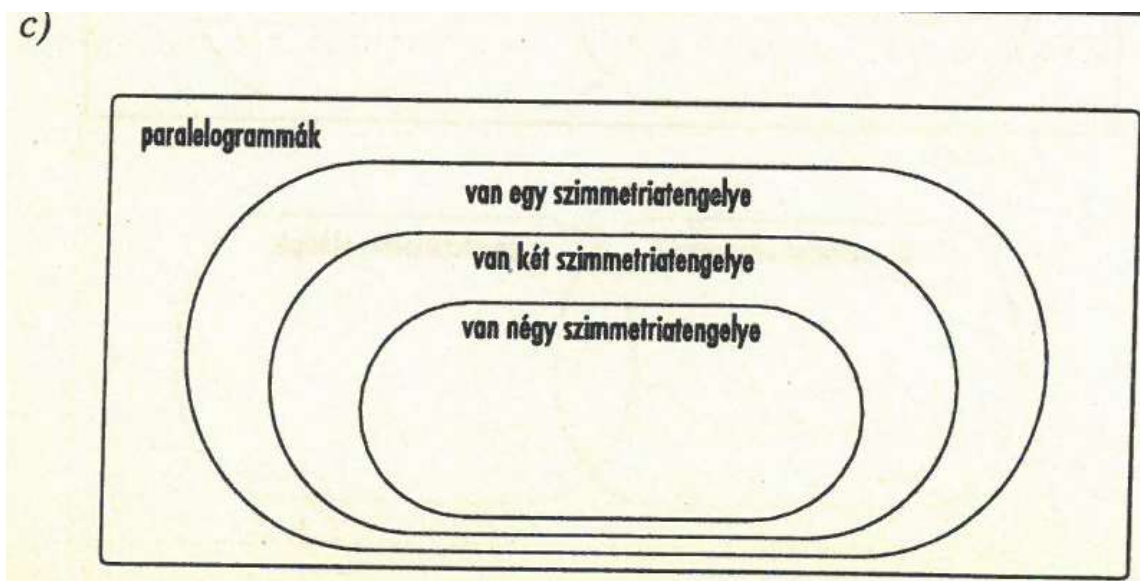
7. Az alábbi állításokról döntsük el, melyik igaz, melyik hamis!

- a) A deltoidnak van szimmetriatengelye.
- b) A deltoid szimmetriatengelye egyszersmind átló is.
- c) A deltoid szimmetriatengelye felezi a deltoid két szögét.
- d) Nincs olyan deltoid, amelynek két szimmetriatengelye van.

8. Rajzoljunk egy-egy négyszöget a halmazábra minden egyes helyére!



c)



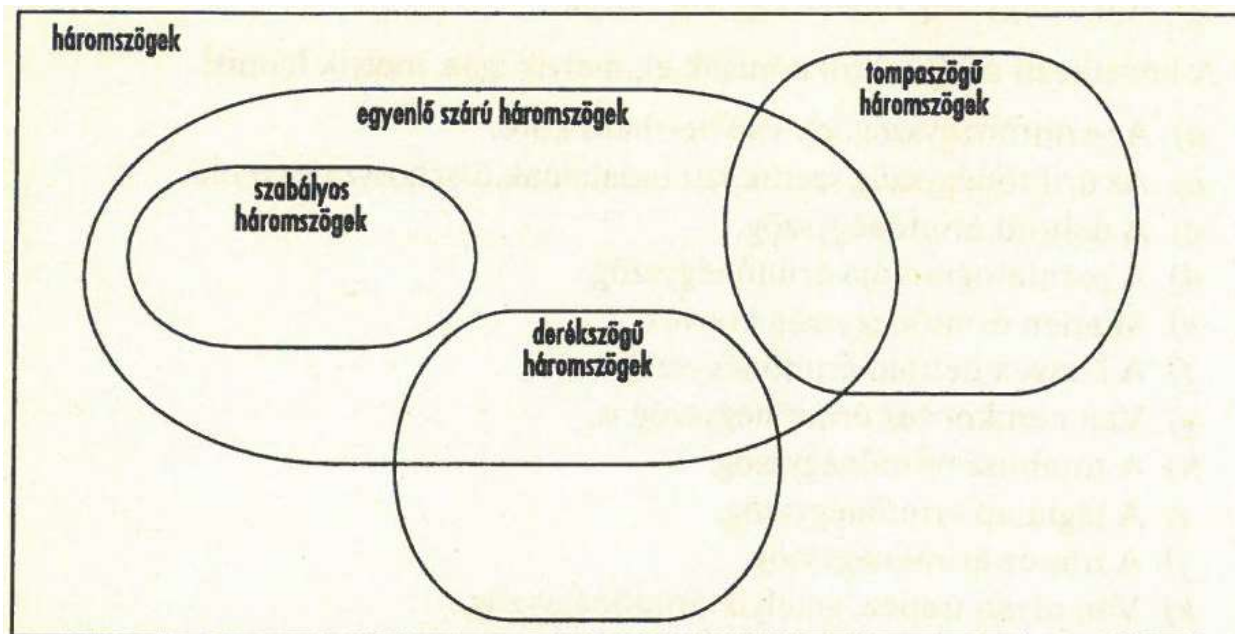
9. Az alábbi állításokról döntsük el, melyik igaz, melyik hamis!

- A deltoid átlói merőlegesek egymásra.
- A deltoid egyik átlója felezi a másik átlót.
- Minden deltoidnak van két egyenlő szöge.
- Van olyan deltoid, amelynek egynél több szimmetriatengelye van.
- Minden deltoid rombusz.
- Nincs olyan rombusz, amelynek átlói nem felezik egymást.
- Ha a rombusznak két szöge hegyesszög, akkor a másik két szöge tompaszög.
- A körbe írható trapéz bármelyik alapján fekvő két szög egyenlő.
- A körbe írható trapéz szárai egyenlő hosszúak.
- A trapéz átlói egyenlő hosszúak.
- A téglalap átlói merőlegesen felezik egymást.
- Ha egy négyszög nem téglalap, akkor a szögei nem egyenlőek.
- A téglalap átlói négy egybevágó háromszögre bontják a téglalapot.
- Nem minden négyzet rombusz.
- Van olyan deltoid, amelyik négyzet.

10. Rajzoljunk egy-egy háromszöget a táblázat megfelelő rovataiba a megadott utasítás szerint! Van-e olyan rovat, ahova nem rajzolható megfelelő háromszög?

Háromszög	3 különböző oldala van	2 oldala egyenlő	Minden oldala egyenlő
Minden szöge hegyesszög			
Van derékszöge			
Van tompaszöge			

11. Rajzoljunk egy-egy megfelelő háromszöget a halmazábra minden egyes helyére!



12. Jelölje α, β, γ egy háromszög belső szögeit, és legyenek a megfelelő külső szögek α', β', γ' . Határozzuk meg a hiányzó belső és külső szögeket!

$$\alpha = 60^\circ \quad \gamma = 90^\circ$$

$$\beta = 40^\circ \quad \alpha' = 75^\circ$$

$$\alpha = 39^\circ 16' \quad \beta' = 41^\circ 38'$$

$$\alpha = 90^\circ \quad \gamma' = 110^\circ$$

13. Jelölje a, b, c egy háromszög oldalainak hosszát, α, β, γ a megfelelő oldalakkal szemközti belső szögeket, α', β', γ' pedig a megfelelő külső szögeket. Szerkesszünk háromszöget a következő adatokból! (Ne használjunk szögmérőt!)

$$a = 3,5 \text{ cm} \quad \beta = 60^\circ \quad \gamma = 60^\circ$$

$$b = 2,3 \text{ cm} \quad \beta = 45^\circ \quad \alpha' = 150^\circ$$

$$b = 4 \text{ cm} \quad c = 3 \text{ cm} \quad \alpha = 30^\circ$$

$$a = 3,4 \text{ cm} \quad b = 4,1 \text{ cm} \quad \gamma = 120^\circ$$

14. Egy háromszög egyik belső szöge 35° . A másik két belső szög közül az egyik 18° -kal nagyobb a másiknál. Mekkora a háromszög belső és külső szögei?

15. Egy egyenlő szárú háromszög egyik külső szöge $44^\circ, 92^\circ$. Határozzuk meg a háromszög belső és külső szögeit!

16. Egy háromszög egyik belső szöge $36^\circ, 60^\circ$. Határozzuk meg a másik két belső szög szögfelezője által alkotott szög nagyságát!

17. Legyenek α, β, γ a háromszög belső szögei. Mekkora szöget zárnak be egymással a háromszög magasságvonalai, ha a) $\alpha = 45^\circ \quad \beta = 80^\circ$, b) $\beta = 60^\circ \quad \gamma = 15^\circ$

18. Jelölje α, β, γ a háromszög belső szögeit. Mekkora szöget zárnak be egymással az α és a β szög csúcsából kiinduló belső szögfelezők, ha $\alpha = 32^\circ, \beta = 46^\circ$?

19. Egy háromszög egyik belső szöge 56° . Ennek a szögnek és egy másik belső szögnek a szögfelezője által bezárt szög 80° . Határozzuk meg a háromszög belső és külső szögeit!

20. Egy háromszög belső szögei α, β, γ . Határozzuk meg a külső szögfelezők által meghatározott háromszög belső szögeit, ha

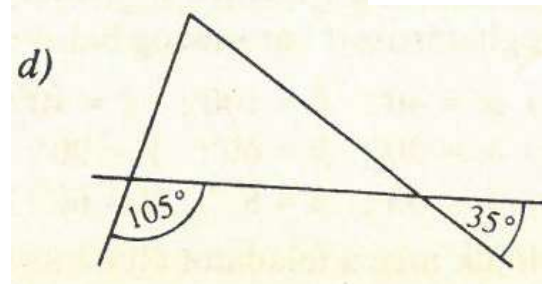
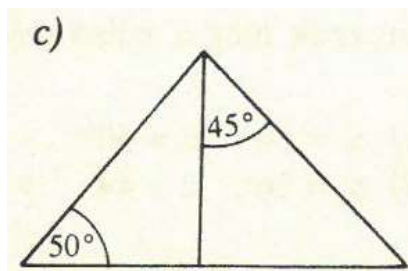
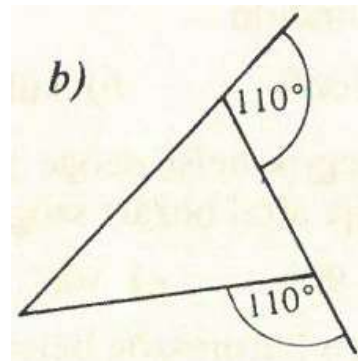
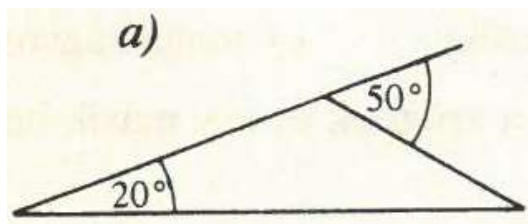
a) $\alpha = 40^\circ \quad \beta = 100^\circ \quad \gamma = 40^\circ$,

b) $\alpha = 33^\circ \quad \beta = 87^\circ \quad \gamma = 60^\circ$

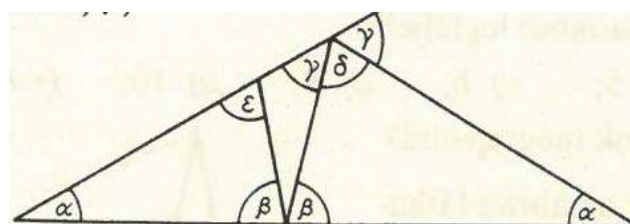
21. Egy egyenlő szárú háromszögben az alapon fekvő szög felezőjének a háromszögbe eső szakasza egyenlő az alappal. Mekkora a háromszög szögei?

22. Egy egyenlő szárú háromszög alappal szemközti szöge 36° . Bizonyítsuk be, hogy az alapon levő szög szögfelezője a háromszöget két egyenlő szárú háromszögre bontja!

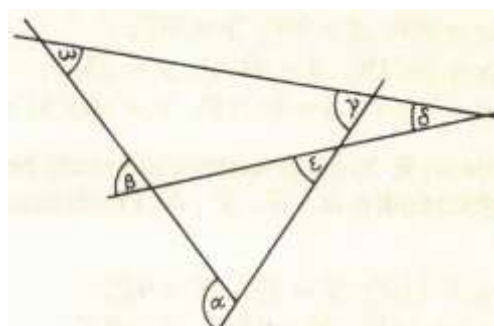
23. Az ábrákon megadott szögekből számítsuk ki a háromszögek ismeretlen belső és külső szögeit!



24. Mekkora az ábrán levő α, β, γ és ε szög, ha $\delta = 80^\circ$?



25. Felvettünk négy egyenest az ábrán látható módon. A megjelölt szögek közül $\alpha = 110^\circ \quad \beta = 60^\circ \quad \gamma = 80^\circ$. Számítsuk ki a $\delta, \varepsilon, \omega$ szögeket!

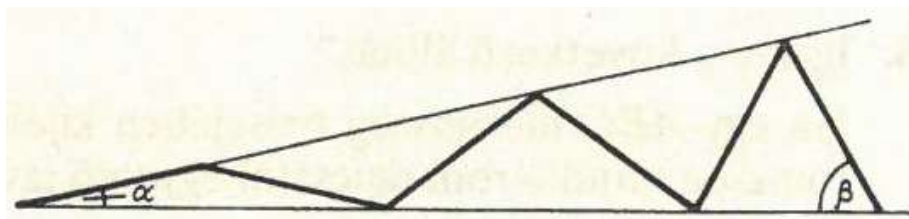


26. Az ábrán vastagon húzott hat szakasz egyenlő hosszú. Mekkora a β szög, ha

$$\alpha = 5^\circ$$

$$\alpha = 10^\circ$$

$$\alpha = 15^\circ$$



27. Igazoljuk, hogy egy konvex négyszög egyik oldalegyenesén levő két külső szög összege egyenlő a két nem szomszédos belső szög összegével!

28. Egy konvex négyszögben $\alpha = 72^\circ$, $\beta = 118^\circ$, $\gamma = 63^\circ$. Mekkora szöget zárnak be az α és a γ szög csúcsából kiinduló belső szögfelezők?

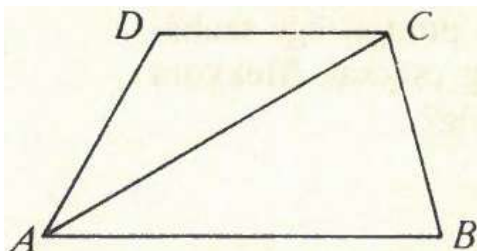
29. Egy deltoid két szomszédos belső szöge a) $\alpha = 131^\circ$ $\beta = 78^\circ$, b) $\alpha = 89^\circ 16'$ $\beta = 107^\circ 59'$. Mekkora lehetnek a deltoid hiányzó belső szögei?

30. Egy trapéz belső szögeinek az aránya a) 1:2:3:4, b) 2:2:3:5, c) 3:4:7:10. Mekkora a trapéz belső és külső szögei?

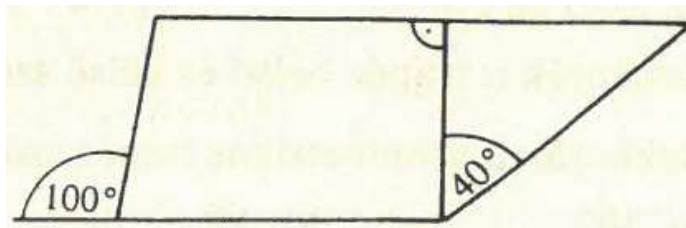
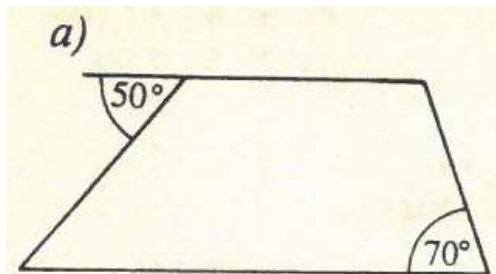
31. Mekkora a szimmetrikus trapéz szögei, ha a szárak meghosszabbításai

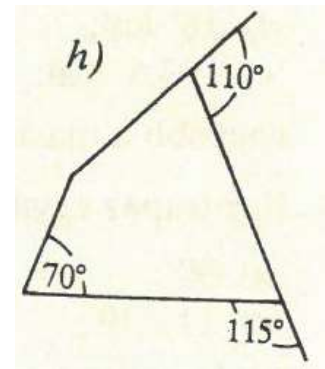
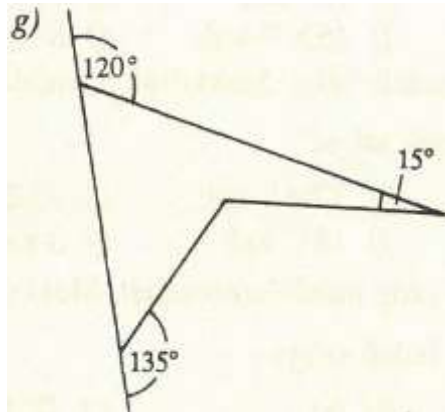
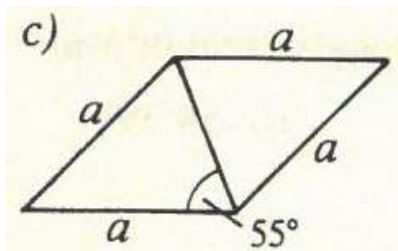
a) $\alpha = 30^\circ$, b) $\alpha = 60^\circ$, c) $\alpha = 90^\circ$ nagyságú szöget zárnak be egymással?

32. Igaz-e a következő állítás? Ha az ABCD trapéz AD szára ugyanakkora, mint a CD alap, akkor az AC átló felezi az A csúcsnál levő szöget.



33. A megadott szögekből számítsuk ki a négyszögek hiányzó szögeit!





34. Egy háromszög két oldala a) 2,7 cm és 5,1 cm, b) 41,5 cm és 39,3 cm. Mekkora lehet a háromszög harmadik oldala, ha cm-ekben kifejezve egész szám?

35. Egy háromszög három oldalára teljesül, hogy $a \leq b \leq c$. A háromszög két szögének nagysága: a) $\alpha = 92^\circ$ $\beta = 36^\circ$, b) $\alpha = 60^\circ$ $\beta = 90^\circ$, c) $\alpha = 72^\circ$ $\beta = 36^\circ$,

d) $\alpha = 110^\circ$ $\beta = 21^\circ$

Melyik oldal fekszik a harmadik szöggel szemben?

Háromszögek, négyszögek szerkesztése

36. Jelölje a és b egy háromszög két oldalának hosszát, γ pedig az általuk közbezárt szöget. Szerkesszük meg szögmérő használata nélkül a háromszöget, ha

$$a = 4 \text{ cm} \quad b = 4 \text{ cm} \quad \gamma = 15^\circ$$

$$a = 6,2 \text{ cm} \quad b = 50 \text{ mm} \quad \gamma = 45^\circ$$

37. Jelölje a és b egy háromszög két oldalának hosszát és legyen $a > b$. Jelölje továbbá α a nagyobbik oldallal szemközti szöget. Szerkesszük meg szögmérő használata nélkül a háromszöget, ha

$$a = 5 \text{ cm} \quad b = 4 \text{ cm} \quad \gamma = 75^\circ$$

$$a = 0,07 \text{ m} \quad b = 0,65 \text{ dm} \quad \gamma = 120^\circ$$

38. Jelölje a egy háromszög egyik oldalának hosszát, β és γ pedig a rajta fekvő két szöget. Szerkesszük meg szögmérő használata nélkül a háromszöget, ha

$$a = 6 \text{ cm} \quad \beta = 22,5^\circ \quad \gamma = 60^\circ$$

$$a = 45 \text{ mm} \quad \beta = 30^\circ \quad \gamma = 105^\circ$$

39. Szögmérő használata nélkül szerkesszünk háromszöget, ha szögei

$$\alpha = 135^\circ \quad \beta = 30^\circ \quad \gamma = 15^\circ$$

$$\alpha = 105^\circ \quad \beta = 30^\circ \quad \gamma = 45^\circ$$

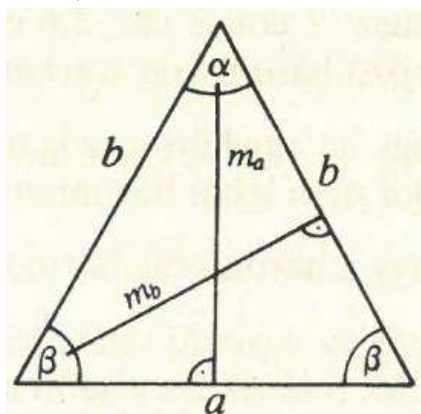
40. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget a következő adatokból! (Az adatok az ábrának megfelelőek.) Ne használjunk szögmérőt!

$$a = 4 \text{ cm} \quad b = 3 \text{ cm}$$

$$a = 3,8 \text{ cm} \quad \alpha = 75^\circ$$

$$a = 50 \text{ mm} \quad m_a = 35 \text{ mm}$$

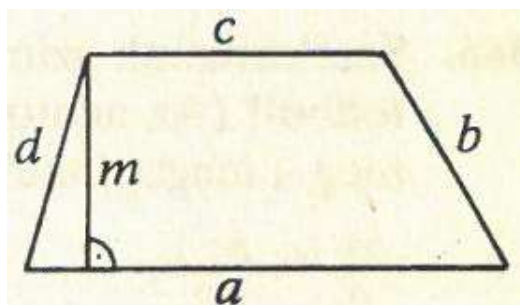
$$m_a = 4,3 \text{ cm} \quad \alpha = 75^\circ$$



41. Szerkesszünk trapézt a következő adatokból!

$$a = 5 \text{ cm}, \quad b = d = 3 \text{ cm} \quad m = 2 \text{ cm}$$

$$a = 55 \text{ mm}, \quad b = d = 40 \text{ cm} \quad c = 3 \text{ cm}$$

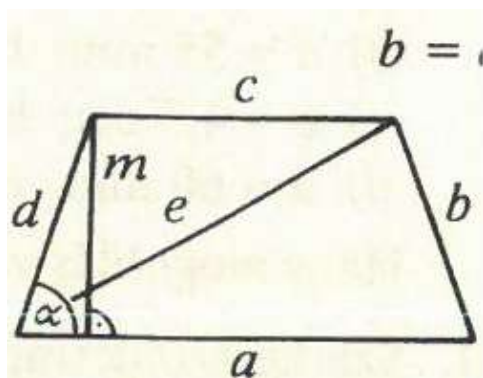


42. Szerkesszünk szimmetrikus trapézt ($b=d$) a következő adatokból!

$$a = 6 \text{ cm}, \quad b = 4 \text{ cm} \quad c = 3,5 \text{ cm}$$

$$a = 5 \text{ cm}, \quad b = 3,5 \text{ cm} \quad e = 4,5 \text{ cm}$$

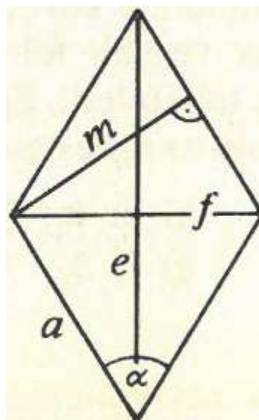
$$a = 6 \text{ cm}, \quad c = 3 \text{ cm} \quad m = 7 \text{ cm}$$



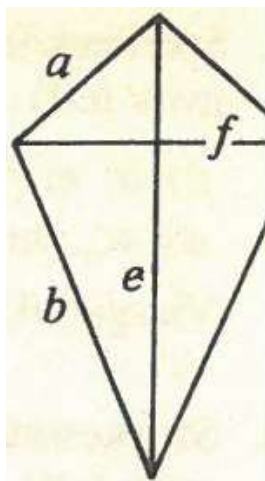
43. Szerkesszünk rombuszt a következő adatokból!

$$e = 6 \text{ cm}, \quad f = 5 \text{ cm}$$

$$m = 70 \text{ mm}, \quad \alpha = 30^\circ$$



44. Szerkesszünk deltoidot a következő adatokból!

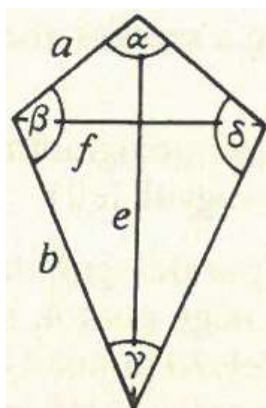


$$a = 5 \text{ cm}, \quad b = 7 \text{ cm} \quad e = 9 \text{ cm}$$

$$a = 25 \text{ mm}, \quad b = 70 \text{ cm} \quad f = 30 \text{ mm}$$

$$e = 80 \text{ mm}, \quad b = 60 \text{ cm} \quad f = 40 \text{ mm}$$

45. Szögmérő használata nélkül szerkesszünk deltoidot a következő adatokból!



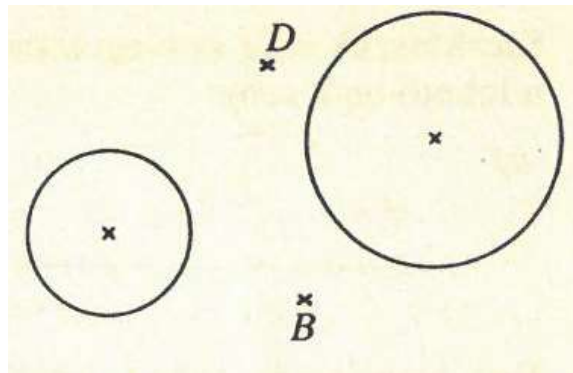
$$a = 4 \text{ cm}, \quad b = 6 \text{ cm} \quad \beta = 120^\circ$$

$$a = 3 \text{ cm}, \quad b = 6 \text{ cm} \quad \gamma = 45^\circ$$

$$e = 7 \text{ cm}, \quad \alpha = 75^\circ \quad \beta = 30^\circ$$

A tengelyes tükrözés

46. Szerkesszünk háromszöget, amelynek oldalai 4, 5 és 6 centiméteresek! Tükrözzük a háromszöget
- a) legrövidebb oldalára;
 - b) egyik szögfelezőjére;
 - c) egyik súlyvonalára;
 - d) leghosszabb oldalához tartozó magasságvonalára;
 - e) egyik oldalfelező merőlegesére;
 - f) egy háromszögön kívüli egyenesre!
47. Tükrözzünk egy 4 cm sugarú kört egy a kör középpontjára nem illeszkedő egyenesre. Igazoljuk, hogy a szerkesztés csak körzővel is elvégezhető!
48. Adott három egyenes, e, f és g, továbbá az e egyenesen egy B pont. Szerkesszük meg az ABC egyenlő szárú háromszöget, melynek az f egyenes a szimmetriatengelye, B a háromszög egyik csúcsa, A csúcs a g egyenesre, a B csúcs az e egyenesre illeszkedik.
49. Szerkesszünk deltoidot, ha adott a szimmetriaátlójára illeszkedő két csúcs, és két egyenes, amelyek mindegyikére egy-egy csúcs illeszkedik!
50. Szerkesszünk deltoidot, ha adott a szimmetriaátlójára illeszkedő két csúcs és két kör, amelyek mindegyikére egy-egy csúcs illeszkedik!



IV. ALGEBRA

Algebrai kifejezések

1. Válogassuk külön az egynemű kifejezéseket!

$$\begin{array}{ccccccccccc} 2x & 3x & xy & 4xy & 5x^2y & x^2y & 5 & & & & \\ 3a & 2ab & a & -2ab & ab^2 & a^2b & 2ab^2 & 7a & & & \\ 11 & -3x & 4x^2y & x & xy^2 & 3xyz & x^2y & 2xy^2 & 3 & & \\ \frac{1}{3}x & 3x & -2x^2 & \frac{1}{3}x^2 & -5x & \frac{1}{2}x^3 & \frac{1}{2}x^2 & x & \frac{1}{4}x^4 & & \end{array}$$

2. Válogassuk külön az egynemű kifejezéseket!

$$\begin{array}{ccccccccccc} \frac{3}{4}x^3 & 2xy & 3x^2 & \frac{1}{3}x^2 & 3xy & x^2y & \frac{1}{3}xy^2 & & & & \\ \frac{1}{5}x & \frac{x}{4} & \frac{3}{2}x & \frac{x}{6} & x^2 & x^3 & \frac{x^3}{6} & \frac{x^2}{2} & 10x^2 & & \\ 7ab^2 & 2a^2b & 2ab^2 & \frac{ab^2}{3} & ab & 23a & 23ab & & & & \end{array}$$

3. Írjuk fel algebrai kifejezéssel a következőket!

- a) n nyúl és t tyúk lábainak száma összesen,
- b) k kerékpár, t tricikli és c autó kerekeinek száma összesen

4. Egy számot, amely p hétszerese, 9-cel csökkentettük. Melyik algebrai kifejezéssel vagy kifejezésekkel egyenlő ennek az ötöde?

$$7p - \frac{5}{9} \quad \frac{7(p-9)}{5} \quad \frac{7p-9}{5} \quad (7p-9) \cdot 5 \quad (7p-9) \cdot \frac{1}{5}$$

5. Egy állatkertben a zebrák és az antilopok etetéséhez takarmányt rendelnek. Írjuk fel algebrai kifejezéssel, hogy mennyit rendeljenek 30 napra, ha egy zebra naponta x kg, egy antilop naponta y kg takarmányt fogyaszt, és a) 8 zebra és 8 antilop van, b) z zebra és z antilop van.

6. Írjuk fel a 6 cm és 8 cm oldalhosszúságú téglalap területét és területe, ha

- a) a rövidebb oldalát p-vel növeljük, a másikat változatlanul hagyjuk,
- b) mindkét oldalát p-szeresére változtatjuk,
- c) az rövidebb oldalát p-szeresére, a hosszabbat q-szorosára változtatjuk!

7. Írjuk fel a következő algebrai kifejezéseket!

- a) A p felénél néggyel nagyobb szám háromszorosa.
- b) A q-nál kettővel kisebb számot szorozzuk öttel, és hozzáadunk hetet.
- c) Kivonjuk az r-et hatból, a különbséget osztjuk kilenccel.
- d) Összeadjuk az s háromszorosát és négyszeresét, majd az összeget osztjuk héttel.

8. Mennyi a következő kifejezésekben az együttható? Ennek megállapításához esetenként némi átalakítást kell végezni.

$$2ab \quad -4x^2 \quad -0,5a \cdot 4b \quad \frac{5e}{3} \quad 3 \cdot x \cdot 4 \cdot x \quad p^2 \quad -a \quad \frac{y}{5} \cdot 4$$

9. Vond össze az egynemű algebrai kifejezéseket.

$$x + 3 - 4x + 6$$

$$2c - 3d + 5c + 4d - c$$

$$ab - 2ab^2 - 5ab + b^2a$$

$$4ef^2 - fe^2 + 2e^2f - 2ef^2 + 5fe^2$$

10. Számítsd ki az algebrai kifejezések helyettesítési értékét, ha $p = 2$ és $q = \frac{1}{2}$

$$2p - 3q \quad 3pq \quad \frac{1}{2}p^2 \quad 5q^3 \quad (p - 3) : \left(-\frac{2}{3}\right) \quad \frac{6}{15} \cdot \left(\frac{5}{8} + q\right)$$

11. Egy családban két szülő és két gyerek életkorának összege x . Öt év múlva mennyi lesz az életkoruk összege?

Műveletek algebrai kifejezésekkel

12. Végezzük el az összevonásokat!

$$3x - (4 + 2y + 6x) + 3y - 7 \quad (5a - 2b) + 18 - (3a + 2b) \quad (4z - 12) + (6z + 3v) - (9 + 10z) \\ (6a + 3b) + (4c - 5 + 2b) - (3a - 5b)$$

13. Végezzük el az összevonásokat!

$$(2ab + 3a) - (4ab + 5ab) - (2a + 7) \quad (6a^2 - 2ab) + (2ab^2 + 2ab) - (ab^2 + 4a^2) \\ (5a + 2b) - (3ab + 2b) + (2ab - 5a) \quad (2a^2b - ab^2) + (a^2b^2 + 3ab^2) - (a^2b + 2a^2b)$$

14. Végezzük el a szorzásokat!

$$3a \cdot 5 \quad 7b \cdot 2 \quad 5 \cdot 4c \quad 2 \cdot 3d \quad 15ab \cdot 2 \quad 5 \cdot 2ab^2 \\ 9 \cdot 4a^2b \quad 3 \cdot 2ab \quad 3x \cdot x \quad 4x \cdot y \quad 7y \cdot x \quad 2y \cdot y$$

15. Végezzük el a szorzásokat:

$$3x^2 \cdot 2x \quad 5x \cdot y \quad 4x^2 \cdot 2x \quad 4xy \cdot x \quad 3ab^2 \cdot 2a \quad 6ab \cdot 5ab \quad 6a \cdot 2ab$$

16. Végezzük el az osztásokat!

$$\frac{12ab}{3} \quad \frac{21ab^2}{7} \quad \frac{14a^2b}{2} \quad \frac{8ab}{8}$$

17. Végezzük el az osztásokat!

$$\frac{15xy}{3} \quad \frac{18x^2y}{6} \quad \frac{21x}{7} \quad \frac{33y}{11}$$

18. Végezzük el az osztásokat!

$$\frac{21x^2y}{3x} \quad \frac{32x^2y^2}{8xy^2} \quad \frac{24xy^2}{6y^2} \quad \frac{72xy}{8xy}$$

19. Végezzük el az osztásokat!

$$\frac{4ab}{8b} \quad \frac{3a^2b}{9ab} \quad \frac{6a^2b^2}{9ab^2} \quad \frac{12b^2a}{3b^2}$$

20. Végezzük el a műveleteket!

$$3 \cdot (2x - 1) + 2 \cdot (3 - 5x) \quad 4 \cdot (5 - 2x) - 3 \cdot (4 - 3x) \quad 2 \cdot (3 - 4x) + 5 \cdot (4 - 3x) \\ 5 \cdot (3x + 2) - 4 \cdot (2x - 1) \quad 2x \cdot (3 - 2x) + 3x \cdot (2x + 1) \quad x \cdot (4x - 1) + 2x \cdot (2x - 3) \\ 3x \cdot (x - 4) + x \cdot (1 - 2x) \quad 4x \cdot (2x + 3) + 3x \cdot (2x - 4)$$

21. Szorozzuk meg az összeget az adott egytagú kifejezéssel!

$$(3x+1) \cdot 5x \quad (4x+3) \cdot 3y \quad (2+3z) \cdot 4z \quad (5+2x) \cdot 2x \quad (4y-3) \cdot 2y \quad (3z-2) \cdot 4z$$

22. Végezzük el a szorzást, azaz bontsuk fel a zárójelet!

$$2x(3-4x) \quad 5x(4+3x) \quad 2y(2x-y) \quad 2x(2y-x) \quad 6x(2x-1) \quad 6x(y-2x)$$

23. Alakítsd szorzattá a kifejezéseket:

$$3a^2 - 9a^2b^2 \quad a^2 + a^2b^3 \quad 7a^3b + 14ab^2 3a^2 + 2ab - 5ab^2$$

24. Kiemeléssel alakítsuk szorzattá a következő összegeket!

$$2x-4 \quad 3x+6 \quad 5x-10 \quad 4x-2$$

25. Kiemeléssel alakítsuk szorzattá a következő összegeket!

$$2x-2y \quad 3x-6y \quad 4x-xy \quad 12xy-3y$$

26. Végezzük el a többtagú kifejezések szorzását!

$$\begin{array}{cccccc} (x+1)(y+1) & (1+x)(3+y) & (x+2)(y+1) & (2+x)(3+y) & (x+5)(y+x) \\ (x+y)(x+y) & (x+1)(x+1) & (y+1)(y+1) & (x+y)(x+y) & \end{array}$$

27. Végezzük el a többtagú kifejezések szorzását!

$$\begin{array}{cccc} (a+b)(a+1) & (2+a)(2+a) & (2a+1)(a+1) & (a+2)(2a+1) \\ (2a+1)(2a+1) & (3a+2)(3a+2) & & \end{array}$$

28. Végezzük el szorzást, illetve a négyzetre emelést!

$$\begin{array}{ccccc} (x-2)(y-3) & (x-1)(y-1) & (x-5)^2 & (y-2)^2 & (2a-1)(3a-1) \\ (b-3)^2 & (3c-1)^2 & (2d-3)^2 & (2a-3b)^2 & \end{array}$$

29. Végezzük el a többtagú kifejezések szorzását!

$$\begin{array}{cccc} (2a+3)(a+1) & (a-3)(2a+3) & (5a-2)(5a+2) & (3a-7)(3a+7) \\ (x-y)(x+y) & (2a+1)(2a-1) & (6-2x)(6+2x) & (11x-y)(11x+y) \end{array}$$

30. Kiemeléssel alakítsuk szorzattá a következő összegeket!

$$3a+6 \quad 2a+8 \quad a^2+2a \quad 2a^2+6a$$

31. Számítsuk ki a következő kifejezések helyettesítési értékét, ha $x = -1$

$$\frac{x^2}{3}, \quad \frac{1}{3} + x^2, \quad \frac{1+x^2}{3}$$

32. Vonjuk össze az egynemű tagokat, majd számítsuk ki a kifejezés helyettesítési értékét!

$$\begin{array}{ll} 4x+3x+x+7, \quad x = \frac{1}{5} & 9y-8+12-3y+15y, \quad x = \frac{3}{14} \\ 3x+2xy+x^2-5x+2x+y^2, \quad x=5 \quad y=3 & 6x^2+5-2x^2+\frac{1}{4}-2x-5, \quad x=-\frac{2}{3} \end{array}$$

33. Rendezzük át a tagokat úgy, hogy az egynemű kifejezések egymás mellé kerüljenek, majd végezzük el a lehetséges összevonásokat!

$$\begin{array}{l} 2x+3y+4x+5y \quad x+4-7x-17+8x \quad 2xy+3x-9y-x+6xy+10y \\ 7x^2+3x-4x-2x^2 \end{array}$$

34. Végezzük el az egynemű tagok összevonását!

$$2a - 3 + a \cdot 4 + 5 \quad 2b \cdot 3 - 1 - b + 2 \quad \frac{c}{2} - \frac{3}{2} + \frac{2}{3}c + 1 \quad 0,8d - 0,75 + 1,2d - 0,25$$

35. Végezd el a szorzást!

$$\frac{1}{2}x \cdot 2x \quad 0,6x \cdot 3x \quad \frac{3}{4}y \cdot \frac{2}{3}y \quad 2x^2 \cdot 3x \quad 1,5y \cdot 3y^2 \quad 3y^3 \cdot 2y^4$$

$$5x \cdot 6y \quad 7x^2 \cdot 8xy \quad 2xy \cdot (-3xy) \quad 5x^2y \cdot (-6xy)$$

36. Bontsd fel a zárójelet, azaz végezd el a szorzást!

$$\begin{array}{ccccccc} 2(a-2) & 3(x-4) & 5(y+6) & 4(z+5) & -4(b-3) & -5(c+2) & -3(4-a) \\ 5(6-b) & (3-a) \cdot 4 & (3+a) \cdot (-2) & (5-a) \cdot (-3) & -2 \cdot (x-y) & 3(2a-1) & \end{array}$$

37. Bontsd fel a zárójeleket, majd végezd el a lehetséges összevonásokat!

$$\begin{array}{cccc} 2x + (1-3x) & -y + (-4y-2) & (5z+5) - 3z & (4-x) + 5x \\ 2y - (2y-2) & 5z - (3-z) & 4x + 2 - (-3+2x) & 1 - (-x-1) + 2x \\ -(y-5) + 2y - 1 & 2 + (3z-2) - (2-3z) & & \end{array}$$

38. Bontsd fel a zárójeleket, majd végezd el a lehetséges összevonásokat!

$$\begin{array}{cccc} (x+1)(x-1) & (a-3)(a+3) & (y-4)(y+4) & (b-5)(b+5) \\ (2x+1)(2x-1) & (2-y)(2+y) & (1-3x)(1+3x) & (2-4y)(2+4y) \\ \left(x + \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{1}{2}\right) & \left(\frac{2}{3} - y\right)\left(\frac{2}{3} + y\right) & & \end{array}$$

39. Alakítsd szorzattá kiemeléssel a következő kifejezéseket!

$$\begin{array}{cccccc} 3x+3 & 4x-4 & 2x-4 & 8x+12 & 9x-6a & 24-4x \\ 3x+6xy & 10ab-15b^2 & 8a^2b+4ab^2 & & & \end{array}$$

40. Alakítsd szorzattá kiemeléssel a következő kifejezéseket!

$$x^2 + 2x \quad a^3 - 2a \quad y - y^2 \quad b - 2b^2 \quad 3a + 6a^2 \quad b^3 - 4b^2 \quad 7b^2 + 14b^3$$

41. Az osztást írd át tört alakba, majd végezd el az osztást!

$$4x^2 : 2 \quad 6xy : 3 \quad 35xy^2 : 7 \quad 26x^3 : (-13) \quad 125xy : 25y \quad 7,5y : 0,15$$

41. Végezd el az osztásokat! $\frac{x^2}{x} \quad \frac{3y^3}{y} \quad \frac{x^4}{x^2} \quad \frac{4x^3}{2x} \quad \frac{2y^2}{4y} \quad \frac{3xy}{x} \quad \frac{6xy}{3y}$

42. Végezd el a műveleteket, majd az egynemű kifejezéseket vond össze!

$$\begin{array}{l} 2(x-y) + 4x(2-y) + y(6-2y) - 2(x+y) \quad 5(x+2) - 6(3-x) + 4(x+4) + 2 + 10x \\ (2x-y) \cdot y - 3xy(2-x) + 2xy(x+y) \end{array}$$

43. Végezd el a szorzásokat, majd ahol lehet, az összevonásokat!

$$\begin{array}{cccc} (x+1)(x+3) & (a-2)(a+3) & (y+5)(y+1) & (2-x)(x+4) \\ (5-y)(y+3) & (a+4)(4-a) & \left(a - \frac{1}{2}\right)(a+2) & \left(b - \frac{2}{3}\right)(b+1) \\ (2x-5)(x-3) & (y-4)(5-2y) & (3z-2)(z-1) & \end{array}$$

44. Végezd el a szorzásokat és összevonásokat!

$$(x-1)(x+3) + (x-2)(x+5) - (x-3)(x+2) \quad (a-3)(a-4) + (a-2)(a+5) - (a-4)(a+1) \\ (y-3)(y+1) - (y+1)(y+3) - (y-2)(y+2)$$

45. Bontsd fel a zárójelet, majd az egynemű kifejezéseket vond össze!

$$(3x-2y)(4x+5y) \quad (2x+3y)(5x-4y) \quad (4x+y)(-3x-2y) \quad (3a+4b)(2a-3b) \\ (5a-4b)(2b+4a)$$

46. Végezzük el a szorzást! $2 \cdot \left(\frac{a}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) \quad \left(-\frac{1}{4} \cdot \frac{b}{4}\right) \cdot 4 \quad \left(2 \cdot \frac{d}{6}\right) \cdot 9 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$

47. Végezzük el az osztásokat! $\frac{4x \cdot 6x}{2} \quad \frac{9y \cdot 6y}{-3} \quad \frac{20v \cdot 30v}{10} \quad \frac{4z \cdot 3z}{6}$

48. Töltsük ki a bűvös négyzet hiányzó mezőit úgy, hogy minden sorban és oszlopban $2xy$ legyen a szorzat!

	y	$\frac{1}{5}$
	$2x$	
$5y$		

Nevezetes azonosságok

49. Bontsd fel a zárójelet, azaz végezd el a négyzetre emelést!

$$(a+2)^2 \quad (x-3)^2 \quad (y+5)^2 \quad (b-1)^2 \quad (3-x)^2 \quad (2+y)^2 \quad (5-a)^2$$

50. Bontsd fel a zárójelet, azaz végezd el a négyzetre emelést!

$$(a+x)^2 \quad (a-x)^2 \quad (b+y)^2 \quad (2x-1)^2 \quad (3y+2)^2 \quad (4a-2)^2 \quad (5b+3)^2$$

51. Bontsd fel a zárójelet, azaz végezd el a négyzetre emelést!

$$(4-3b)^2 \quad (2+3a)^2 \quad (5+4y)^2 \quad (2a+3b)^2 \quad (4b-10a)^2 \\ (3x-8y)^2 \quad (4x+6y)^2$$

52. A nevezetes azonosságok felhasználásával alakítsd át a következő kifejezéseket!

$$a^2 + 2ab + b^2 \quad a^2 + 2a + 1 \quad b^2 - 2b + 1 \quad x^2 - 4x + 4 \quad y^2 + 6y + 9 \\ z^2 - 8z + 16 \quad x^2 - y^2 \quad a^2 - 5^2 \quad b^2 - 8^2 \quad a^2 - 16 \quad 25 - b^2 \quad 81 - c^2$$

53. Alakítsd szorzattá a számlálót és a nevezőt, majd egyszerűsítsd a törtet!

$$\frac{a^2 + 2ab + b^2}{a+b} \quad \frac{a^2 - 8a + 16}{a-4} \quad \frac{a^2 - 8a + 16}{a^2 - 16} \quad \frac{4c^2 - 25}{4c^2 + 20c + 25}$$

54. Végezd el a kéttagú kifejezések négyzetre emelését.

$$(2+3b)^2 \quad (1-2ab)^2 \quad (3+x)^2 \quad (c-9)^2 \quad (2s+b)^2$$

55. Végezd el a következő szorzásokat:

$$(a-4)(a+4) \quad (c-8)(c+8) \quad (b-1)(b+1) \quad (2x-5)(2x+5)$$

Alakítsd szorzattá:

$$56. c^2 - d^2 \quad x^2 - 3^2 \quad x^2 - 16 \quad 5^2 - y^2 \quad 25 - t^2 \quad a^2 - 1$$

Végezd el a következő szorzásokat:

$$57. (b-2)(b+2) \quad (1-2y)(1+2y) \quad (2a-b)(2a+b) \quad (x-y)(x+y)$$

Alakítsd szorzattá:

$$58. c^2 - 36 \quad 4x^2 - 4y^2 \quad x^2 - 4 \quad x^2 - 9 \quad a^2b^2 - 1$$

Egyenletek

59. Oldjuk meg az egyenleteket:

$$\begin{aligned} 2000 - (x+2) &= 1000 & 3x - (2x-3) &= 5(x-1) \\ 2(2-3x) + 5 &= x-5 & 5(x-1) + 3 &= 2(2x-1) - x \\ 3(2x-3) - 4(x-2) &= x+19 \end{aligned}$$

60. Oldjuk meg az egyenleteket.

$$\begin{aligned} 5 - (2x+5) + 3x &= 10 - 7(3x-2) - 35 \\ 2 - 2x &= 11 - 5(x-4) + 3(x-8) \\ 7(2-x) + 5 - 4(x-8) &= -4 - 3(x+3) \\ 2x - (11-2x) &= 5(2-x) - x - 2(x-3) \\ x - 7 + 10(2-x) &= x - 7(x-1) + 12(x+1) \\ 1 - 3x - (3x-1) - 5x &= 3 - 3(x-4) - (7x+13) \end{aligned}$$

61.

$$a + \frac{1}{2} = 3 + \frac{5}{4}a \quad \frac{1}{2}c + \frac{3}{10} + \frac{5}{4}c = 5 - \frac{3}{5}c \quad \frac{3}{2}d - \frac{5}{4}(d+4) = 5 + \frac{1}{4}d$$

62. Oldjuk meg az egyenleteket.

$$\begin{aligned} x - 7 &= \frac{x-1}{4} & 7 - \frac{x+2}{5} &= 2x & 1 - \frac{5-x}{6} &= x-6 \\ 8 - \frac{5-x}{2} &= 4-x & x - \frac{7-x}{4} &= 5-x \end{aligned}$$

63. Oldjuk meg az egyenleteket a természetes számok halmazán!

$$\begin{aligned} \frac{x+1}{4} &= 1 & \frac{x-3}{4} &= 1 & \frac{5x+3}{2} &= 9 & \frac{2x-1}{5} &= 3 & \frac{x-2}{3} + 1 &= 7 \\ \frac{2x-3}{3} - 2 &= 7 & \frac{x+1}{2} - 1 &= 6 \end{aligned}$$

64. Oldjuk meg az egyenleteket a természetes számok halmazán!

$$\frac{x-1}{2} + \frac{x+1}{3} = \frac{3}{2} \quad \frac{x+2}{5} + \frac{x-1}{2} = 2 \quad \frac{2x-5}{3} - \frac{x+1}{4} = 1$$

$$\frac{5-2x}{5} + \frac{x-4}{10} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{5x-1}{4} - \frac{2x-1}{5} = \frac{4}{5}$$

65. Oldjuk meg az egyenleteket a természetes számok halmazán!

$$\frac{2x+4}{2} - \frac{x+1}{3} = 15$$

$$\frac{6x-3}{5} + \frac{2x-1}{4} = \frac{17}{4}$$

$$\frac{3x-2}{4} - \frac{x+2}{3} = 3$$

66. Oldjuk meg az egyenleteket!

$$\frac{3x+1}{2} - \frac{x-1}{5} = 2$$

$$\frac{3x-1}{2} - \frac{2x+1}{3} = x-1$$

$$\frac{8x-3}{5} - \frac{2x+4}{2} = x+1$$

67. Oldjuk meg az egyenletet a természetes számok halmazán!

$$\frac{2x-1}{3} - \frac{3x-1}{4} = x+1$$

68. Oldjuk meg az egyenleteket:

$$\frac{3x-2}{4} - \frac{x+5}{6} = \frac{5x-2}{9}$$

$$\frac{3x+1}{4} - \frac{2x-1}{3} = \frac{x-4}{9}$$

$$\frac{3(x+4)}{5} = \frac{x}{2} - \frac{2(x-1)}{5}$$

69. Oldd meg az egyenleteket! $\frac{a}{2} - \frac{1}{4} = 2 - \frac{a}{4}$

$$\frac{4}{3} + \frac{c}{6} = \frac{c}{2} + \frac{5}{3}$$

$$4 - \frac{d}{3} = -\frac{8}{3} - d$$

70. Oldd meg a következő egyenleteket!

$$\frac{c+5}{3} - \frac{c-2}{4} = \frac{c-1}{6} - \frac{3-c}{8}$$

$$\frac{4(3-d)}{3} + 2(d-1) = 2(d-5)$$

71. Oldjuk meg a következő egyenleteket!

$$3(x-3) - 2(x-2) = 4(x+4)$$

$$\frac{3x-4}{2} + 2(x-1) = x-4$$

72. Oldjuk meg a következő egyenleteket! $x(x-2) - x^2 = 18$ $2x - 5(x-2) = x$

Egyenlőtlenségek

73. Oldjuk meg grafikusan az egyenlőségeket!

$$3x+6 \leq 6x$$

$$3x-2 \geq 3x$$

$$x+2 < 2x+5$$

$$4x+1 < 2x-1$$

74. $15 - 3a - 4(a + 1) - 11 \geq 3(a - 9) + 2(5a + 11)$

$$15(b - 6) - 3(2b - 29) + 4(1 - 2b) > 5 - (b - 1)$$

$$21 - 4(5 - 7c) < 10 - 6(2 - 9c) - 7(2c + 1)$$

75. Oldjuk meg az egyenlőségeket!

$$\frac{2-5x}{5} + \frac{x-4}{10} < 3$$

$$\frac{x-3}{6} - \frac{5-2x}{12} \leq \frac{11}{12}$$

$$\frac{3x+2}{8} - \frac{1-2x}{40} \geq \frac{9-3x}{12}$$

$$x+1 < \frac{x-15}{2} + \frac{2(x+11)}{3}$$

76. Oldjuk meg grafikusan az egyenlőtlenséget!

$$(x+1)^2 < 4$$

$$x^2 - 1 \leq 3$$

$$(x+1)^2 \leq x+3$$

77. Oldjuk meg grafikusan az egyenlőtlenségeket! $-2x+6 < (x-3)^2$

$$(x-3)^2 \leq -2x+6$$

78. Oldd meg egyenlőtlenségeket!

$$-\frac{3}{4}a < \frac{1}{2}$$

$$\frac{5}{6}b \geq 0$$

$$1 \leq -\frac{c}{5}$$

$$0 < 2 - \frac{e}{5}$$

$$\frac{e}{3} + \frac{2}{5} < 2$$

79. Oldd meg a következő egyenleteket!

$$\frac{d}{2} + \frac{3}{2} - \frac{d}{3} - \frac{5}{6} \geq 3$$

$$5 - i \geq i - \frac{7-i}{4}$$

$$1 - \frac{2l-5}{6} = \frac{3-l}{4}$$

80. Oldd meg a következő egyenlőtlenségeket!

$$a + \frac{1}{2} \leq 3 + \frac{5a}{3}$$

$$4c < 14 - \frac{2c+4}{5}$$

$$\frac{5(e-2)}{2} - \frac{5e-4}{3} \leq \frac{e-14}{3}$$

$$-2 < \frac{3f-5}{7} - \frac{2f-4}{4}$$

$$2g < 3 - \frac{2g+3}{2}$$

$$\frac{5(j-1)}{6} - 1 \leq \frac{2(j+1)}{3}$$

Szöveges feladatok

81. Mennyit kell $\frac{3}{7}$ számlálójához és nevezőjéhez egyaránt hozzáadnunk, hogy $\frac{3}{5}$ -del egyenlő törtet kapjunk?
82. Egy gondolt számot megszoroztam 5-tel, kivontam belőle 3-at, majd hozzáadtam ennek a $\frac{2}{3}$ részét és így 85-öt kaptam. Mi volt a gondolt szám?
83. Három szám összege $\frac{65}{99}$. Az első szám a másodoknak a harmada, a második szám pedig a harmadikak a harmada. Adjuk meg mindhárom számot!
84. Határozzuk meg Bori, Orsi, Ricsi életkorát, ha a következőket állítják:
Bori: Éveink számának összege éppen 60.
Orsi: 4 évvel vagyok idősebb Borinál.
Ricsi: 20 év múlva leszek olyan idős, mint amennyi most Bori és Orsi évei számának összege.
85. Az anya 4 év múlva kétszer olyan idős lesz, mint a lánya. Ám 6 évvel ezelőtt az anya életkora a lányáénak háromszorosa volt. Hány éves az anya és a lánya?
86. Egy 38 éves apának 8 éves fia van. Hány év múlva lesz az apa háromszor annyi idős, mint a fia?
87. Hány éves most az, aki 10 év múlva 4-szer annyi idős lesz, mint 20 évvel ezelőtt volt?
88. Az apa 53 éves, a fia 22, a lánya 18. Hány év múlva lesz egyenlő a fiú és a leány életkora együttesen az apa életkorával?
89. A testvérek közül az egyik 5 éves, a másik négyszer öregebb nála. Hány év múlva lesz az idősebb testvér életkora háromszorosa a fiatalabbnak? Hány évesek lesznek akkor?
90. Laci most kétszer olyan idős, mint Feri. Négy évvel ezelőtt azonban Laci háromszor olyan idős volt, mint Feri. Hány évesek most?
91. Kati fiatalabb Évánál 3 évvel, Juditnál 4 évvel. Judit és Éva együttes életkora egy évvel kevesebb Kati évei számának háromszorosánál. Hány évesek a lányok?
92. Az iskolában két tornaterem van, egy kicsi és egy nagy. A kicsi tornateremben feleannyian vannak, mint a nagyban. Ha a kis tornaterembe bemenne még 8 ember és a nagy tornateremből is átmenne 32 gyerek, akkor a két tornateremben ugyanannyian lennének. Hányan voltak eredetileg a nagy és a kis tornateremben?
93. Frédi és Béni kőkorszaki jelvényeket gyűjtenek. Frédinek 45-tel több van, mint Béninek. Ha Frédi átadna 15 jelvényt Béninek, akkor Frédi jelvényeinek a háromnegyed része ugyanannyi lenne, mint Béni jelvényeinek négyötöde. Hány jelvénye van Béninek?
94. Két szegénylegény elindult szerencsét próbálni. Már az első nap kaptak is munkát. Este azonban az egyik talált 6 aranyat az úton, így nem is dolgozott tovább. A másik még két napot dolgozott, ezért ő 2 arannyal többet vitt haza, mint a társa. Hány aranyat kaptak egy napra?
95. Egy tört nevezője kettővel kisebb a számlálójánál. A tört kétszeresében a nevező 9-cel kisebb a számlálónál. Melyik ez a tört?

- 96.** Egy tört nevezője 5-tel nagyobb a számlálójánál. Ha a számlálóhoz 14-et adunk, a nevezőből egyet elveszünk, akkor a tört reciprokával egyenlő törtet kapunk. Melyik az eredeti tört?
- 97.** Egy kisfiú pókokat és cserebogarakat gyűjtött, összesen 8 darabot. A pókoknak 4 pár, a cserebogaraknak 3 pár lábuk van. Összesen 54 lábat számolt meg. Állapítsuk meg, mennyi pókot és hány cserebogarat gyűjtött!
- 98.** Egy osztály 30 tanulója matematika dolgozatának értékelésekor kiderült, hogy a négyes dolgozatok száma kétszerese az ötösökének. Kettes érdemjegy eggyel több lett, mint ötös. Hármassal annyi van, mint kettes és csak egy tanuló írt elégtelen dolgozatot. Mennyi az ötös, négyes, hármas, kettes dolgozatok száma?
- 99.** Egy üzem munkásainak a száma 300. Tíz csoportban dolgoznak. Mindegyik csoportban 2-vel kevesebb munkás van, mint az előzőben. Hányan vannak az egyes csoportokban?
- 100.** Három testvér úgy osztozkodik 12 000 Ft-on, hogy a legidősebb a középsőnél, a középső a legkisebbnél 600 Ft-tal többet kap. Mennyi jut egy-egy testvérnek?
- 101.** Egy 120 méteres útszakaszt két munkacsoport kövez a két végétől a közepe felé haladva. Az egyik csoport 11 m-t, a másik 13 m-t kövez ki 1 nap alatt. Hány nap alatt végeznek a 120 m-es szakasszal?
- 102.** Egy 100 literes kádba két csőből engedik a vizet. Az elsőből 10 l, a másodikból 15 l víz ömlik a kádba percenként. Hány perc alatt telik meg a kád, ha mindkét csövet egyszerre nyitják meg?
- 103.** Egy tartályba 3 csapon keresztül engedhetünk vizet. Az elsőn keresztül 6 óra alatt telne meg, a másodikon 4 óra alatt, a harmadikon 3 óra alatt. Hány óra alatt telik meg a tartály, ha mindhárom csapot egyszerre nyitják meg?
- 104.** Ketten futnak körben egymással szemben. Az egyik 3 perc alatt, a másik 5 perc alatt futja le a kört. Hány percenként találkoznak, ha azonos helyről egyidőben indultak?
- 105.** Két város 24 km-re van egymástól. Az egyikből 3,5 km/h sebességgel, a másikkól 4,5 km/h sebességgel indul reggel 8 órakor egymással szembe két gyalogos. Mikor találkoznak?
- 106.** Két falu között 18 km a távolság. Déli 12 órakor indul mindkét faluból a másik felé egy-egy gyalogos. Mikor lesznek egymástól 2 km távolságban, ha az egyik 4,5 km/h, a másik 3,5 km/h sebességgel halad? Hány megoldás van?
- 107.** Két falu 12 km-re van egymástól. Délután 2 órakor indul az A faluból egy gyalogos 4 km/h sebességgel B-be és ugyanakkor indul B-ből A felé egy sétáló ember 2 km/h sebességgel. Mikor találkoznak? Találkozásukig ki mennyi utat tesz meg?
- 108.** Anna és Bea fél nyolckor szokott találkozni az iskola előtt. Anna pontosan kétszer olyan messze lakik, mint Bea, aki 7 óra 20 perckor indul minden nap otthonról. Hány órakor szokott indulni Anna, ha ugyanolyan gyorsan halad, mint Bea?
- 109.** Két kerékpáros egyszerre indult egy faluból ugyanabba a városba, az egyik sebessége 16 km/h, a másiké 18 km/h. A lassúbb egy órával később ért a városba. Milyen messze volt a város? Hány óra alatt tette meg a két kerékpáros az utat?
- 110.** Egy 27 km-es túraútvonal egyik végéről 8 órakor indult el András, a másiktól 10 órakor Béla. Mikor találkoznak, ha András 3 km-t tesz meg egy óra alatt, Béla pedig 4 km-t?

111. Gergő és Bea egyszerre indulnak el otthonról a szomszéd faluba. Bea kerékpárral, Gergő motorral indul útnak. Bea egyenletesen megy 12 km/h sebességgel, Gergő pedig ugyancsak egyenletesen motorozik 48 km/h sebességgel. Bea 2,5 órával később ér a szomszéd faluba. Milyen messze van a falu?

112. Ha Zsuzsi oda-vissza autóbusszal megy az iskolába, akkor naponta fél órát utazik. Egyik napon busszal ment és gyalog jött haza, így másfél órát volt úton. Mennyi időt tölt úton, ha ma oda és vissza is gyalog megy?

113. Marci és Norbi egy körpálya azonos pontjából indulva egy irányba halad. Marci 1,6 m/s, Norbi 1,2 m/s sebességgel. Hány másodperc múlva lesznek újra együtt, ha a pálya hossza 300 m?

114. Két kerékpáros halad egymással szemben, az egyik 5 m/s, a másik 7 m/s sebességgel. Indulásukkor 300 m volt a távolság közöttük. Mikor lesz a köztük lévő távolság 120 m?

115. Reggel 6 órakor indul egy tehervonat Szegedről 35 km/h sebességgel, fél kilenckor indul utána egy személyszállító vonat 60 km/h átlagsebességgel. Mikor éri utol a személyvonat a tehervonatot? Milyen messze lesznek ekkor Szegedtől?

116. 300 g 40%-os alkoholt összekeverünk 300 g 50%-ossal. Hány százalékos alkoholt kapunk?

117. 24 g 100 %-os savhoz 16 g vizet öntöttek. Mennyi vizet kell még hozzáönteni, hogy az oldat 50 %-os legyen?

118. Mennyi vizet kell hozzáönteni 25 g 90 %-os savhoz, hogy 75 %-os savat kapjunk?

119. Mennyi 100 %-os kénsavat kell hozzáönteni 5 g 80 %-os kénsavhoz, hogy 95 %-os kénsavat kapjunk?

120. 220 g 12%-os cukoroldathoz 80 g vizet öntünk. Hány százalékos oldatot kaptunk?

121. Gézengúz ma van először az új iskolájában. Nem tudja, hogy melyik a matematika szaktanterem. Gedeon azt mondja neki: Annyit segíték, hogy a terem száma egy háromjegyű szám. Számjegyei egymást közvetlenül követő természetes számok. Ha fordított sorrendben írjuk le a számjegyeket, akkor az így képzett háromjegyű szám és az eredeti szám különbsége 198. Odatalált-e Gézengúz a terembe?

122. Egy dobozban 189 golyó van, vegyesen piros és kék. Hozzáteszünk 52 pirosat és 19 kék, ekkor ugyanannyi piros és kék golyó lesz a dobozban. Eredetileg hány piros és hány kék golyó volt benne?

123. Flóra 9 éves. Ha annyi évvel fiatalabb lenne, mint ahány éves az öccse, Márk, akkor éppen 3 évvel lenne idősebb Márknál. Hány éves Márk?

124. Gondoltam egy számot. Ha a 4-szereséhez hozzáadunk 23-at, akkor a 7-szeresénél éppen 28-cal kisebb számot kapunk. Melyik számra gondoltam?

125. Egy hétagú baráti társaság rendszeresen együtt lottózik. Egyszer négytalálatosuk volt. A nyereményt egyenlő arányban osztották 7 részre. A nyereményből mindenkinek adóznia kellett 60 ezer forintot, és így fejenként 90 ezer forintja maradt mindenkinek. Mennyit fizetett a lottó a négy találatért?

126. Egy futballcsapat átlagéletkora 23 év. Egy játékost kiállítanak, ezután 22 év lesz az átlagéletkor. Hány éves a kiállított játékos?

127. Mari néni brokkolit és gombát vitt a piacra, összesen 15 kg-ot. Ha kétszer annyi gombát, viszont 1,5 kg-mal kevesebb brokkolit vitt volna, akkor ugyanannyit vitt volna mindkettőből. Hány kilogramm brokkolit és gombát vitt Mari néni a piacra?

128. Tom 12-vel több egeret fogott, mint Cirmi. A Tom által fogott egerek számának a harmada kettővel kevesebb, mint a Cirmi által fogott egerek számának a fele. Melyik macska hány egeret fogott?

129. Áron és Gergő ikrek. Születésnapjukon mindketten ugyanannyi pénzt kaptak a nagymamájuktól. Áron elköltötte a pénze felét és még 200 forintot, Gergő viszont csak a pénze harmadát költötte el, ráadásul még talált az utcán egy 100 forintost. Most Gergőnek éppen kétszer annyi pénze van, mint Áronnak. Hány forintot kaptak eredetileg?

130. Egy apa háromszor annyi idős, mint a fia. 6 évvel ezelőtt éppen négyszer annyi idős volt, mint a fiú. Hány éves most apa és fia?

131. Kati éppen 3-szor annyi éves, mint emennyi a kutyája, Pici lesz akkor, amikor Kati éppen 18 évvel lesz több éves, mint Pici most. Kati 6-szor annyi éves, mint Pici. Hány éves Kati és Pici most?

132. Gombóc Artúr mindennap megeszik néhány tábla csokoládét. Ezen a héten hétfőtől péntekig összesen 46 tábla csokit evett meg, és minden nap többet evett, mint az előző napon. Pénteken éppen kétszer annyi tábla csokit evett meg, mint hétfőn. Hány tábla csokit evett csütörtökön?

133. Egy gepárd gazellára vadászik. Amikor 150 méterre lopózik hozzá, a gazella észreveszi, és futni kezd. El tudja-e ejteni a gepárd a gazellát, ha a gepárd csúcssebessége 1500 m/perc, de ezt a sebességet csak 40 másodpercig tudja tartani, a gazella sebessége pedig 20 m/sec? (A gazella több percen keresztül is tud ezzel a sebességgel futni.)

134. Két matematikus, István és Ágnes évek óta nem látta egymást. Amikor találkoznak, István boldogan újságolja, hogy már három gyereke van. Ezután a következő párbeszéd zajlik közöttük:

Ágnes:

István:

– És hány évesek a gyerekeid?

– Az életkoruk szorzata 36.

– Ebből még nem tudom, hány évesek.

– Az életkoruk összege megegyezik a házszámoddal.

– Még mindig nem tudom.

– A legidősebbnek van egy anyajegy a bal hüvelykujján.

– Most már tudom, melyik hány éves!

Hány évesek a gyerekek?

135. András reggelente egyenletes sebességgel biciklizve 8 órára ér az iskolába. Kedden reggel, amikor indult volna, észrevette, hogy kilyukadt a biciklijének a kereke. Így ugyanakkor indult, de gyalog ment, ezért feleakkora sebességgel haladt, mint ha biciklivel ment volna. Félúton felvette egy autót. Milyen gyorsan kellene mennie az autónak, hogy András 8 órára beérjen az iskolába?

V. GEOMETRIA II.

Középpontos tükrözés

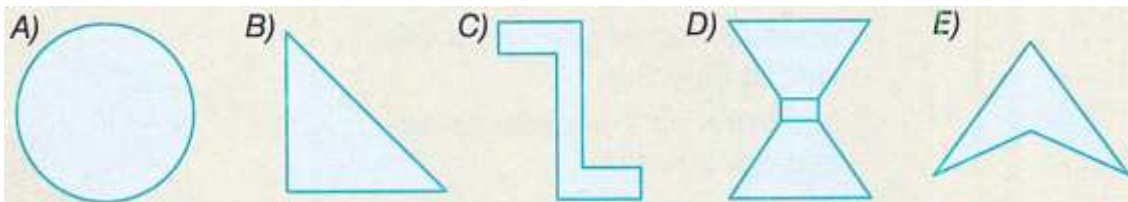
1. Mely kártyák a) tengelyesen szimmetrikusak; b) középpontosan szimmetrikusak; c) tengelyesen is és középpontosan is szimmetrikusak az alábbiak közül?



2. A zászlók közül melyeknek van egy, és melyeknek két szimmetriatengelyük? Melyek középpontosan szimmetrikusak?



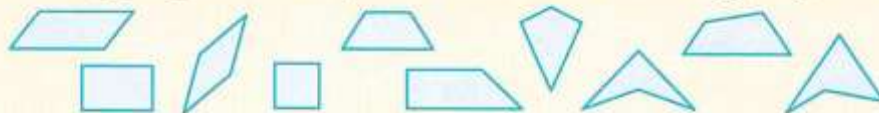
3. Melyek középpontosan szimmetrikusak az ábrán látható alakzatok közül? Hol van az alakzatok szimmetria-középpontja?



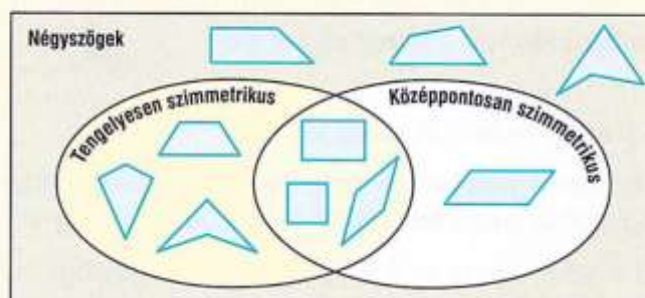
4.

2. példa

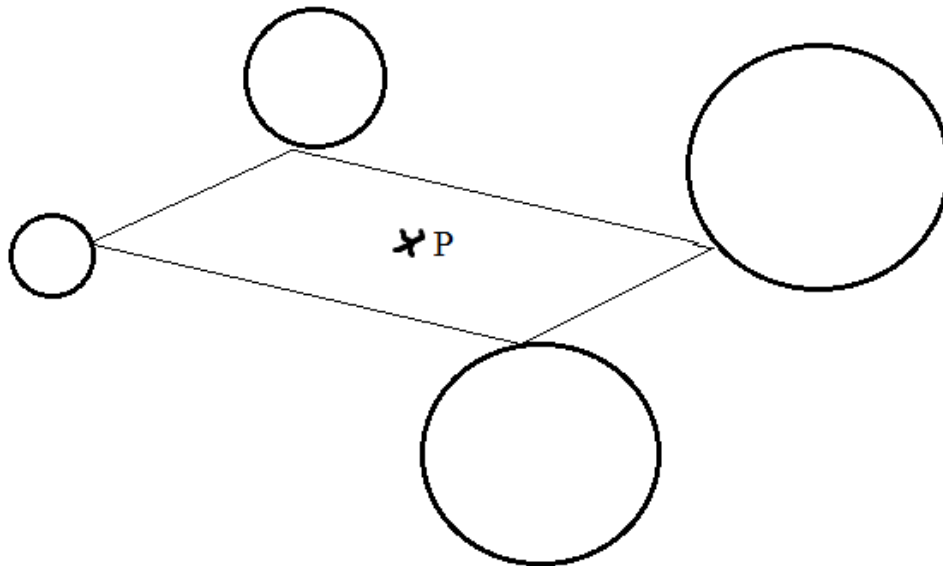
Készítsünk halmazábrát a tengelyesen és középpontosan szimmetrikus négyszögekre, és helyezzük el benne az alábbi négyszögeket!



Megoldás

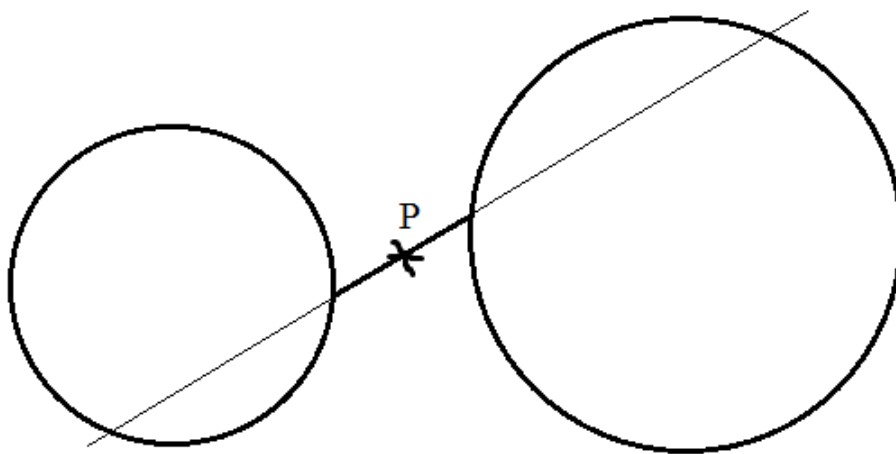


5. Vegyünk fel egy ABC háromszöget és egy C' pontot a háromszögön kívül. Szerkesszük meg a háromszög középpontos tükrképét, ha tudjuk, hogy C képe C' !
6. Vegyünk fel egy hegyesszöget és a szögszárak között egy P pontot. Szerkesszünk a P -n át egy egyenest úgy, hogy ennek az egyenesnek P -tól az egyik szögszárig terjedő szakasza ugyanolyan hosszú legyen, mint P -tól a másik szögszárig terjedő szakasza!
7. Vegyünk fel négy egymást nem metsző kört és közöttük egy P pontot. Szerkesszünk paralelogrammát, amelynek a szimmetria középpontja P , a csúcsai pedig egy-egy körön vannak!



8. Egy paralelogramma két szomszédos oldalának hossza 5 cm, illetve 6 cm, az általuk bezárt szög 30° -os. Szerkesszük meg a paralelogrammát!
9. Egy paralelogramma átlóinak hossza 5 cm, illetve 6 cm, az általuk közrezárt szög 30° -os. Szerkesszük meg a paralelogrammát!
10. Az alábbi állításokról döntsük el, hogy melyik igaz, és melyik hamis!
- Van olyan négyszög, amelyik középpontosan szimmetrikus.
 - Minden négyszög középpontosan szimmetrikus.
 - Ha egy négyszög középpontosan szimmetrikus, akkor szemközti oldalai egyenlő hosszúak.
 - Ha egy négyszög középpontosan szimmetrikus, akkor szemközti szögei egyenlő nagyságúak.
 - Ha egy négyszög középpontosan szimmetrikus, akkor szögei egyenlő nagyságúak.
 - Ha egy négyszög átlói felezik egymást, akkor középpontosan szimmetrikus.
11. Vegyünk fel egy háromszöget! Tükrözzük ezt a háromszöget
- az egyik csúcsára;
 - a legrövidebb oldal felezőpontjára;
 - a leghosszabb oldal felezőpontjára;
 - a magasságpontjára;
 - a súlypontjára;
 - a köré írható kör középpontjára;
 - a beírható kör középpontjára;
 - egy háromszögön kívüli pontra!

12. Tükrözzünk egy 3 cm sugarú kört
- a középpontjára;
 - a körvonal egyik pontjára;
 - az egyik sugár felezőpontjára;
 - egy körön kívüli pontra!
13. Tükrözzünk egy 4 cm-es szakaszt egy szakaszon kívüli pontra! Az eredeti és a képként kapott szakasz végpontjai milyen síkidomokat határoznak meg?
14. Vegyünk fel két 5 cm-es szakaszt egymással párhuzamosan! Szerkesszük meg azt a pontot, amelyre tükrözve a szakaszok egymásba mennek át!
15. Tükrözzünk egy 4 cm oldalú szabályos háromszöget egyik oldalának felezőpontjára! Milyen síkidomot határoz meg az eredeti és a képként kapott háromszög egyesítése? Írjuk le a kapott síkidom tulajdonságait, határozzuk meg a kerületét és területét!
16. Vegyünk fel egy trapézt! Tükrözzük egyik szárának felezőpontjára! Az eredeti és a képként kapott trapéz egyesítése milyen síkidomot határoz meg? Írjuk le a síkidom tulajdonságait!
17. Vegyünk fel két egyenest és egy P pontot! Szerkesszünk az egyeneseken egy-egy olyan A és B pontot, amelyek középpontosan szimmetrikusak a P pontra!
18. Vegyünk fel egy konvex szöget és a szögtartományban egy P pontot! Szerkesszünk a P ponton át egy olyan egyenest, amelynek a szög szárai közé eső szakaszát a P pont felezi!
19. Vegyünk fel két, közös pont nélküli kört, és „közöttük” egy P pontot! Szerkesszünk a körökhöz P-n át olyan közös szelőt, amelynek a körök közé eső szakaszát a P pont felezi!



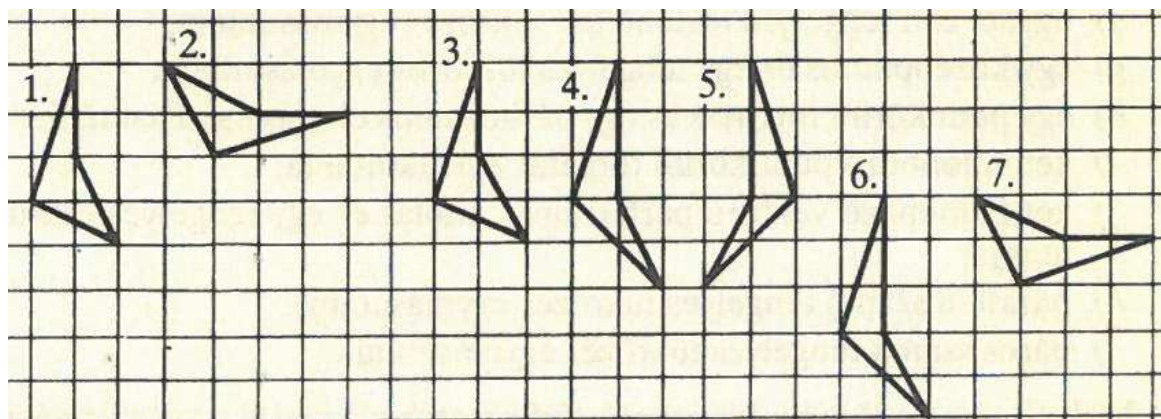
20. A következő állításokról döntsük el, hogy melyik igaz, melyik hamis!
- Van középpontosan szimmetrikus háromszög.
 - Minden négyszög középpontosan szimmetrikus.
 - Van olyan négyszög, amelyik középpontosan nem szimmetrikus.
 - Minden középpontosan szimmetrikus négyszög trapéz.
 - A deltoid középpontosan szimmetrikus négyszög.
 - A rombusz középpontosan szimmetrikus négyszög.
 - A középpontosan szimmetrikus négyszög átlói felezik egymást.
 - A középpontosan szimmetrikus négyszög átlói egyenlők.
 - Minden szabályos sokszög középpontosan szimmetrikus.

- m) Van olyan szabályos sokszög, amelyik középpontosan nem szimmetrikus.
- n) A szabályos ötszög középpontosan nem szimmetrikus.
- o) A páros oldalszámú szabályos sokszögek középpontosan szimmetrikusak.
- p) A páratlan oldalszámú szabályos sokszögek középpontosan nem szimmetrikusak.

Eltolás

21. Vegyünk fel két párhuzamos egyenest egymástól kb. 3 cm távolságban, és szemeljünk ki a párhuzamosok között két pontot: C-t és D-t. Szerkesszünk trapézt, amelynek az alapjai a párhuzamosokra illeszkednek, szárainak hossza 4 cm, egyik szára átmegy C-n, a másik D-n!
22. Adjunk meg egy α szöget, vegyünk fel két párhuzamos egyenest (e és f) és közöttük egy C pontot. Szerkesszünk egy olyan C-n átmenő egyenest, amely e-vel és f-fel α szöget zár be!
23. Vegyünk fel egy ABC háromszöget és a háromszögön kívül egy P pontot! Toljuk el a háromszöget az a) $\overrightarrow{AP}$ -ral, b) $\overrightarrow{BP}$ -ral, c) $\overrightarrow{CP}$ -ral.
24. Vegyünk fel egy ABC háromszöget! Toljuk el az $\overrightarrow{AB}$ vektorral!
25. Szerkesszünk egy 4 cm oldalú ABCDEF szabályos hatszöget! Toljuk el az $\overrightarrow{AB}$ -ral!
26. Vegyünk fel egy háromszöget és két egyenest! Toljuk el a háromszöget az egyik egyenessel párhuzamosan úgy, hogy
- a) magasságpontja;
 - b) köré írható körének középpontja;
 - c) beírható körének középpontja;
 - d) súlypontja a másik egyenesre essen!
27. Szerkesszünk egy 4 cm sugarú, 60° -os körcikket! Helyezzünk el a körcikkbe egy 3 cm hosszú szakaszt az egyik határoló sugárral párhuzamosan úgy, hogy egyik végpontja a körívre, másik végpontja a másik határoló sugárra essen!
28. Vegyünk fel két párhuzamos egyenest egymástól 3 cm-re, és
- a) közöttük;
 - b) rajtuk kívül
- egy P pontot! Szerkesszünk P-n át olyan egyenest, amelyből a párhuzamosok 4 cm hosszú szakaszt vágnak le! Hány megoldása van a feladatnak?
29. Szerkesszünk trapézt a következő adatokból!
- $a = 4 \text{ cm}, \quad b = 5 \text{ cm} \quad c = 3 \text{ cm} \quad d = 3,5 \text{ cm}$
30. Vegyünk fel egy ABC háromszöget és két párhuzamos egyenest! Tükrözzük a háromszöget az egyik egyenesre, majd a képet a másikra! Vizsgáljuk meg az eredeti és a második képként kapott háromszög egymáshoz viszonyított helyzetét!

31. A következő síkidomok közül válasszuk ki azokat a párokat, amelyek egymás párhuzamos eltolatai!



32. A következő állításokról döntsük el, melyik igaz, melyik hamis!

- Van olyan pont a síkon, amelyet a párhuzamos eltolás önmagába visz.
- Bármely párhuzamos eltoláshoz van olyan pont a síkon, amelyet az eltolás nem mozdit el.
- Két párhuzamos eltolás egymásutánja független az eltolások sorrendjétől.
- A párhuzamos eltolás minden egyenest önmagával párhuzamos egyenesbe visz.
- A párhuzamos eltolás megváltoztatja a síkidomok körüljárását.
- Két tengelyes tükrözés egymásutánja párhuzamos eltolás.
- Van két olyan forgatás, amelyek egymásutánja párhuzamos eltolás.

33. Vegyünk fel egy ABC háromszöget és két metsző egyenest, e-t és f-et. Toljuk el a háromszöget az e egyenessel párhuzamosan, azaz szerkesszük meg a háromszög eltolt képét úgy, hogy a B csúcs eltolt képe az f egyenesre essen.

34. Szerkesztési feladat. Vegyünk fel egy négyzetet és egy kört. Toljuk el a négyzetet úgy, hogy a középpontja a kör középpontjába essen.

35. Szerkesztési feladat. Vegyünk fel egy általános ABCD négyszöget és rajta kívül egy C' pontot. Toljuk el a négyszöget úgy, hogy a C csúcs eltolt képe C' legyen.

36. Vegyünk fel egy szöget és a szárjai között egy AB szakaszt. a) Szerkesszünk egy az AB-vel párhuzamos CD szakaszt, amelynek a végpontjai a szögszárakra illeszkednek. b) Szerkesszük meg azt a vektort, amellyel az AB szakaszt eltolva a képe CD lesz.

37. Vegyünk fel egy ABCD téglalapot. Szerkesszük meg a következő vektorokat:

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD}$$

38. Vegyünk fel egy ABCDEEF szabályos hatszöget.

Szerkesszük meg a következő vektorokat: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AF}$

Elforgatás

39. Vegyünk fel egy háromszöget 2; 3 és 4 cm-es oldalakkal. Forgassuk el a háromszöget a legrövidebb oldallal szemközi csúcs körül $+45^\circ$ -kal, -60° -kal!
40. Vegyünk fel egy egyenest, és az egyenesen kívül egy pontot! A pont körül forgassuk el az egyenest $+30^\circ$ -kal, $+150^\circ$ -kal, -210° -kal! Ne használjunk szögmérőt!
41. Vegyünk fel egy konvex szöget, és a szög szárai között egy pontot! Forgassuk el a szöget a pont körül -45° -kal, $+90^\circ$ -kal! Ne használjunk szögmérőt!
42. Vegyünk fel egy 4 cm oldalú szabályos háromszöget. Forgassuk el
- a) egyik csúcsa körül $+60^\circ$ -kal;
 - b) középpontja körül -60° -kal!
43. Vegyünk fel egy 4 cm oldalú négyzetet! Forgassuk el -45° -kal
- a) egyik csúcsa körül, b) átlóinak metszéspontja körül!
44. Vegyünk fel egy 3 cm sugarú 120° -os körcikket! Forgassuk el középpontja körül $+30^\circ$ -kal!
45. Vegyünk fel egy egyenest, és rajta kívül két pontot! Szerkesszük meg azt az előjeles szöget, amellyel az egyik pont körül a másik pontot elforgatva, az rákerül az egyenesre!
46. Vegyünk egy e egyenest, és rajta kívül az P és A pontokat! Szerkesszük meg azt a szöget, amellyel P körül az e egyenest elforgatva, az elforgatott egyenes átmegy az A ponton!
47. Vegyünk fel két metsző egyenest, e -t és f -et, és rajtuk kívül egy P pontot! Forgassuk el a P pont körül az e egyenest úgy, hogy az elforgatott egyenes
- a) f -fel párhuzamos legyen;
 - b) f -re merőleges legyen!
48. Vegyünk fel két pontot, A -t és B -t! Szerkesszük meg azon pontok halmazát, amelyek körül A B -be forgatható!
49. Vegyünk fel két egyenlő hosszúságú, de nem párhuzamos szakaszt! Szerkesszünk olyan pontot, amely körül az egyik szakasz a másikba forgatható! Hány megoldása van a feladatnak?
50. Vegyünk fel egy A és egy B pontot! Szerkesszük meg az A -t B -be vivő forgatás középpontját, ha a forgatás szöge $+30^\circ$. Ne használjunk szögmérőt!
51. Vegyünk fel két párhuzamos egyenest, e -t és f -et, és közöttük egy P pontot! Szerkesszünk négyzetet, amelynek egyik csúcsa a P pont, két szemközi csúcsa pedig e -n és f -en van!
52. Vegyünk fel egy konvex szöget és szárai között egy P pontot! Szerkesszünk szabályos háromszöget, amelynek középpontja a P pont, két csúcsa pedig egy-egy szögszáron van!
53. Vegyünk fel egy háromszöget 2; 3 és 4 cm-es oldalakkal, és a háromszögön kívül egy metsző egyenespárt, amelyek szöge
- a) 30° ; b) 60° ; c) 90° !
- Tükrözzük a háromszöget az egyik, majd a képként kapott háromszöget a másik egyenesre! Hasonlítsuk össze az eredeti és a második képként kapott háromszöget, vizsgáljuk meg egymáshoz viszonyított helyzetüket!

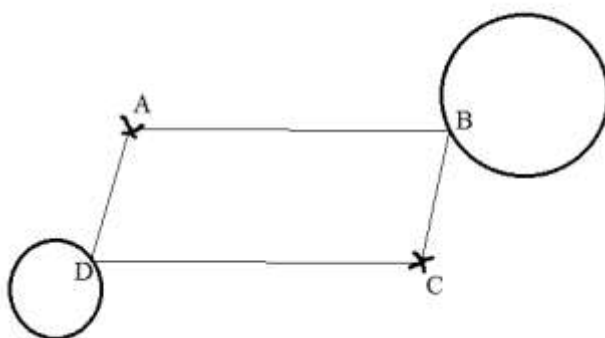
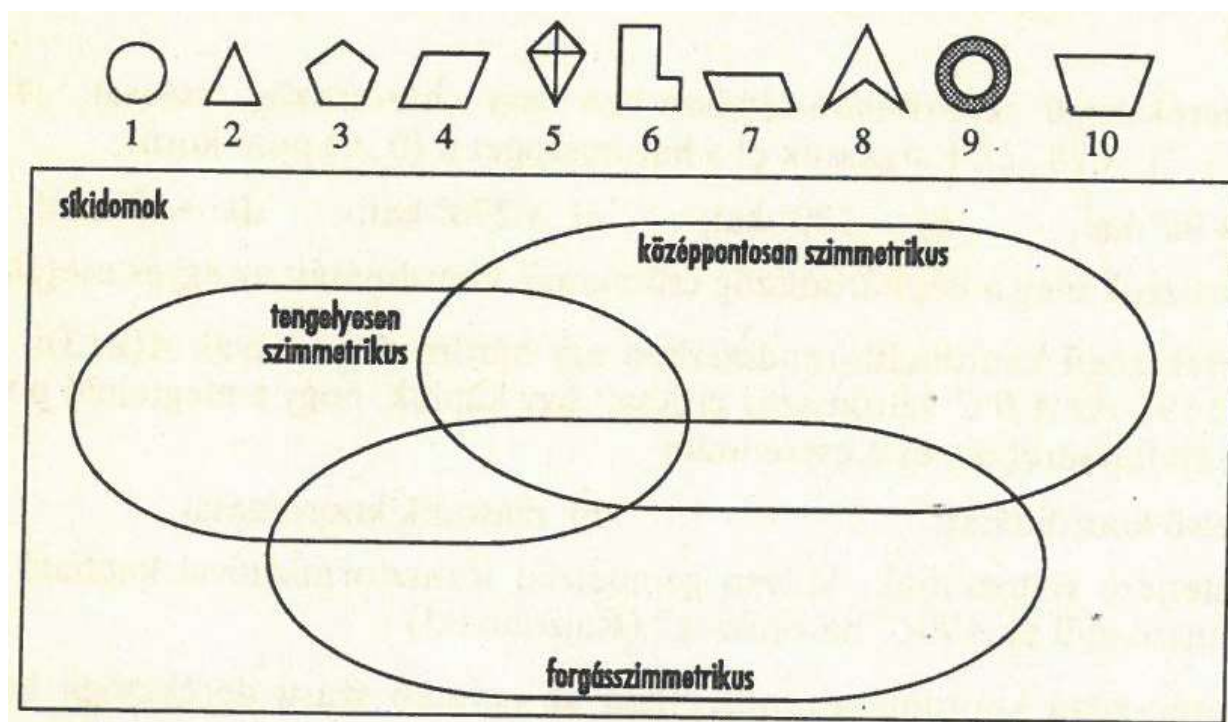
54. Melyek azok a forgatások, amelyek egy szabályos a) háromszöget; b) négyszöget; c) ötszöget; d) hatszöget önmagába transzformálnak?
55. Vegyünk fel két pontot! Szerkesszünk szabályos háromszöget, amelynek egyik csúcsa az egyik pont, középpontja a másik pont!
56. Vegyünk fel két merőleges szárú szöget. Szerkesszük meg azt a pontot, amely körül az egyiket 90° -kal elforgatva a másik szöget kapjuk.
57. Egy hegyesszögű háromszögnek húzzuk meg két magasságát. Keressünk merőleges szárú szögeket az ábrán!
58. Vegyünk fel egy derékszögű háromszöget és forgassuk el 90° -kal a leghosszabb oldalának felezőpontja körül. Ezután keressünk merőleges szárú szögeket a kapott ábrán!
59. Vegyünk fel egy egyenest, egy kört és egy P pontot. Forgassuk el a P pont körül a kört úgy, hogy a középpontja az egyenesre kerüljön!
60. Vegyünk fel egy P pontot, két metsző egyenest, e-t és f-et, és e-n szemeljünk ki egy D pontot. Forgassuk el a P pont körül e-t úgy, hogy D képe f-re kerüljön!
61. Vegyünk fel egy ABC háromszöget és egy a C pontot átmenő f egyenest. Forgassuk el az f egyenest az A pont körül úgy, hogy a képe átmenjen a B ponton!
62. Vegyünk fel két egymást nem metsző különböző sugarú kört és egy P pontot. Szerkesszünk egyenlő oldalú háromszöget, melynek egyik csúcsa P, a másik kettő pedig egy-egy körön van!
63. Vegyünk fel egy egyenest egy kört és egy P pontot. Szerkesszünk az egyenesen egy C és a körön egy D pontot úgy, hogy $PC=PD$ legyen, és a P-nél levő szög derékszög legyen!
64. Vegyünk fel egy kört és rajta kívül egy A pontot. Forgassuk el a kört az A pont körül 60° -kal!

Vegyes feladatok

65. A következő állításokról döntsük el, melyik igaz, melyik hamis?

- a) Van forgásszimmetrikus háromszög.
- b) Az egyenlő szárú háromszög forgásszimmetrikus.
- c) A derékszögű háromszög forgásszimmetrikus.
- f) A téglalap forgásszimmetrikus.
- g) Bármely 3-nál nem kisebb n természetes számhoz van olyan n oldalú sokszög, amely forgásszimmetrikus.
- i) Ha egy síkidom két egymást metsző tengelyre nézve tengelyesen szimmetrikus, akkor a tengelyek metszéspontjára nézve forgásszimmetrikus.
- j) Ha egy síkidom forgásszimmetrikus, akkor van olyan egyenes, amelyre nézve tengelyesen szimmetrikus.
- k) Ha egy síkidom középpontosan szimmetrikus, akkor forgásszimmetrikus is.
- l) Ha egy síkidom forgásszimmetrikus, akkor középpontosan is szimmetrikus.

66. Írjuk be a síkidomok sorszámát a halmazábra megfelelő helyére!

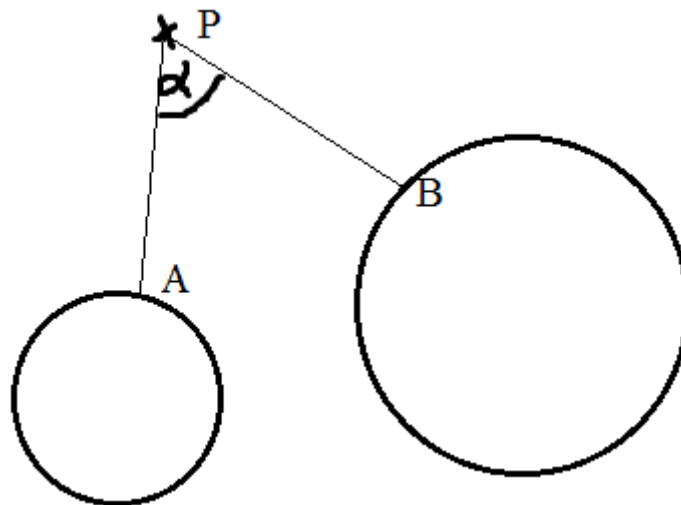


67. Vegyünk fel a síkon az ábra szerint két kört, továbbá az A és a C pontokat. Szerkesszük meg az ábra szerinti paralelogrammát.

68. Vegyünk fel két párhuzamos egyenest egymástól kb.3 cm távolságban és közöttük két pontot. Szerkesszünk trapézt az ábra szerint úgy, hogy a szára 4,5 cm legyen.

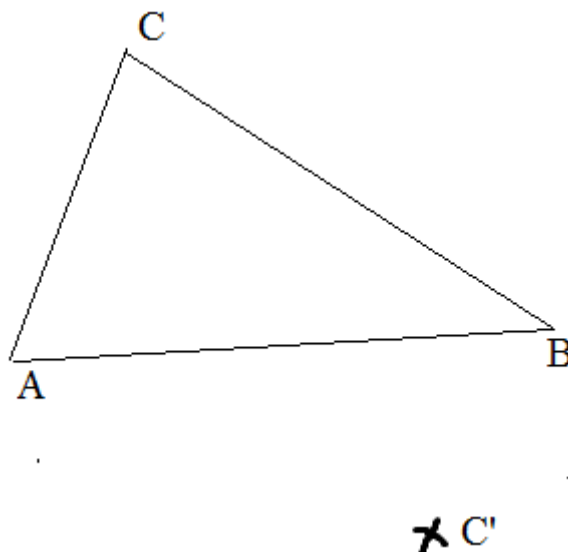


69. Vegyünk fel két kört és egy P pontot az ábra szerint. Szerkesszük meg az A és B pontokat úgy, hogy $PA = PB$ és $\alpha = 60^\circ$ legyen.



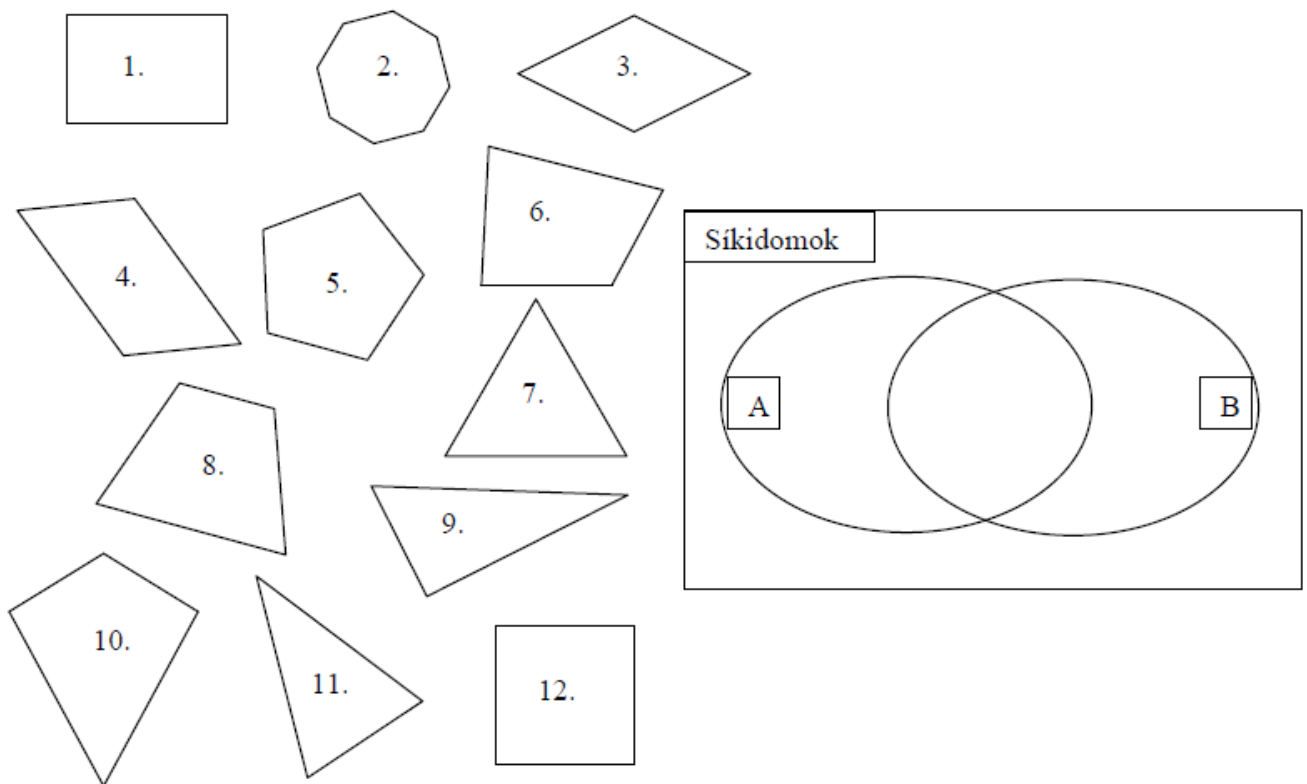
70. Szabad kezes vázlatrajzon tükrözzük középpontosan az N, V, X, Y, Z, L nagy betűket egy a betűtől kb. 2 cm-re felvett pontból.

71. Vegyünk fel egy háromszöget és egy C' pontot az ábra szerint. A C' pont a C pont képe. Három különböző ábrán rajzoljuk meg A és B képét, ha a) tengelyes tükrözésről, b) középpontos tükrözésről, c) eltolásról van szó.



72. Írd be a halmazábra megfelelő helyére a számokat.

Az A a középpontosan szimmetrikus, a B a tengelyesen szimmetrikus síkidomokat jelöli.



73. Igaz vagy nem?

1. Ha egy négyszög tengelyesen szimmetrikus, akkor az deltoid.
2. Minden középpontosan szimmetrikus négyszög paralelogramma.
3. A négyzet középpontosan is és tengelyesen is szimmetrikus.
4. Minden deltoid középpontosan szimmetrikus.
5. Ha egy négyszög középpontosan is és tengelyesen is szimmetrikus, akkor az rombusz.
6. Nincs középpontosan szimmetrikus trapéz.

74. Juli vonaton ül, várja az indulást. Barátnője, Dóri a peronon várakozik. Juli a vonat párás ablakának üvegére írja: HOLNAP JÖVÖK. Hogyan írja Juli ezt az üzenetet az ablaküveg belső oldalára, hogy kintről megfelelően olvasható legyen?

Ⓐ KÖVÖL FANJOH

Ⓑ KÖVÖJ FANLOH

Ⓒ HOJNAF LÖVÖY

Ⓓ LÖVÖY HOJNAF

VI. ARÁNYOSSÁG, SZÁZALÉKSZÁMÍTÁS

Arányosság

1. Egy kerék 2 perc alatt 100-at fordul. Hányat fordul 4 perc alatt?
2. Hat kg nyers kávéból 5 kg pörkölt kávé kapnak. Hány kg nyers kávéból kapnak 60 kg pörkölt kávé?
3. Hat munkás egy munkát 8 óra alatt végez el. Hány óra alatt végzi el ugyanazt a munkát 3 munkás?
4. Egy autó egyenletesen haladva 40 km/h sebességgel, bizonyos távolságot 2 óra alatt tesz meg. Mennyi idő alatt teszi meg ugyanezt az utat, ha sebessége 60 km/h?
5. Egy kocka kifestéséhez 1 kg festékre volt szükség. Hány kg festék szükséges annak a kockának a lefestéséhez, amelynek kétszer akkora az élei?
6. Négy dolgozó egy munkát 2 nap alatt végez el, ha naponta 4 órát dolgozik. Hány nap alatt végzi el ugyanezt a munkát 2 dolgozó, ha naponta 8 órát dolgozik?
7. 00 liter vizet 4 vízcsapon át 2 óra alatt gyűjthetünk. Mennyi idő alatt gyűjthetünk 1200 liter vizet, ha 6 ugyanolyan hozamú vízcsapot nyitunk ki?
8. Egy gép egy munkát 12 nap alatt tud elvégezni. A gépek száma 4 napi munka után 2-vel nőtt. Mennyi idő alatt végzik el most az egész munkát?
9. Négy munkás 12 nap alatt páros számú munkadarabot készít el. Hány nap alatt készít el
 - a) 2 munkás 2-szer kevesebb;
 - b) 8 munkás 2-szer több;
 - c) 2 munkás 2-szer több munkadarabot?
10. gy tartályt egy csapból töltenek fel, amely másodpercenként 1,5 l vizet ad. Mennyi víz van a tartályban 1 s; 2 s; 3 s;... múlva, ha a csap megnyitásakor a tartály
 - a) üres volt;
 - b) 4 l vizet tartalmazott?Készítsünk táblázatot, majd ábrázoljuk koordináta-rendszerben a megfelelő értékpárokat! Mennyi idő alatt telik meg a tartály az egyes esetekben, ha összterfoglata 1000 l?
11. a) Ha 6 tehén legel a legelőn, akkor 10 napra elegendő a fű. Hány napra elég a fű, ha 1, 2, 3, 4, 5, 6 tehén legel, és a fű növése nem vesszük figyelembe?
b) Négy ember 12 óra alatt végez el egy munkát. Ugyanilyen tempóban dolgozva hány óra alatt készült volna el ezzel a munkával 1 ember, 2 ember, 3 ember, 6 ember, 8 ember, 12 ember, 16 ember?

Százalékszámítás

12. Számítsuk ki!

250 Ft 30%-a	120 kg 45%-a	1500 m 18%-a	1500 Ft 25%-a
130 kg 32%-a	900 m 75%-a	12 liter 80%-a	150 perc 28%-a

13. Melyik több és mennyivel?

170 km 40%-a vagy 85 km 80%-a	850 Ft 33%-a vagy 800 Ft 42%-a
3520 Ft 70%-a vagy 4200 Ft 65%-a	610 m 54%-a vagy 800 m 43 %-a
36 kg 82%-a vagy 18 kg 98%-a	

14. Péter a nap 24 órájából kb. 40%-ot alvással, 9%-ot étkezéssel, 6,5%-ot utazással, közlekedéssel tölt. Az iskolában töltött ideje a nap 25%-a. Mire mennyi időt fordít? Az otthoni tanulásra a nap 10%-át fordítja, mennyi ideig tanul otthon? Jut-e ideje játszani? Ha igen, mennyi időt tölthet játékkal?

15. A tehéntejből 21% tejföl állítható elő. A tejfölből 23%-ának megfelelő mennyiségű vaját készíthetünk. Mennyi vajat kapunk 10,5 kanna tejből, ha egy kannába 12,3 kg tej fér?

16. A jonatán alma 10,7% cukrot tartalmaz. Hány dkg cukor van 35 kg (1 láda) ilyen almában?

17. Az öntöttvas 3,5% szenet, 1,5% kovát, 1% mangánt, 0,4% foszfor és 0,01% ként tartalmaz. Hány kg van ezekből az összetevőkből 1 t (0,6 t; 300 kg; 528 kg) öntöttvasban?

18. Hány m-nek a 12%-a a 39,18 m?

19. Számítsuk ki azt a számot, amelynek a 72%-a 134,28!

20. Egy játszótér 28%-a füves, van homokozó, hinta, mászóka és aszfaltozott tollaslabda-pálya. A füves terület 123,2 m². Hány m² az egész játszótér területe?

21. Egy iskola tanulóinak 48%-a fiú. Hány tanuló jár abba az iskolába, amelynek 504 fiú tanulója van?

22. A friss gomba 90%-a víz. 1,2 kg szárított gomba van egy dobozban. Hány kg friss gombát kellett szeletelni, szárítani, hogy ennyi szárított gombánk legyen?

23. Az osztálykirándulás költségének 48%-át, 26040 Ft-ot az autóbuszért kellett fizeti. Mennyi volt a teljes költség? Hány Ft jutott az egyéb költségekre?

24. Egy üzem összes dolgozójának 35%-a nő. A férfiak létszáma 420-szal több, mint a nőké. Állapítsuk meg a dolgozók összlétszámát!

24. Egy sándarab 72%-át levágták. A megmaradt rész 52,5 kg. Hány kg-os a levágott rész?

25. Egy könyvtárban 11040 db idegennyelvű könyv van, ami az anyanyelvű könyveik 15%-a. Hány kötetes a könyvtár és milyen példányszámú az anyanyelvű állomány?

26. Az egyik testvérnek 44%-kal, azaz 22 db-bal kevesebb diója van, mint a másiknak. Hány diót oszthattak szét a testvérek, mennyi volt nekik külön-külön?

27. Melyik az a szám, amelyből ha elvesszük a 40%-át, azután a maradék 25%-át, 21,42-ot kapunk?

28. Egy számból elvettük a 10%-át, majd a maradék 20%-át, végül ezen maradék 20%-át, így 27-et kaptunk. Melyik ez a szám?

29. Fejezzük ki százalékban a következő törtrészeket!

0,01 0,09 0,12 0,57 0,4 0,9 1,1 1,72 5,31 2,6

30. Írjuk le a következő törtrészeket százalékban!

$\frac{2}{3}$ $\frac{4}{7}$ $\frac{7}{18}$ $\frac{12}{125}$ $\frac{280}{350}$

31. Hány százaléka a 2 a 2-nek, 8-nak, 20-nak, 40-nek, 50-nek?

Hány százaléka a 150 a 600-nak, 900-nak, 750-nek, 75-nek?

Hány százaléka a 24 a 48-nak, 12-nek, 120-nak, 240-nek?

32. Hány százaléka 24 a 60-nak? 60 a 24-nek? 0,3 a 0,5-nek?
0,3 az 1,2-nek? 3,5 a 3500-nak? 4,8 a 40-nek?

33. Egy napnak hány százaléka 12 óra, 18 óra, 6 óra, 3 óra, 9 óra?

34. Egy órának hány százaléka 15 perc, 6 perc, 3 perc, 21 perc, 45 perc?

35. 451 kg ércből 68,4 kg rezet kapunk. Mekkora az ércben lévő réztartalom százaléokban kifejezve?

36. Évának 240 Ft-ja van, Beának 25%-kal több.

- a) Hány forintja van Beának?
- b) Hányad része Bea pénze Évának?
- c) Hány százaléka Bea pénze Évának?
- d) Hányad része Éva pénze Beának?
- e) Hány százaléka Éva pénze Beának?
- f) Mennyi pénzük van összesen?
- g) Hányad része Éva pénze az összes pénznek?
- h) Összes pénzük hány százaléka Éva pénzének?
- i) Hány százaléka Bea pénze kettőjük pénzkülönbségének?
- j) Hány százaléka az együttes pénznek Bea pénze?

37. 1050 zabszemből 1000 szem csíráképes. Hány százalékos a csírákéesség?

38. a) Két szám különbsége 36. Ha összegük 40%-ából kivonjuk a különbségük felét, akkor eredményül 36,4-et kapunk. Melyik ez a két szám? b) Egy szám 15%-a megegyezik a nála 12-vel nagyobb szám nyolcadrészeivel. Melyik ez a két szám?

Vegyes feladatok

39. Gondoltam egy számot. Megszoroztam 3-mal és hozzáadtam 9-et. Ha 250-ből elveszem az így képzett összeget, akkor a gondolt szám kétszeresénél 6-tal nagyobb számot kapok. Melyik számra gondoltam?

40. a) Mennyi só van a 35%-os sóoldatban, ha a tömege 100kg, 40 kg, x kg? (Három feladat.) b) Mennyi só van 40 kg sóoldatban, ha a töménysége 10%, 30%, p%? (Három feladat.) c) Hány százalékos a sóoldat, ha 400 kg oldatban 20 kg, 80 kg, x kg só van? (Három feladat.)

41. a) Hány kg 40%-os sóoldathoz adtak 4 kg sót, ha 60%-os oldatot kaptak? b) Hány kg 30%-os sóoldathoz öntöttek 4 kg vizet, ha 25%-os oldatot kaptak? c) Három kg 5%-os sóoldatba 4 kg 12%-os sóoldatot öntöttek. Hány százalékos lesz az összeöntött sóoldat? d) Hány kg 20%-os savat kell önteni 5 kg 50%-oshoz, ha 40%-os savat akarnak kapni? e) Hány kg 40%-os savat öntöttek 8 kg 10%-os savhoz, ha 45%-os savat kaptak? f) Öt kg 20%-os sóoldathoz 3 kg vizet öntöttek. Hány százalékos oldatot kaptak? g) Öt kg 20%-os sóoldathoz 3 kg sót adtak. Hány százalékos oldatot kaptak?

42. Ha három tyúk három nap alatt három tojást tojik, akkor hat tyúk tíz nap alatt hány tojást tojik?

43. Ha három tyúk három nap alatt három tojást tojik, akkor hat tyúk kilenc nap alatt hány tojást tojik?

44. Ha három tyúk három nap alatt három tojást tojik, akkor nyolc tyúk tizenkét nap alatt hány tojást tojik?

45. Válasszuk ki, hogy mely mennyiségek között van egyenes, melyek között fordított arányosság, és melyek között nincs egyik sem!

- a) Egy edényben lévő víz tömege és térfogata között;
- b) egy egyenes vonalú egyenletes mozgást végző autó által megtett út és az idő között;
- c) egy gyerek testmagassága és az életkora között;
- d) egy memóriakártyán rögzíthető fényképek száma és a fényképek felbontása között;
- e) egy könyv lapjainak száma és a könyv vastagsága között;
- f) egy autó fogyasztása és a tele tankkal megtehető kilométerek száma között.

46. Egy autó 5 óra alatt 600 km-t tett meg. Mekkora utat tesz meg ez az autó ugyanekkora átlagsebességgel 8 és fél óra alatt?

47. Egy iskolai menzán 70 adag pörköltből 10,5 kg húst használtak fel. Mennyi hús szükséges 100 adag pörkölt elkészítéséhez?

48. 30 kg szőlőt 20 dobozba csomagolnak. Hány doboz szükséges 150 kg szőlő becsomagolásához?

49. Otthon gyümölcslevet készítettünk. 25 db 7 dl-es üveg lett tele. Hány 12,5 dl-es üvegbe fért volna el ez a mennyiség?

50. Egy repülőgép sebessége 1000 egy másiké ennek $\frac{3}{5}$ része. Ha az első egy utat 3 óra alatt tesz meg, akkor mennyi időbe telik ez a másik gépnek?

51. Hányszorosára változik az 1000, ha a) 20%-kal nő; b) 20%-kal csökken; c) 200%-kal nő; d) 200-zal nő; e) 200%-ra változik; f) 200-ad részére változik?

52. Mennyit kapunk, ha az 500

- a) 50%-kal nő; b) 50-nel nő; c) 50%-ra változik; d) 50-ed részére változik?

53. Hány százalékkal változik a 400, ha a) kétszeresére növeljük; b) felére csökkentjük; c) másfélszeresére növeljük; d) ötszörösére növeljük; e) ötödrészére csökkentjük; f) 500-ra növeljük?

54. A diákok 15%-a hoz magával szendvicset az iskolába. Hányan vannak ők, ha az iskola létszáma 1200 fő?

55. Hány százalékkal változik egy 1000 Ft-os áru ára, ha

- a) először 8%-kal növelik, majd 8%-kal csökkentik az árát?
- b) először 7%-kal csökkentik, majd 7%-kal növelik az árát?

56. Egy erdő fáinak 20%-a fenyő, a többi tölgy. Hány százaléka a fenyőfák száma a tölgyfák számának?

57. Hányszorosára változik annak a 100 kg-os bálnabébinak a tömege, amelyik 400%-kal lesz nagyobb?

58. Fejezzük ki százalékban a következő törtrészeket.

$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{3}{100}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{3}{25}$	$\frac{3}{50}$
-----------------	----------------	---------------	---------------	----------------	---------------	----------------	----------------	-----------------	----------------	---------------	---------------	----------------	---------------	----------------	----------------

59. Fejezzük ki a következő százalékokat tizedestörttel, ahol lehet, ott többféleképpen is.

10% 25% 40% 75% 120% 225%

Add meg a tizedes törtek százalék alakját. 0,3 0,75 0,08 1,6 1,01 0,9 0,99 0,999

VII. FÜGGVÉNYEK

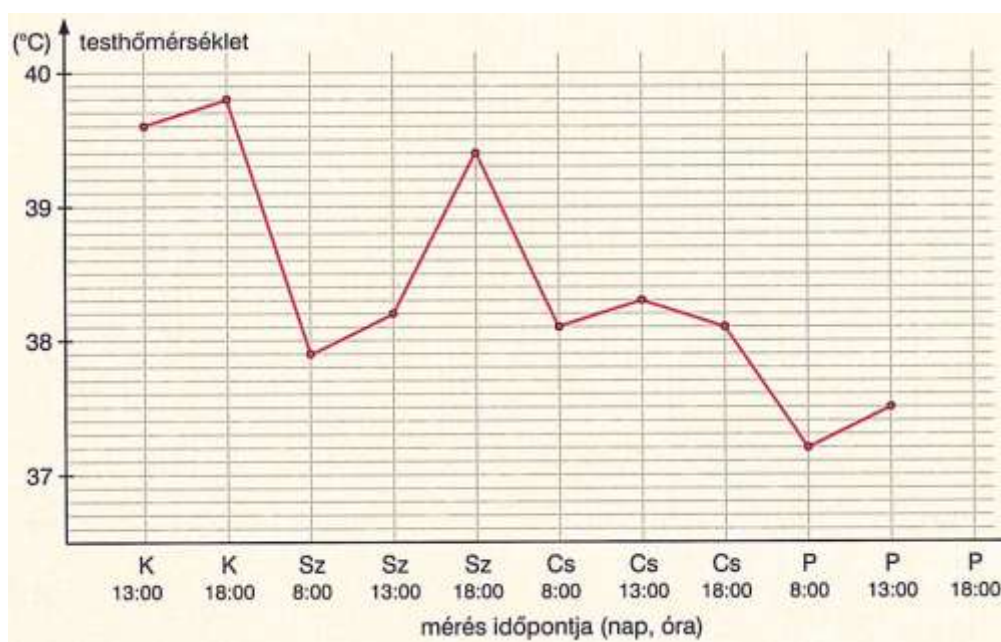
Grafikonok

1. Marci influenzás lett. Ahogy az ilyenkor lenni szokott, magas laza volt. A betegsége négy napja alatt naponta háromszor mérte a lázát. Anyukája feljegyezte a mérések eredményét, az adatokból pedig Marci az alábbi grafikont készítette.

Sajnos Marci anyukájának eredeti feljegyzéseire ráborult a tea, így nem látszik, mikor mennyi volt Marci testhőmérséklete.

a) Írjuk be a hiányzó számokat a grafikon segítségével!

b) Következtethetünk-e a grafikonból arra, hogy mennyi volt Marci testhőmérséklete szerdán éjjel 11-kor?



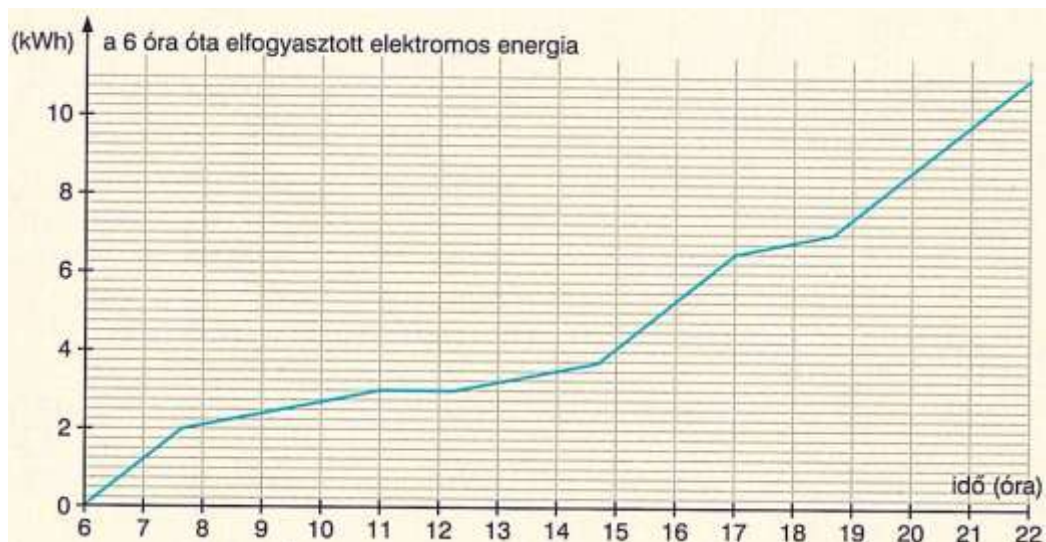
Kedd		Szerda			Csütörtök			Péntek	
13:00	18:00	8:00	13:00	18:00	8:00	13:00	18:00	8:00	13:00

2. A következő grafikon azt mutatja, hogy mennyi áramot fogyasztottak Kovácsék az egyik hétköznapon. Mikor otthon vannak, az áramfogyasztásuk 1,2 kilowattóra óránként. Néhány elektromos eszköz akkor is működik, amikor nincsenek otthon (pl. a hűtő és a készenléti állapotban lévő készülékek). Ekkor a fogyasztás óránként 0,3 kilowattóra. Csak akkor nincs fogyasztás, ha áramszünet van.

a) Hány óra körül mentek el otthonról reggel Kovácsék?

b) Volt-e a nap folyamán áramszünet?

c) Kovácsék fél 6 és fél 7 között szoktak vacsorázni. Otthon vacsoráztak-e ezen a napon?

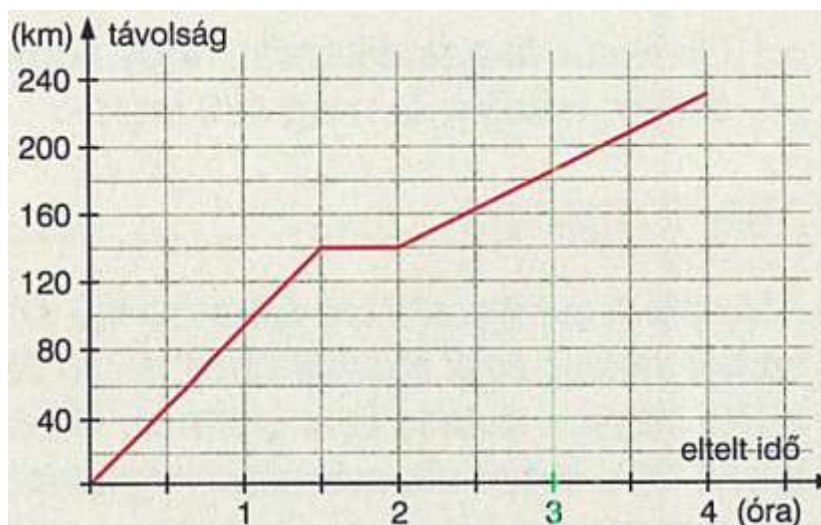


d) Egészítsük ki a táblázatot! (pl. otthon voltak, nem voltak otthon, áramszünet volt)

Időpont	Mi történt?
9 óra	
11 óra	
15 óra	
18 óra	
21 óra	

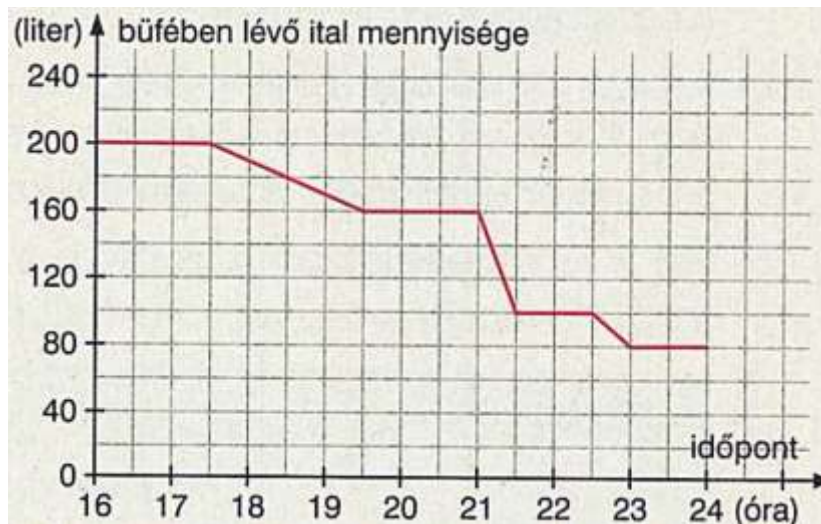
3. Dani vonattal utazott a nagymamájához. Egyszer át kellett szállnia. A grafikon alapján válaszoljunk a kérdésekre!

- Hány órás volt Dani utazása?
- Milyen messze lakik Dani a nagymamájától?
- Mennyi időt kellett Daninak a csatlakozásra várnia?
- Hány kilométerre van a nagymama lakhelyétől az az állomás, ahol Daninak át kellett szállnia?
- A két vonat közül az egyik egy Intercity, a másik egy kis piros szerelvény volt. Melyikkel utazott előbb Dani? Hogyan állapítható ez meg?



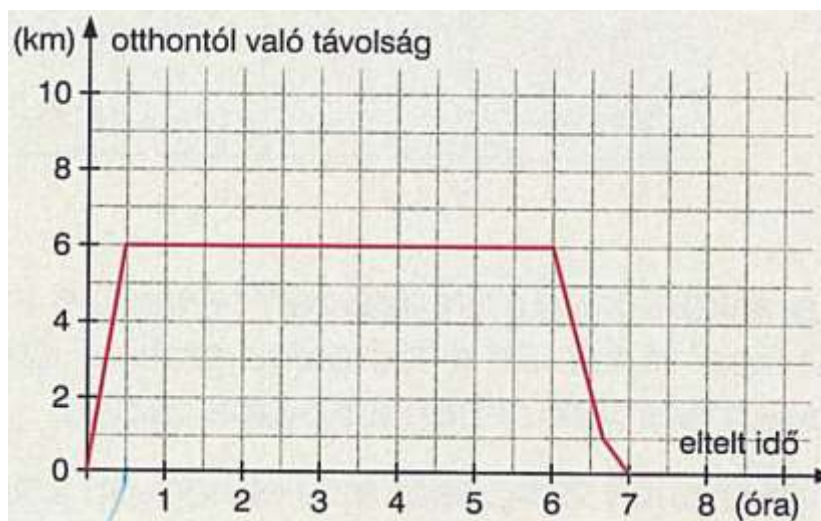
4. Egy színház büféje fél hatkor nyit. Az üdítő a felvonások közti szünetekben fogy a leggyorsabban. Az előadás alatt természetesen nem szolgáltatnak fel italokat. Az alábbi grafikon azt mutatja, hogy hogyan változott a büfében lévő üdítő mennyisége egy este.

- Hány órakor kezdődött az előadás?
- Hány felvonásos volt az előadás?
- Hánykor zárt be a büfé?
- Hány liter üdítő fogyott összesen ezen az estén?
- Átlagosan hány liter üdítő fogyott el egy perc alatt a szünetekben? És az előadás előtt?

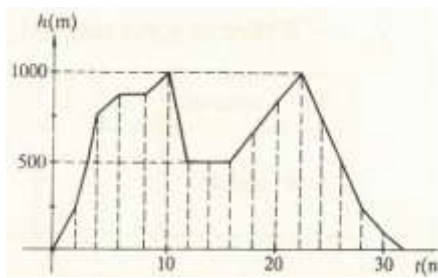


5. A grafikon Pirinek az otthonától való távolságát mutatja egy hétköznapon.

- Állítsuk időrendbe a táblázat kiegészítésével az alábbi eseményeket: buszozott, autóval vitték, gyalogolt, iskolában volt.
- Hány órát töltött Piri az iskolában?
- Hány százalékkal tartott tovább az útja délután, mint délelőtt?
- Mekkora volt annak az autónak a sebessége, amelyik Pirit vitte?



6. Egy repülőgép fedélzeti számítógépe tárolja a repülés közben elért magasságok értékét. A következő grafikon egy ilyen mérést szemléltet. (A t a starttól mért idő, h a repülőgép felszín feletti magassága.)

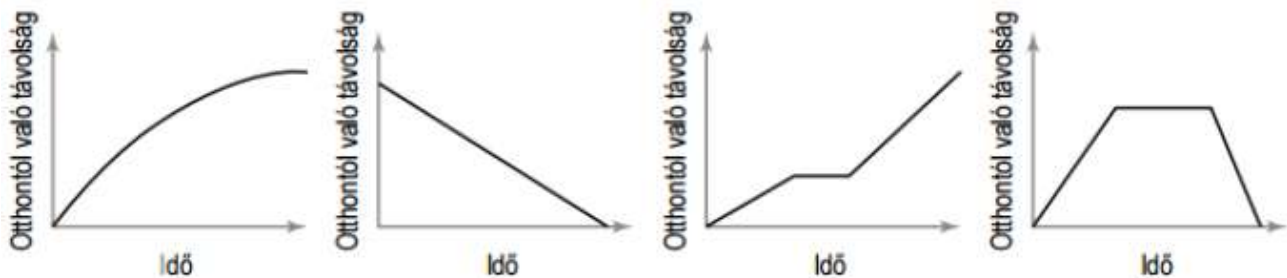


- Mikor volt a gép a legmagasabban?
- Milyen hosszú ideig tartott a repülés?
- Melyik magasságon tartózkodott legtovább a pilóta, és körülbelül mennyi ideig?

7. Péter elment a lakásáról a postára feladni egy levelet, majd visszatért a lakására. Péter mozgását a grafikon szemlélteti. Mit tudunk leolvasni a grafikonról?

- Milyen távol van a posta Péter lakásától?
- Hány perc alatt érte el a postát?
- Hány percig volt Péter a postán?
- Hány métert tett meg Péter 1 perc alatt az egyes szakaszokon?
- Hány métert tett meg Péter átlagosan 1 perc alatt, amíg haza nem ért?

Ezek az ábrák Kati útját mutatják négy különböző alkalommal. Melyik ábra melyik szituációt ábrázolja?



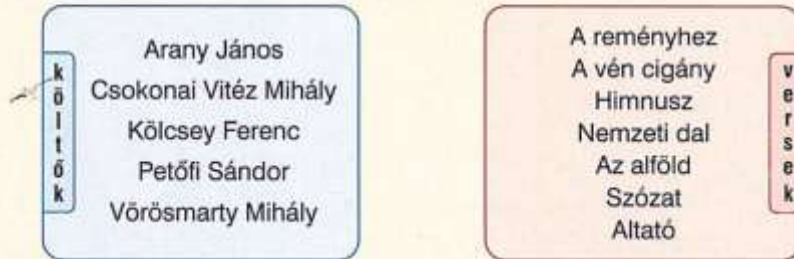
- Kati elindult az iskolába, a közeli boltban vásárolt magának egy szendvicset, majd sietett az iskoláig.
- Kati elment otthonról a barátnőjéhez, náluk töltötte a délutánt, majd hazament.
- Kati egy nehéz bőrönddel gyalog ment a pályaudvarra. Ahogy egyre jobban elfáradt, egyre lassabban ment.
- Kati a nagymamájától megállás nélkül hazagyalogolt.

A függvény fogalma

8.

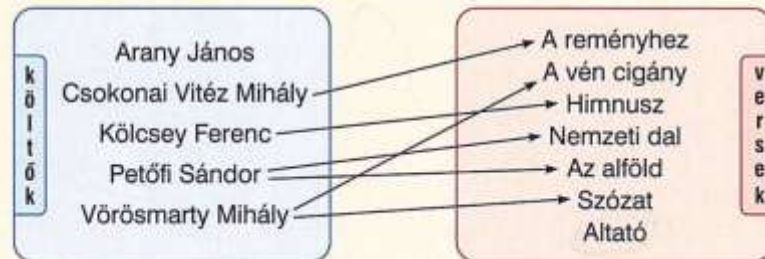
1. példa

Létesítsünk kapcsolatot a következő két halmaz elemei között!
Kössük össze a költőket az általuk írt versekkel!



Megoldás

Az első halmazban költők, a másodikban verscímek vannak.



9.

2. példa

Legyen egy hozzárendelés alaphalmaza

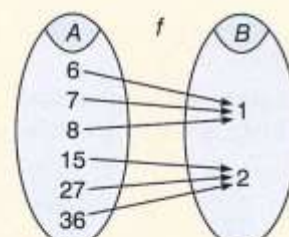
$A = \{3; 6; 8; 15; 27; 36\}$, a képhalmaza $B = \{1; 2\}$!

Adjunk meg olyan szabályokat, amelyekkel az A halmaz elemeihez a B halmaz elemeit rendeljük!

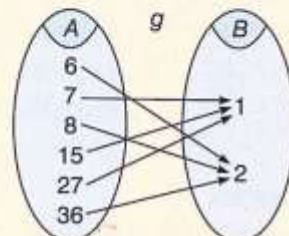
Megoldás

Sokféle szabályt találhatunk, például a következőket:

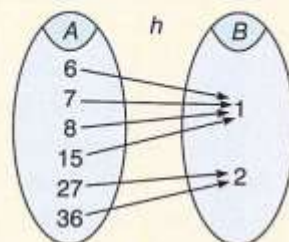
f : olyan hozzárendelés, amely az egyjegyű számokhoz 1-et, a kétjegyűekhez 2-t rendel.



g : olyan hozzárendelés, amely a páratlan számokhoz 1-et, a párosokhoz 2-t rendel.



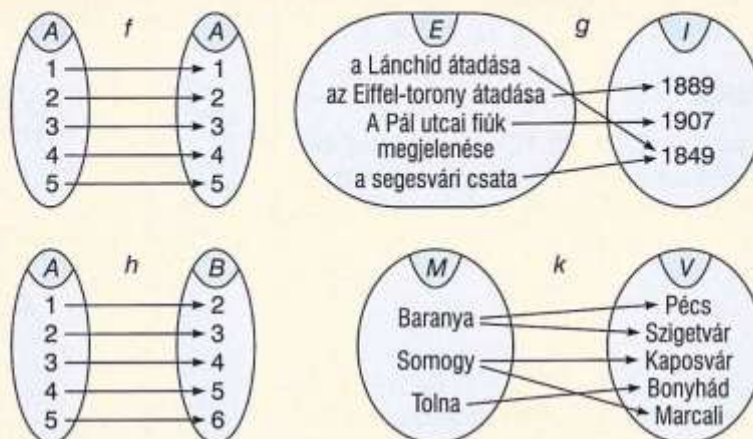
Egy nyelviskolában legfeljebb 20 fős csoportokat indítanak. Legyen h az a hozzárendelés, amely a jelentkezők számához az elindított csoportok számát rendeli!



10.

3. példa

Adjuk meg szavakkal és rendezett párokkal a következő hozzárendeléseket!



Megoldás

f hozzárendelés:

Az 5-nél nem nagyobb pozitív egész számokhoz önmagukat rendeljük.

$f: \{(1; 1); (2; 2); (3; 3); (4; 4); (5; 5)\}$.

g hozzárendelés:

A felsorolt eseményekhez azt az évet rendeljük, amikor történtek.

$g: \{(\text{az Eiffel-torony átadása}, 1889); (\text{a Lánchíd átadása}, 1849);$
 $(\text{A Pál utcai fiúk megjelenése}, 1907); (\text{a segesvári csata}, 1849)\}$.

h hozzárendelés:

Az 5-nél nem nagyobb pozitív egész számokhoz a náluk 1-gyel nagyobb számot rendeljük.

$h: \{(1; 2); (2; 3); (3; 4); (4; 5); (5; 6)\}$.

11. Adjunk meg olyan hozzárendeléseket, amelyeknek alaphalmaza

- az iskola osztályainak halmaza;
- az iskolai büfében található áruk halmaza;
- a pozitív egész számok halmaza!

12. Adjunk meg olyan hozzárendeléseket, amelyeknek képhalmaza

- az európai fővárosok halmaza;
- a racionális számok halmaza;
- az ábécé betűinek halmaza;
- az egyjegyű pozitív számok halmaza!

13. Tekintsük a következő hozzárendeléseket! Melyek függvények?

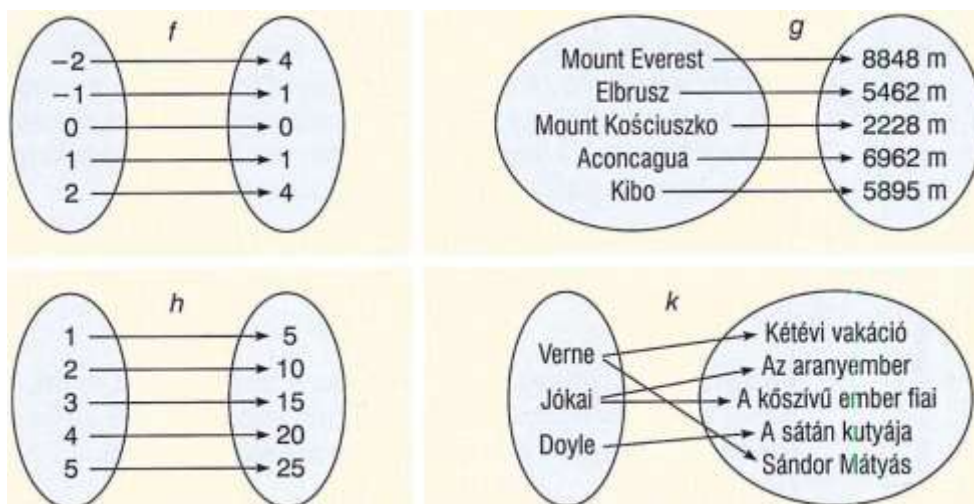
f : Az év napjaihoz rendeljük az osztály tanulói közül azt, aki azon a napon született!

g : Az osztály minden tanulójaához rendeljük hozzá az évnek azt a napját, amelyen született!

h : Ennek a mondatnak minden szavához rendeljük hozzá azt a számot, ahány betűből áll!

k : Az osztály minden tanulójaához rendeljük hozzá annak a háznak a hátszámát, ahol lakik!

14. Adjuk meg a következő hozzárendeléseket szöveggel!



15.

2. példa

Legyen a következő hozzárendelések alaphalmaza az $A = \{-2; -1; 0; 1; 2\}$, képhalmaza a $B = \{-3; -2; -1; 0; 1; 2\}$ halmaz! Melyik hozzárendelés egyértelmű, és melyik kölcsönösen egyértelmű az alábbiak közül?

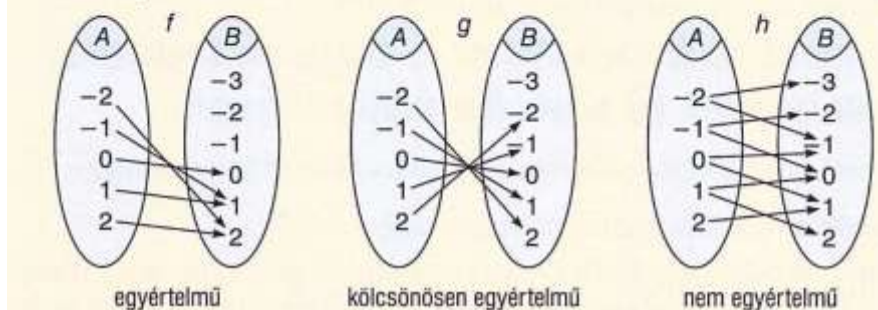
f : Minden számhoz hozzárendeljük az abszolút értékét.

g : Minden számhoz hozzárendeljük az ellentettjét.

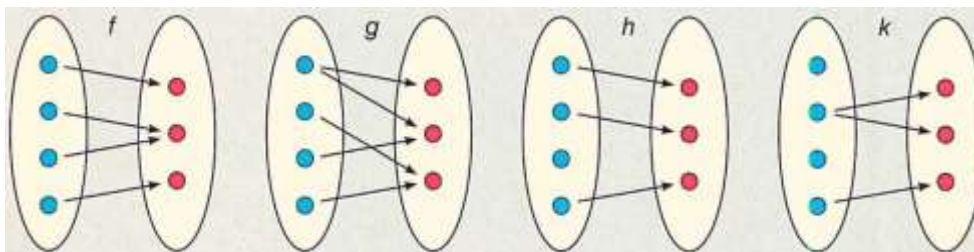
h : Minden számhoz hozzárendeljük a tőle 1-gyel eltérő számot.

Megoldás

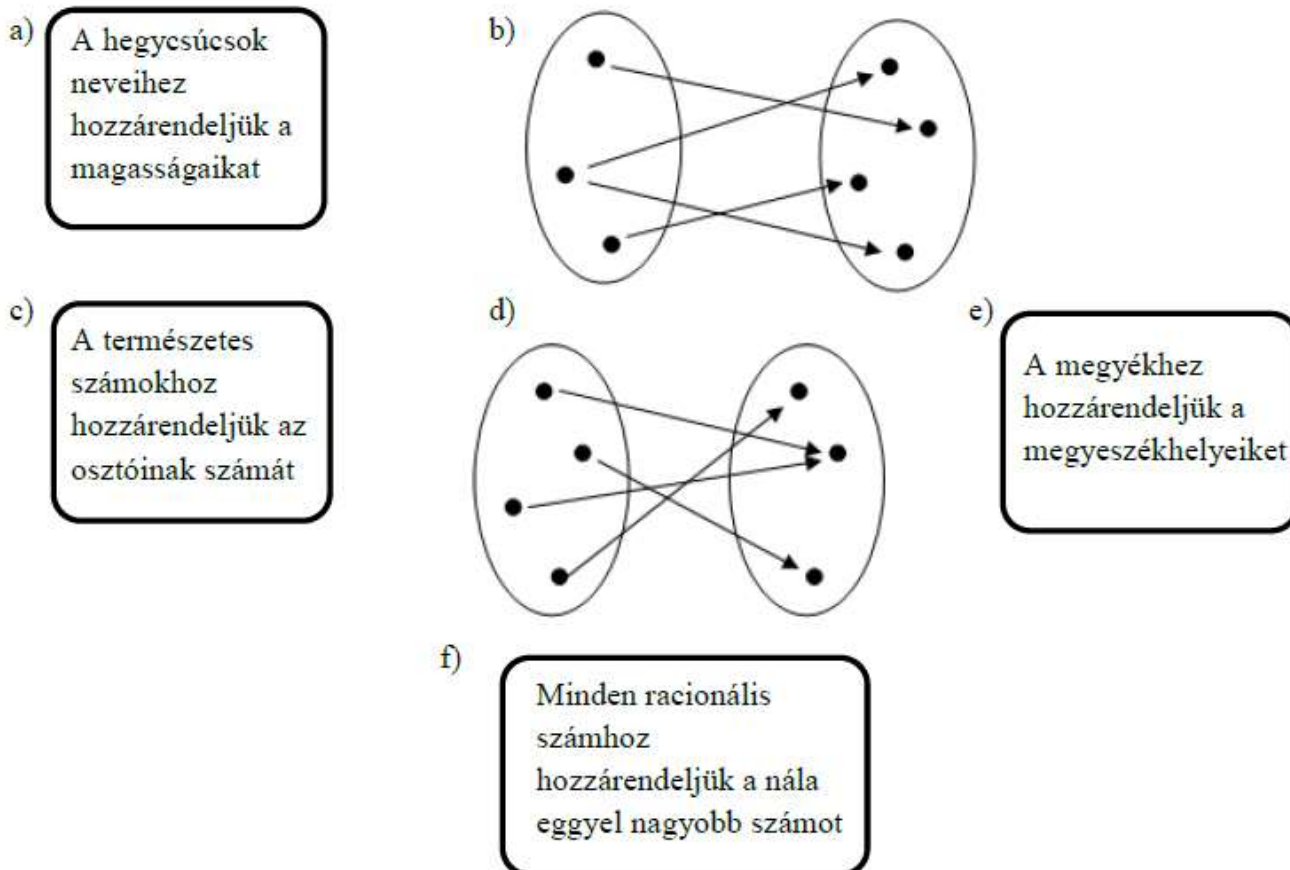
Ábrázoljuk a hozzárendeléseket!



16. Vizsgáljuk meg egyértelműség szempontjából az alábbi hozzárendeléseket! Melyek a függvények ezek közül?



17. Egyértelmű hozzárendelések



Lineráris függvények

18. Adjuk meg a következő függvények grafikonjairól kijelölt pontok hiányzó koordinátáit, majd rajzoljuk meg a grafikonokat!

$$f(x) = -\frac{1}{2}x \quad A\left(\frac{1}{5}, \dots\right) \quad B(\dots, 0) \quad C(\dots, -7)$$

$$g(x) = -2x + 3 \quad A(7, \dots) \quad B(\dots, -2)$$

19. Egy derékszögű koordináta-rendszerben ábrázolt függvényekről adott egy vagy két pont. Határozzuk meg a és b értékét!

$$f(x) = ax \quad A(2, 3)$$

$$g(x) = ax + b \quad B(2, 4) \quad C(-2, 0)$$

20. Ábrázoljuk derékszögű koordináta-rendszerben a következő egyenes arányosságok grafikonjait! Adjunk meg mindegyik esetben a grafikonokra illeszkedő 3 különböző pontot!

$$f(x) = 2x \quad g(x) = -2x \quad h(x) = \frac{1}{3}x \quad i(x) = -\frac{1}{3}x$$

21. Az $f(x)$ függvényről tudjuk, hogy egyenes arányosságot fejez ki. Határozzuk meg a hozzárendelés szabályát, ha tudjuk, hogy a grafikon egy pontja:

$$A(-2, -1)$$

$$B(3, 6)$$

$$C(-2, 7)$$

22. Az $f(x)$ függvényről tudjuk, hogy elsőfokú, és $f(-1) = -3$ és $f(2) = 3$

a) Mennyi az $f(0)$? b) Mennyi az $f(100)$? c) Adjuk meg a függvényt és ábrázoljuk!

23. Az $f(x)$ elsőfokú függvényről tudjuk, hogy $f(1) = -2$ és $f(-2) = 13$. Határozzuk meg a függvényt és ábrázoljuk!

24. Az $f(x) = 3x - 4$ lineáris függvény grafikonján adjunk meg három pontot!

25. A koordináta-rendszerben adjunk meg három-három olyan pontot, amely az

$$f(x) = 4x + 2 \text{ elsőfokú függvény}$$

a) grafikonjára illeszkedik; b) grafikonja „fölött” van; c) grafikonja „alatt” van!

26. Az $f(x)$ elsőfokú függvény grafikonja m meredekségű egyenes, amelyre illeszkedik P pont. Adjuk meg az $f(x)$ hozzárendelési szabályát!

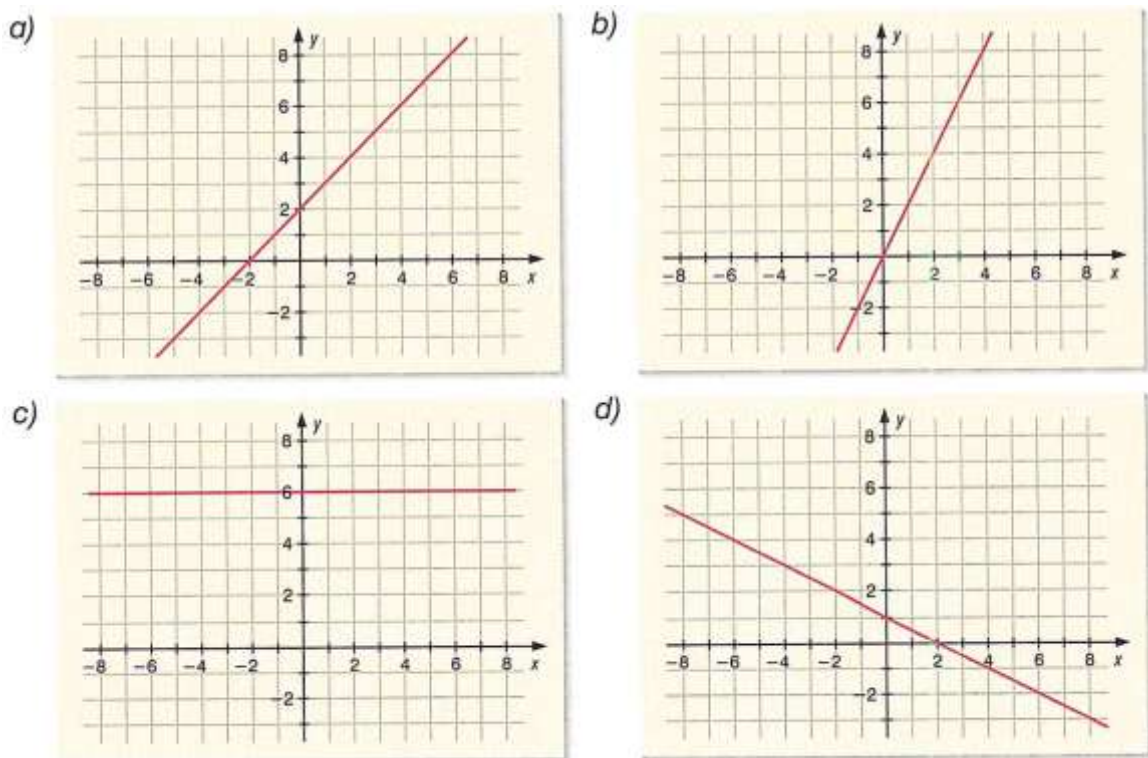
$$m = 1 \quad P(0, 2) \quad m = \frac{1}{2} \quad P(-1, 5) \quad m = -2 \quad P(3, 1) \quad m = -\frac{1}{3} \quad P\left(0, \frac{2}{3}\right)$$

$$m = -5 \quad P(2, 0) \quad m = 3 \quad P(100, 103)$$

27. Melyik az a lineáris függvény, melynek a grafikonja mindkét pontra illeszkedik?

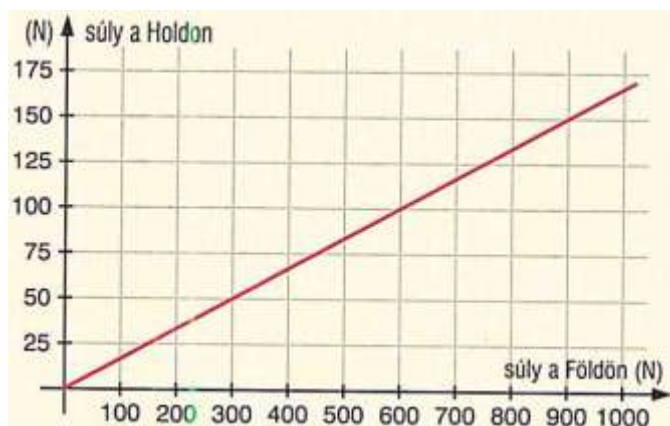
$$A(0, 3) \quad B(6, 0) \quad A(0, 3) \quad B(-2, 7) \quad A(1, 3) \quad B(-2, 0) \quad A(-3, -3) \quad B(5, 5)$$

28. Az alábbi grafikonokon lineáris függvények grafikonjai láthatók. Készítsünk hozzájuk értéktáblázatot!



29. Az alábbi grafikon azt mutatja, hogy a Földön adott súlyú test milyen súlyú lenne a Holdon.

- Olvassuk le a grafikonról, hogy mekkora lenne egy olyan ember súlya a Holdon, akié a Földön 600 N!
- Mekkora lenne egy olyan ember súlya a Holdon, akié a Földön 900 N?
- Mekkora súlyú a Földön az a tárgy, amelynek súlya a Holdon 50 N?
- Mekkora súlyú a Földön az a tárgy, amelynek súlya a Holdon 5 N?
- Milyen összefüggés van ugyanannak a testnek a földi és a holdi súlya között?



30. Add meg azt a lineáris függvényt, amelyiknek ismerjük a meredekségét és a grafikonjának egy pontját! $m = 3$ $A(0, 0)$ $m = 3$ $B(0, 3)$ $m = 3$ $C(0, -3)$

31. Add meg azt a lineáris függvényt, amelyiknek ismerjük két pontját!

$$A(3, 2) \quad B(1, 1)$$

$$A(-2, 4) \quad B(1, 7)$$

$$A(-2, 3) \quad B(2, -1)$$

32. Mely x esetén veszi fel a függvény a 7 értéket? $y = 3x + 1$ $y = 0,5x + 12$

33. Adjunk meg néhány olyan függvényt, amelynek grafikonja párhuzamos az $y = 7x - 3$ függvény grafikonjával!

34. Az értéktáblázat az f , g és h függvények néhány pontban felvett értékét mutatja.

- Ábrázoljuk közös koordináta-rendszerben a három függvényt.
- Melyik függvény veszi fel a legnagyobb értéket az $x = 3$ helyen?
- Hol vesz fel az egyes függvények a -3 értéket?
- Melyik függvény grafikonján van rajta az $A(4, 2)$, $B(-2, 0)$, $C(-2, -1)$, $D(-3, 5)$ pont?

x	-4	-3	0	2	4
$f(x) = x + 1$	-3	-1	1	3	5
$g(x) = 0,5x$	-2	-1	0	1	2
$h(x) = -x - 2$	2	0	-2	-4	-6
$i(x) = -2$	-2	-2	-2	-2	-2

35. Ábrázoljuk közös koordináta-rendszerben az a)-beli és a b)-beli függvényeket.

$$\text{a) } f(x) = x + 3, \quad g(x) = -3x + 3, \quad h(x) = 0,5x + 3, \quad i(x) = 3$$

$$\text{b) } f(x) = 2x + 1, \quad g(x) = 2x + 4, \quad h(x) = 2x - 5, \quad i(x) = 2x$$

36. Ábrázoljuk a két-két függvény grafikonját közös koordináta-rendszerben, és keressük meg azokat az x értékeket, amelyeknél a két függvényérték egyenlő!

$$f(x) = 2x - 1 \quad g(x) = x + 2$$

$$f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \quad g(x) = -\frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$$

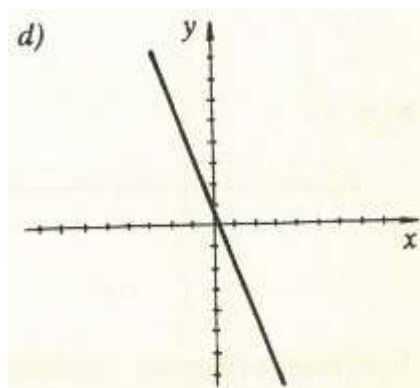
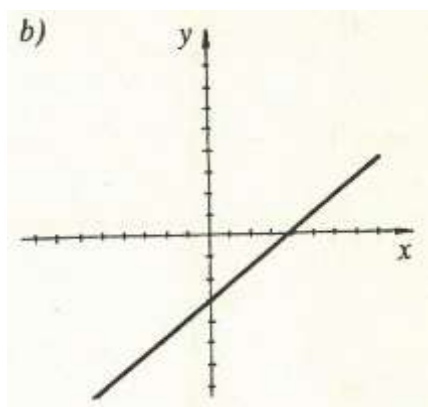
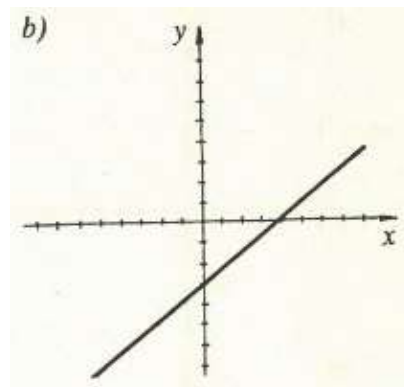
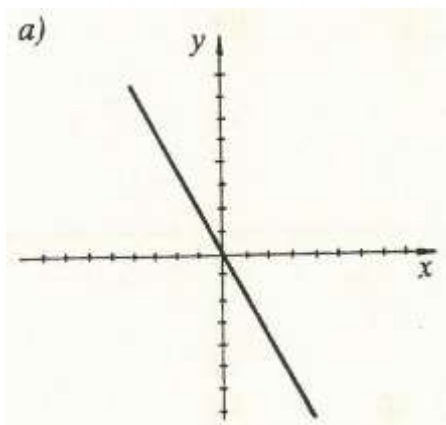
$$f(x) = x^2 - 1 \quad g(x) = 2x - 2$$

$$f(x) = 2x \quad g(x) = |x + 1|$$

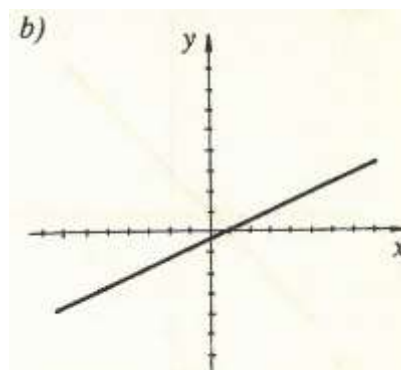
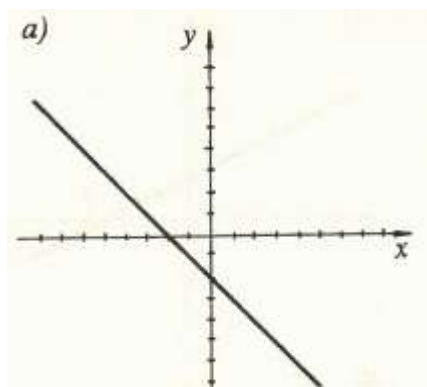
37. Oldjuk meg grafikusán és algebrai úton is a következő egyenleteket és egyenlőtlenségeket!

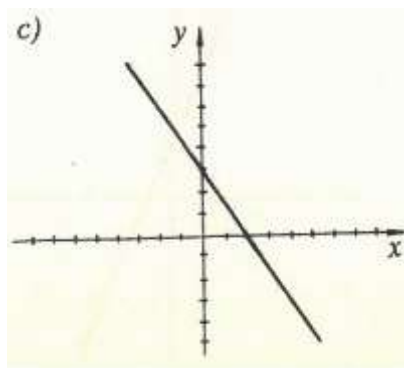
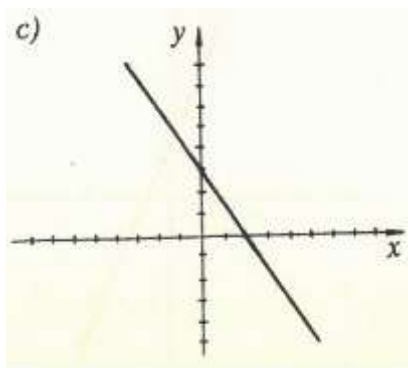
$$\begin{array}{llll} x-1=2x+3 & -x+1=2x+7 & \frac{2}{3}x+2=-\frac{1}{3}x+1 & \frac{x}{3}-2=\frac{3x}{2}+2 \\ 2x-4\leq 0 & 2x-4\leq x & -\frac{1}{3}x-2\geq \frac{2x}{3}-1 & \end{array}$$

38. Adjuk meg a grafikonjuk alapján a következő függvények hozzárendelési szabályát. Adjunk meg két olyan pontot, amelyek illeszkednek a függvények grafikonjára!

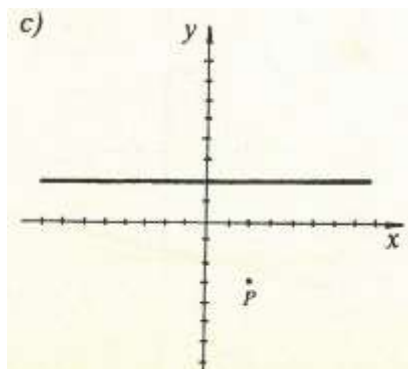
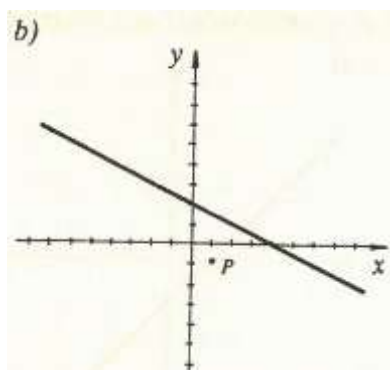
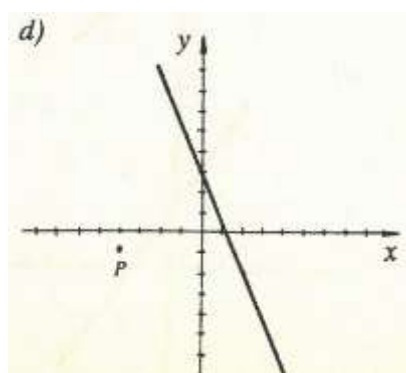
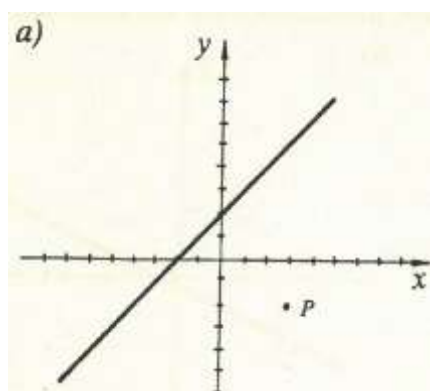


39. Adjuk meg a következő grafikonok alapján a függvények hozzárendelési szabályát, meredekségét és a tengelyekkel alkotott metszéspontok koordinátáit!





40. Egy lineáris függvény grafikonja párhuzamos a megadott függvények grafikonjával és áthalad a P ponton. Adjuk meg a függvények hozzárendelési szabályát és a tengelyekkel alkotott metszéspontját!



Abszolút értékes és másodfokú függvények

41. Ábrázoljuk a következő függvényeket, majd állapítsuk meg az értelmezési tartományukat (É. T.) és értékkészletüket (É. K.)!

$$y = |x+7| \quad y = \frac{1}{x} + 3 \quad y = \frac{2}{3}x - 5 \quad y = |x-4| - 1 \quad y = x^2 + 2$$

$$y = -2x + 6 \quad y = (x+1)^2 - 4 \quad y = -|x| + 5$$

42. Oldjuk meg grafikusán a következő egyenleteket, egyenlőtlenségeket!

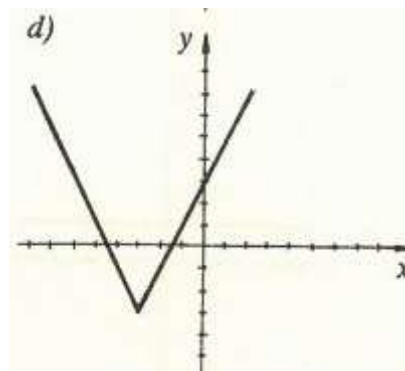
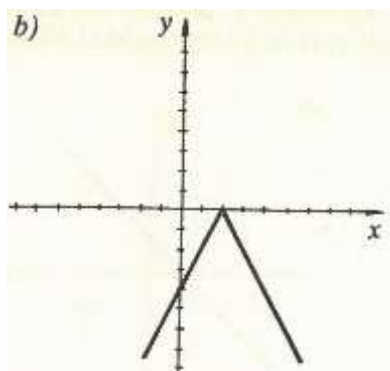
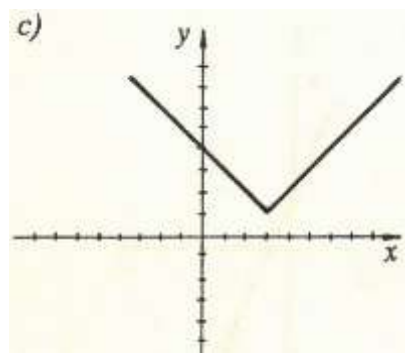
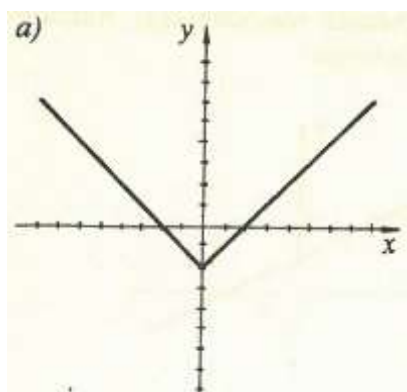
$$|x+1| \leq \frac{1}{4}x + 1 \quad x^2 + 2 \geq -x + 4 \quad |x+2| \geq |x| - 3$$

$$|x+2| \geq |x| - 2 \quad |x-4| = \frac{1}{2}x + 1 \quad |x+2| = -2x + 5$$

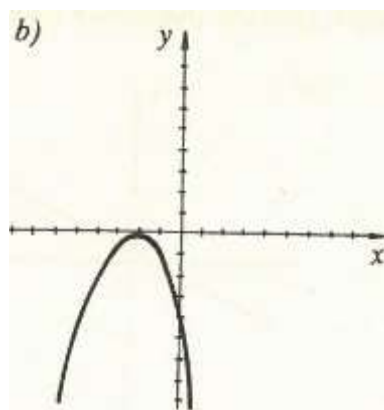
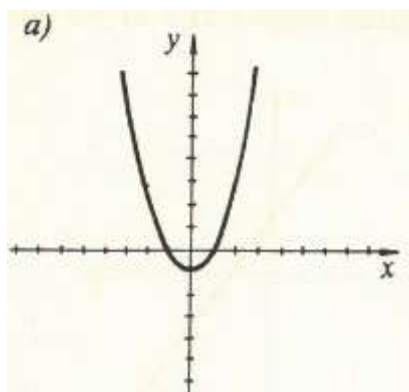
43. Adjunk meg a következő függvények grafikonján három pontot anélkül, hogy ábrázolnánk a függvényeket!

$$y = 2x + 20 \quad y = \frac{1}{x} - 9 \quad y = |x-2| + 6 \quad y = (x+6)^2 - 1 \quad y = 90x - 99$$

44. Adjuk meg a következő grafikonok alapján a függvények hozzárendelési szabályát!



45. Adjuk meg a következő grafikonok alapján a függvények hozzárendelési szabályát!



Vegyes feladatok

46. Ábrázolás nélkül döntsük el, van-e a következő két függvény grafikonjának közös pontja!

$$y = 2x - 3 \quad y = 2x - 5$$

$$y = 3x + 1 \quad y = -3x + 1$$

47. Ábrázoljuk a függvényeket, majd a grafikon alapján válaszoljuk meg a következő kérdéseket:
Mely x -ek esetén vesznek fel a függvények pozitív, 0, illetve negatív értékeket?

$$y = \frac{1}{x} + 5$$

$$y = \frac{1}{3}x + 2$$

$$y = x^2 - 4$$

48. Oldjuk meg grafikusán és algebrai úton is a következő egyenleteket, egyenlőtlenségeket!

$$\frac{x}{3} - 2 = \frac{3x}{2} + 2$$

$$\frac{2x}{3} + 2 = -\frac{x}{3} + 1$$

$$-x + 1 \leq 2x + 7$$

$$x - 1 > 2x + 3$$

49. Tükrözzük az $y = 2x + 5$ függvény grafikonját a) az x tengelyre, b) az y tengelyre!

Melyik függvény grafikonját kaptuk így?

50. Olvassuk le a 201. feladatban szereplő függvények grafikonjairól a zérus helyeket!

51. Határozzuk meg számítással (és nem ábrázolással) a 201. feladatban szereplő függvények zérus-helyeit!

52. Adjuk meg azt a függvényt, amelynek grafikonja egyenes, amely egyenesen rajta van a következő két pont!
 $D(0, 4)$ $E(-2, -1)$ $F(-2, 4)$ $G(2, -8)$ $B(3, 0)$ $C(2, -1)$

53. Oldjuk meg grafikusán a következő egyenlőtlenségeket!

$$|x + 2| - 3 < 0$$

$$9 < x^2$$

$$x < -\frac{1}{4}x + 4$$

54. Oldjuk meg grafikusán a következő egyenlőtlenségeket!

$$(x + 3)^2 > x + 5$$

$$|x + 2| > x - 3$$

$$-\frac{3}{4}x + 1 < x - 3$$

$$-|x| + 2 \geq x^2 - 4$$

55. Ábrázoljuk közös koordináta-rendszerben a következő függvényeket!

$$f(x) = x + 3 \quad g(x) = -3x + 3 \quad h(x) = 0,5x + 3$$

$$f(x) = 2x + 1 \quad g(x) = 2x + 4 \quad h(x) = 2x - 5$$

56. Ábrázoljuk a következő függvényeket, majd válaszoljuk meg, hogy hol metszik a koordinátatengelyeket!

$$f(x) = 4x - 12$$

$$g(x) = -x + 6$$

$$h(x) = -2x - 4$$

$$k(x) = 2x + 5$$

57. Egy lineáris függvény grafikonja áthalad a $(7, 2)$ és a $(10, -4)$ pontokon. Döntsük el, hogy igaz, vagy nem, és adjunk indoklást!

a) A függvény meredeksége negatív

b) A függvény grafikonja metszi valahol az x tengelyt.

c) A függvény grafikonja az y tengelyt egy negatív számnál metszi.

d) A függvény grafikonja áthalad a $(4, 8)$ ponton.

58. Ábrázoljuk a következő függvények grafikonjait közös koordináta-rendszerben!

$$f(x) = x^2 \quad g(x) = x^2 + 1 \quad h(x) = x^2 + 4$$

$$f(x) = x^2 \quad g(x) = x^2 - 1 \quad h(x) = x^2 - 3$$

59. Ábrázoljuk a következő függvények grafikonjait közös koordináta-rendszerben!

$$f(x) = x^2 \quad g(x) = (x+1)^2 \quad h(x) = 2(x+1)^2$$

$$f(x) = x^2 \quad g(x) = (x-1)^2 \quad h(x) = 3(x-1)^2$$

$$f(x) = x^2 \quad g(x) = (x-4)^2 \quad h(x) = \frac{1}{2}(x+1)^2$$

60. Ábrázoljuk közös koordináta-rendszerben a következő függvények grafikonjait!

$$f(x) = |x| \quad g(x) = |x| + 1 \quad h(x) = |x| + 3$$

$$f(x) = |x| \quad g(x) = |x+3| \quad h(x) = |x+5|$$

$$f(x) = |x| \quad g(x) = |x-4| \quad h(x) = |x-3|$$

61. Ábrázoljuk közös koordináta-rendszerben az alábbi függvények grafikonjait!

$$f(x) = |x| \quad g(x) = |x+2| \quad h(x) = |x| + |x+2|$$

$$f(x) = |x+1| \quad g(x) = |x-2| \quad h(x) = |x+1| + |x-2|$$

62. Reggel 8 órakor egy gyalogos elindul egy túraútvonalon. Az első órában 5 km-t haladt, a következő órában – mivel az út emelkedett – csak 3 km-t jutott előre, utána 30 percet pihent. Az út hátralevő részén egyenletesen óránként 4 km-t haladva, déli 12 órára ért céljához.

a) Milyen távolságra volt a gyalogos az indulási helyétől 9 órakor; 10 óra 30 perckor; 11 órakor?

b) Milyen távolságra és hány órakor állt meg pihenni?

c) Milyen hosszú utat járt be?

d) Melyik időpontokban volt a gyalogos az indulási helytől 6 km; 10 km; 14 km távolságra?

63. András és Béla 15 km távolságból egyenletes sebességgel egymás felé halad. András megtesz 3 km-t óránként, de közben – 2 óra után – 1 órát pihen; Béla pedig 4 km-t tesz meg óránként, de 1 órai gyaloglás után 3 órát egy helyben marad. Hány óra múlva találkoznak?

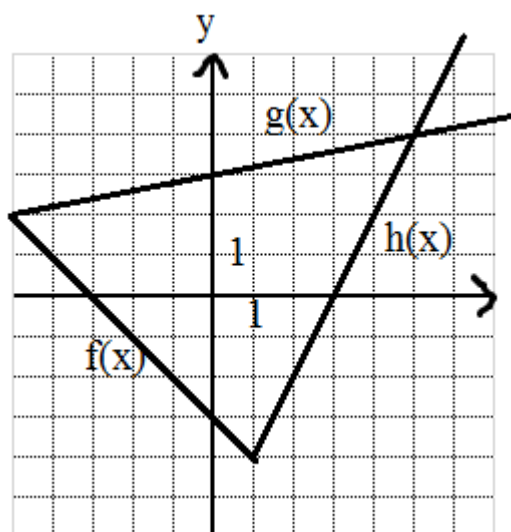
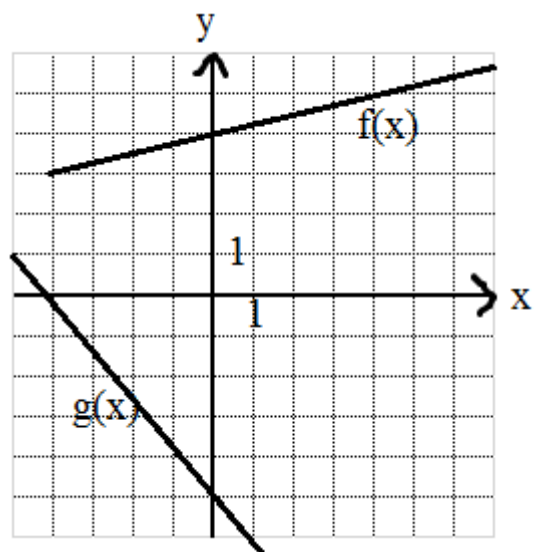
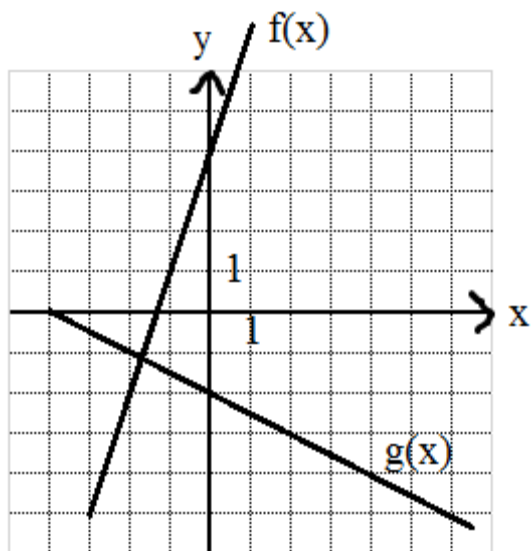
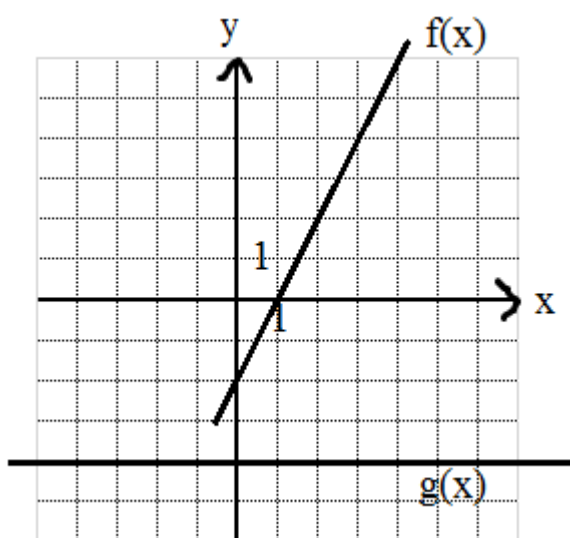
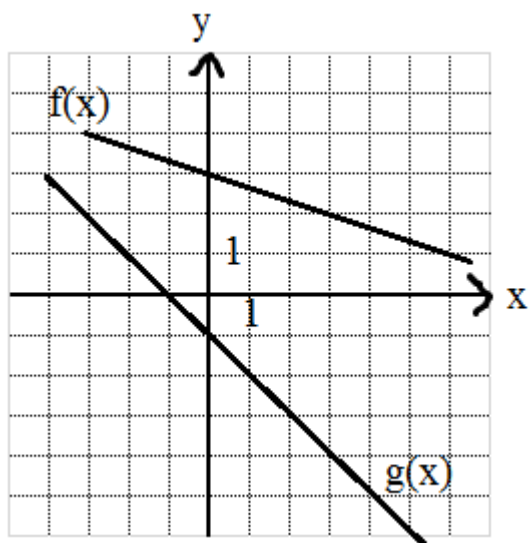
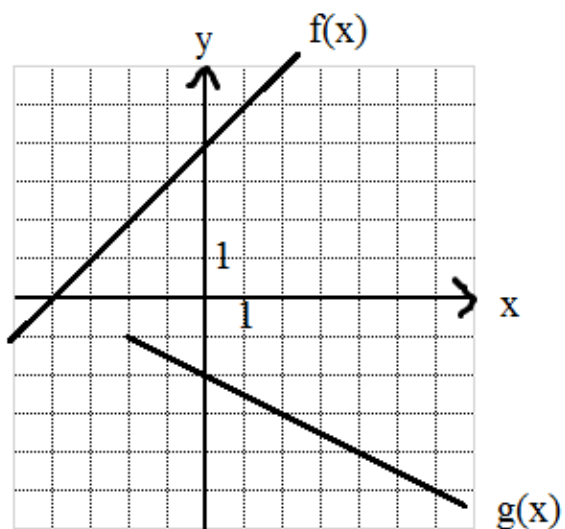
64. Egy tartályban 20 l víz van, amikor kinyitják a leengedő csapját és percenként 2 l vizet engednek ki belőle. Egy másik tartályban 2 l víz van, és ebbe percenként 1 l víz folyik.

a) Hány perc múlva lesz ugyanannyi víz a két tartályban, ha a csapokat egyszerre nyitják meg?

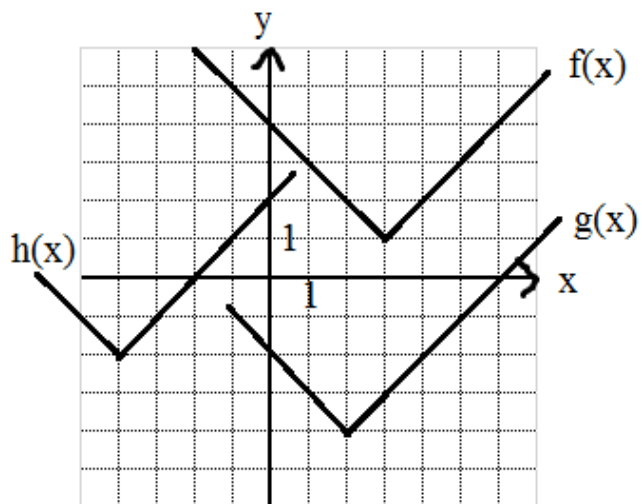
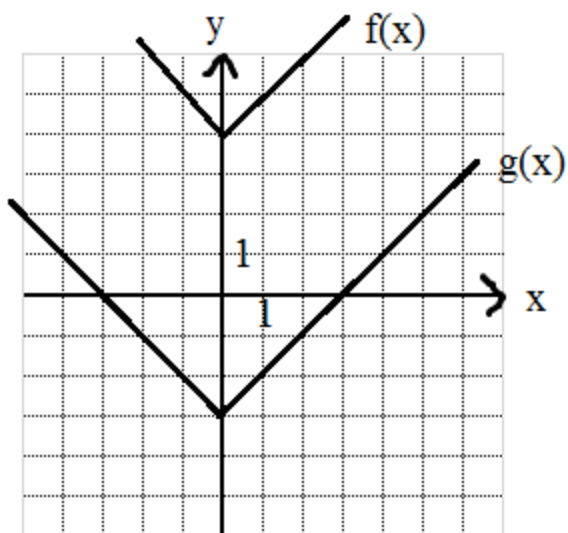
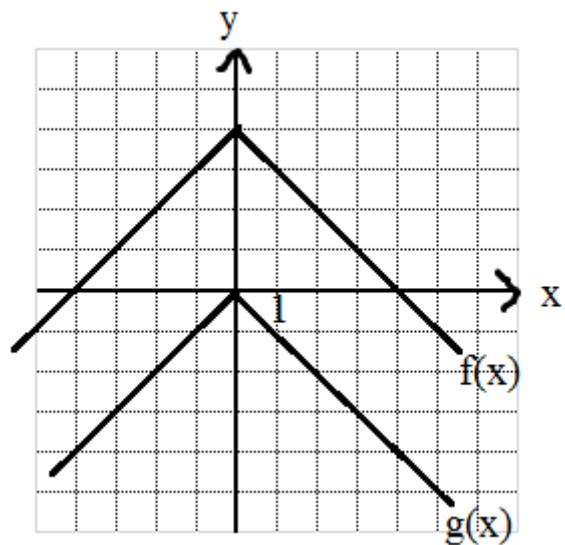
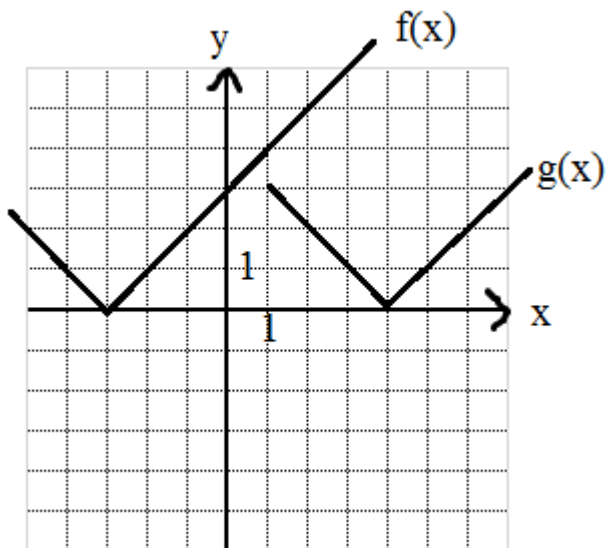
b) Hány perc múlva lesz az egyik tartályban kétszer annyi víz mint a másikban, ha a csapokat egyszerre nyitják meg?

c) Hány perc múlva lesz az első tartályban háromszor annyi víz mint a másodikban, ha az első tartály csapját 2 perccel később nyitják ki mint a másodikat?

65. A grafikon alapján add meg a függvényeket.



A grafikon alapján add meg a függvényeket.



66. Oldjuk meg grafikusan: $2x + 2 = -x + 5$

$-2x - 2 = \frac{1}{3}x + 5$ $|x - 1| = 3$

67. Oldjuk meg grafikusan: $3x + 6 = 0$

$3x + 6 > 0$ $3x + 6 < 0$

68. Oldjuk meg grafikusan: $|x - 2| = |x + 4|$
 $\frac{3}{5}x + 4 = 3x - 8$ $-\frac{1}{2}x + 4 > x$

$x^2 > 9$ $|x| + 2 = 6$
 $|x + 2| - 1 = 2x - 4$

69. Oldd meg grafikusan: $|x + 4| < \frac{1}{2}x + 5$

$|x| + 5 \leq \frac{1}{3}x + 8$

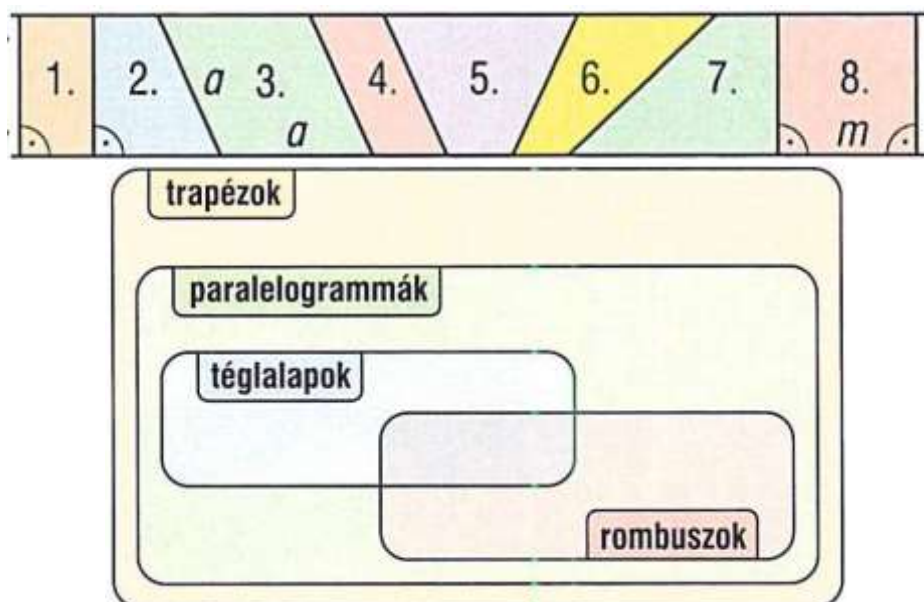
VIII. GEOMETRIA III.

Háromszögek, négyszögek, sokszögek

1. Döntsük el, hogy melyik állítás igaz, és melyik hamis!

- a) Ha egy háromszög tompaszögű, akkor nem lehet egyenlő szárú.
- b) Minden egyenlő szárú háromszögnek van két egyenlő szöge.
- c) Nincs olyan háromszög, mely egyenlő szárú és derékszögű.
- d) Minden háromszögnek van olyan oldala, amelyik kisebb a többinél.
- e) Minden háromszögnek van olyan oldala, amelyik nem nagyobb a többinél.
- f) Egy tompaszögű háromszög nem lehet egyenlő oldalú.
- g) Két háromszög egybevágó, ha mindhárom szögükben megegyeznek.
- h) Két egyenlő szárú háromszög egybevágó, ha egy oldalukban és két szögükben megegyeznek.

2. Egy papírszalagból trapézokat vágunk le. Írjuk a sorszámokat a halmazábra megfelelő részébe!

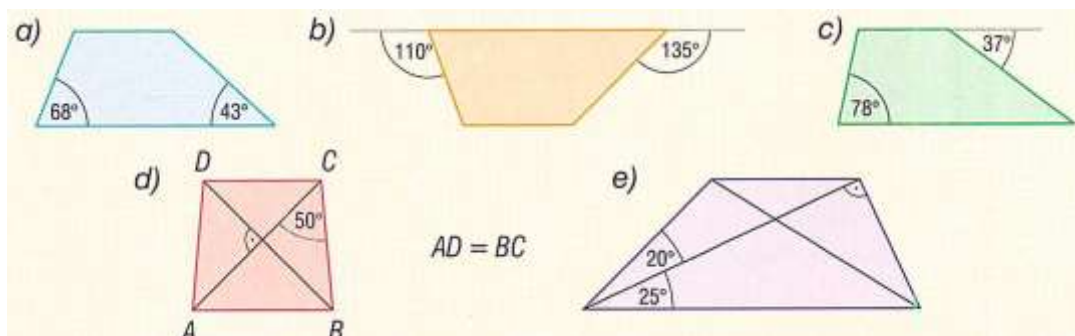


3. a) Egy szabályos ötszögnek mekkora a belső szöge, a külső szöge, a belső szögeinek összege és a külső szögeinek összege?

b) Egy szabályos sokszög egyik külső szöge 45° . Mekkora a külső szögek összege, mekkora egy belső szöge, a belső szögek összege és hány csúcsa van a sokszögnek?

c) Egy szabályos sokszög egyik belső szöge 120° . Mekkora a belső szögek összege, mekkora a külső szöge, a külső szögek összege és hány csúcsa van a sokszögnek?

4. Számítsuk ki a trapézok belső szögeit!



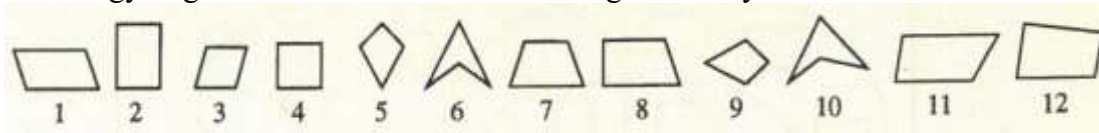
5. Az alábbi állításokról döntsük el, melyik igaz, melyik hamis!

- A deltoidnak van két egyenlő hosszúságú oldala.
- A deltoidnak pontosan két egyenlő hosszúságú oldala van.
- A deltoidnak van két egyenlő hosszúságú oldalpárja.
- A deltoid két-két szemben lévő oldala egyenlő hosszú.
- A deltoid két-két szomszédos oldala egyenlő hosszú.
- A deltoidnak van két egyenlő szöge.
- A deltoid két szomszédos szöge egyenlő.
- A deltoid átlói felezik egymást.
- A deltoid átlói merőlegesek egymásra.
- A deltoid átlói egyenlő hosszúak.
- A deltoid átlói felezik a szemközti szögeket.
- A deltoid egyik átlója felezi a deltoid két szemközti szögét.

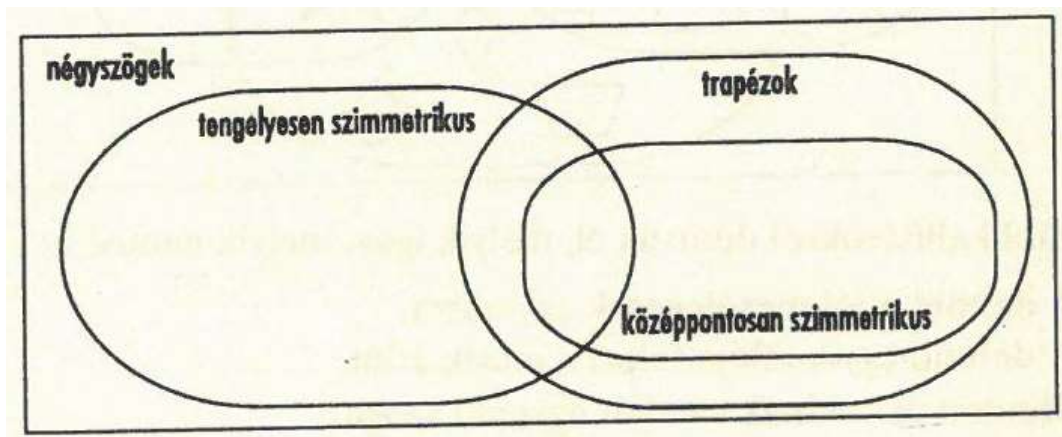
6. Az alábbi állításokról döntsük el, melyik igaz, melyik hamis!

- A deltoidnak van szimmetriatengelye.
- A deltoid szimmetriatengelye egyszersmind átló is.
- A deltoid szimmetriatengelye felezi a deltoid két szögét.
- Nincs olyan deltoid, amelyiknek két szimmetriatengelye van.

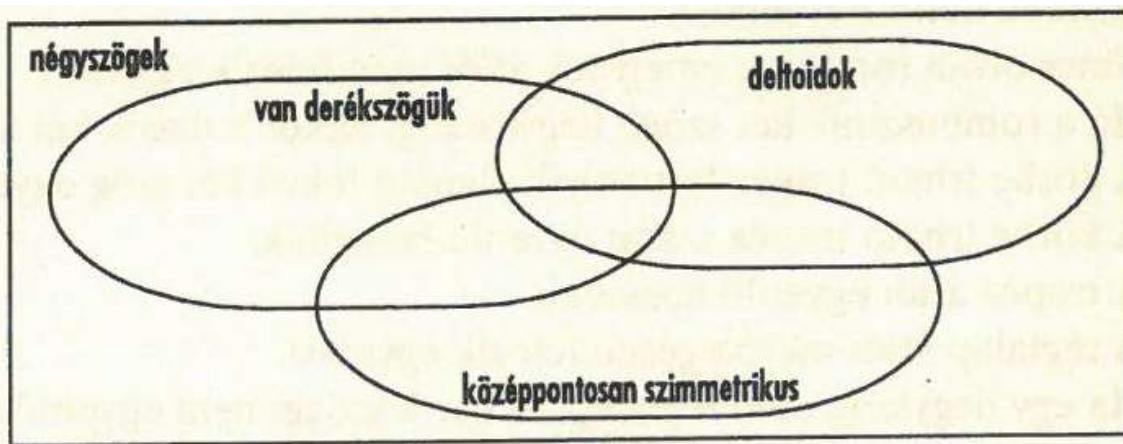
7. Írjuk be a négyszögek sorszámát a halmazábrák megfelelő helyeire!



b)

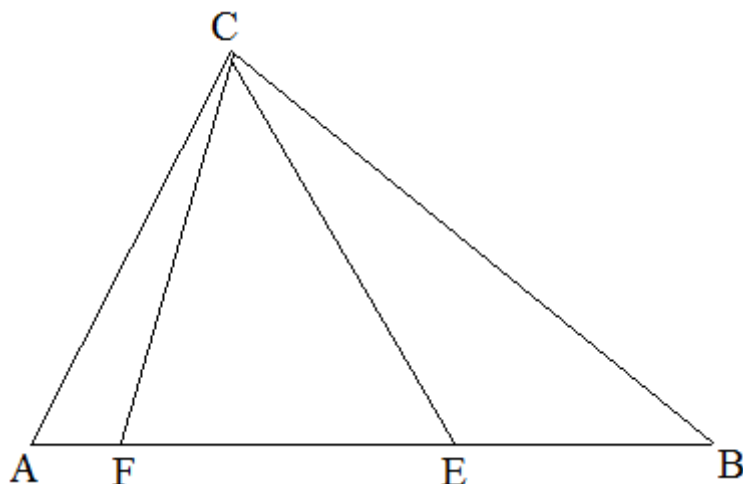


c)



8. Az alábbi állításokról döntsük el, melyik igaz, melyik hamis!
- a) Minden szabályos sokszög tengelyesen szimmetrikus.
 - b) Egy n oldalú szabályos sokszögnek $2n$ szimmetriatengelye van.
 - c) Egy n oldalú szabályos sokszögnek n szimmetriatengelye van.
 - d) Egy $2n$ oldalú szabályos sokszögnek n szimmetriatengelye van.
 - e) Minden szabályos sokszög középpontosan szimmetrikus.
 - f) Nincs olyan szabályos sokszög, amely középpontosan szimmetrikus.
 - g) Csak a szabályos sokszögek középpontosan szimmetrikusak.
 - h) Egy $2n$ oldalú szabályos sokszög középpontosan szimmetrikus.
 - i) A páratlan oldalszámú szabályos sokszögek középpontosan szimmetrikusak.
 - j) A páratlan oldalszámú szabályos sokszögeknek nincs szimmetria-középpontjuk.
9. Hány szimmetria-átlója van a 4, 5, 7, 8, 11 oldalú szabályos sokszögeknek?
10. Hány olyan háromszögre bontható egy sokszög (lehet konkáv is), amely háromszögek minden csúcsa a sokszögnek is csúcsa, ha a sokszög oldalszáma 4, 5, 7?
11. Mekkora a 3, 4, 6, 7, 8, 20 oldalú konvex sokszög belső szögeinek összege?
12. Mekkora a szabályos sokszög egy belső szöge,
ha a sokszög oldalainak száma 3, 4, 5, 10, 18, 20?
13. Egy szabályos sokszög egy külső szöge 30° 24° 6° Mekkora a szabályos sokszög egy belső szöge? Hány oldalú a szabályos sokszög? Hány átlója van a szabályos sokszögnek? Mekkora a sokszög belső szögeinek összege?
14. Mekkora azon szabályos sokszög egy belső szöge, amelyet az egy csúcsból kiinduló átlók 15 háromszögre bontanak?
15. Mekkora azon szabályos sokszög egy belső szöge, amelynek egy csúcsából húzható átlók száma 3, 7, 9?
16. Hány oldalú lehet a sokszög, ha belső szögeinek összege
- a) kisebb 610° -nál, de nagyobb 510° -nál;
 - b) kisebb 800° -nál, de nagyobb 650° -nál;
 - c) kisebb 3000° -nál, de nagyobb 2000° -nál?
17. Egy háromszög egyik belső szöge 36° , 60° . Határozzuk meg a másik két belső szög szögfelezője által alkotott szög nagyságát!
18. Bizonyítsuk be, hogy a háromszög egy csúcsához tartozó belső szögfelező a szemközti oldallal olyan két szöget zár be, amelyek különbsége a háromszög másik két szögének különbségével egyenlő!
19. Egy egyenlő szárú háromszög alappal szemközti szöge 36° . Bizonyítsuk be, hogy az alapon levő szög szögfelezője a háromszöget két egyenlő szárú háromszögre bontja!

20.



Az ábrán látható ABC háromszög leghosszabb oldala AB, tudjuk továbbá, hogy $AC = AE$ és $BC = BF$. Mekkora az ECF szög, ha a) $\alpha = 32^\circ, \beta = 46^\circ$, b) $\alpha = 62^\circ, \beta = 56^\circ$

21. Mekkora a paralelogramma szögei, ha egyik szöge 31° -kal nagyobb, mint egy másik szöge?

22. Mekkora annak a rombusznak a szögei, amelynek tompaszögű csúcsából húzott magassága felezi a szemközti oldalt?

23. Egy rombusz két belső szögének arány 1:2. Hogyan aránylik a rombusz oldala a rövidebb átlóhoz?

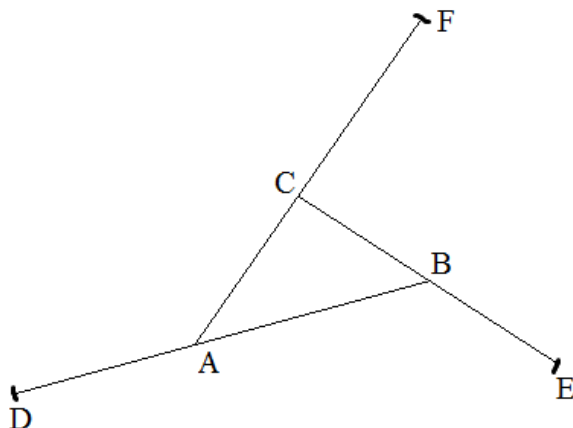
24. Egy paralelogramma két belső szögének aránya a) 5:7, b) 4:5. Határozzuk meg a paralelogramma belső szögeit.

25. a) Bizonyítsuk be, hogy a paralelogramma szemközti csúcsaihoz tartozó belső szögfelezők párhuzamosak. b) Mit állíthatunk a paralelogrammáról, ha az említett két szögfelező egy egyenesbe esik?

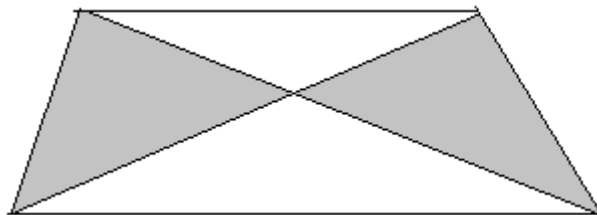
26. Lássuk be, hogy a paralelogramma belső szögfelezői vagy téglalapot határolnak, vagy egy ponton mennek át.

27. Bizonyítsuk be, hogy a paralelogramma külső szögfelezői téglalapot zárnak közre.

28. Egy ABC háromszög mindhárom oldalát az ábrán látható módon kétszeresére hosszabbítottuk. Az így kapott EFG háromszög területe hányszorosa az eredetinek?

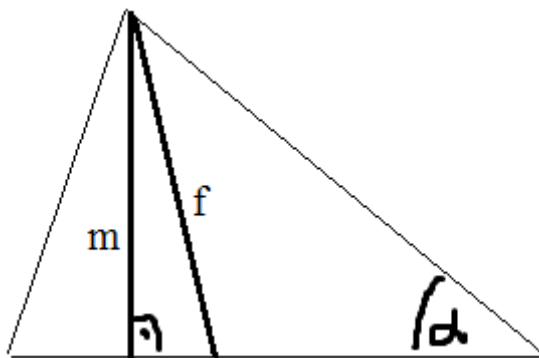


29. Igazoljuk, hogy az ábrán látható trapézban a két sötét háromszög területe egyenlő.

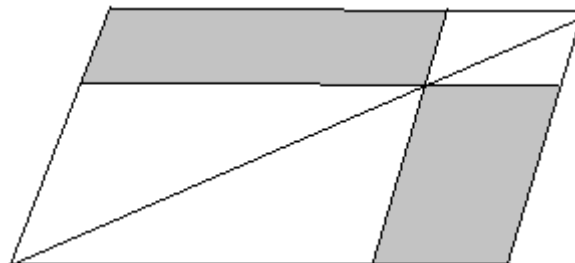


30. Egy derékszögű trapéz alapjainak összege 6 dm. A nagyobb alap 3 dm-rel hosszabb a kisebb alap kétszeresénél. A magasság a hosszabb alap 40%-a. Mekkora a trapéz területe?

31. Szerkesszünk háromszöget a következő adatokból: $m = 4\text{ cm}$, $f = 5\text{ cm}$, $\alpha = 60^\circ$
(f a szögfelezőt jelöli)



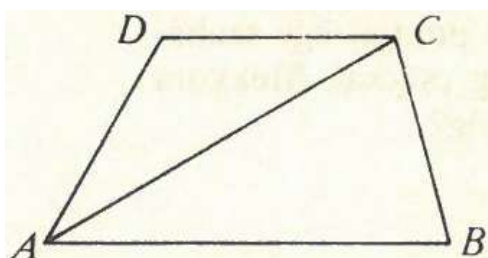
32.



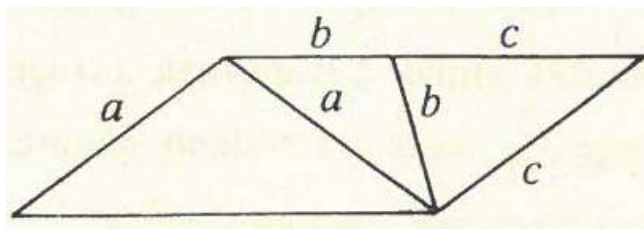
Az ábrán látható paralelogramma egyik átlójának tetszőlegesen választott pontjából párhuzamosokat húzunk az oldalakkal. Igazoljuk, hogy a sötét területek egyenlők.

32. Egy szabályos sokszög középpontjából a csúcsaiba húzott szakaszok 72° -os szögekre bontják a teljes szöget. a) Hány oldalú a szabályos sokszög? b) Mekkora a belső szögeinek összege? c) Mekkora a külső szögeinek összege?

33. Igaz-e a következő állítás? Ha az ABCD trapéz AD szára ugyanakkora, mint a CD alap, akkor az AC átló felezi az A csúcsnál levő szöget.



34. Egy paralelogrammát az ábrán látható módon lehet egyenlő szárú háromszögekre bontani. Mekkora a paralelogramma szögei?



Háromszögek, négyszögek szerkesztése

35. Jelölje a egy háromszög egyik oldalának hosszát, β és γ pedig a rajta fekvő két szöget. Szerkesszük meg szögmérő használata nélkül a háromszöget, ha

$$a = 6 \text{ cm} \quad \beta = 22,5^\circ \quad \gamma = 60^\circ$$

$$a = 45 \text{ mm} \quad \beta = 30^\circ \quad \gamma = 105^\circ$$

36. Szerkesszünk egyenlő szárú háromszöget a következő adatokból! R a háromszög köré írt kör sugara, a az alapja, b a két szára, α a szárai által bezárt szög.

$$\alpha = 45^\circ \quad m_b = 3,5 \text{ cm}$$

$$R = 4 \text{ cm} \quad a = 5,5 \text{ cm}$$

$$R = 4 \text{ cm} \quad b = 6 \text{ cm}$$

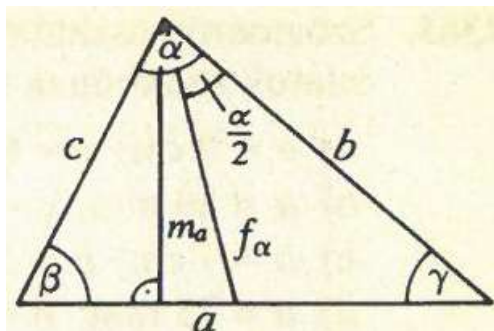
37. Szerkesszünk háromszöget a következő adatokból! (R a háromszög köré írt kör sugara, az a oldallal szemben α , a b oldallal szemben β szög van.)

$$m_a = 3 \text{ cm}, \quad R = 4 \text{ cm} \quad a = 6 \text{ cm}$$

$$\beta = 75^\circ, \quad R = 45 \text{ mm} \quad a = 55 \text{ mm}$$

38. Szerkesszünk háromszöget a következő adatokból! (f_α szögfelező)

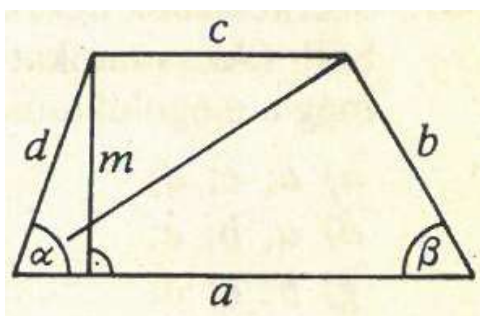
$$m_a = 3,5 \text{ cm}, \quad f_\alpha = 4,5 \text{ cm} \quad a = 6,5 \text{ cm} \quad m_a = 4,5 \text{ cm}, \quad f_\alpha = 6 \text{ cm} \quad \alpha = 60^\circ$$



39. Szerkesszünk trapéz a következő adatokból! (Ne használjunk szögmérőt!)

$$a = 5 \text{ cm}, \quad \alpha = \beta = 60^\circ \quad m = 2 \text{ cm}$$

$$a = 52 \text{ mm}, \quad b = 3 \text{ cm} \quad d = 2,5 \text{ cm} \quad \beta = 45^\circ$$

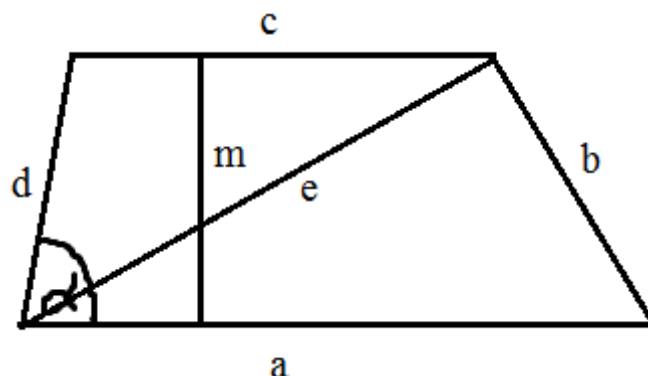


40. Szerkesszünk trapézt a következő adatokból:

a) $a = 5,8 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$, $e = 4,2 \text{ cm}$, $c = 3,5 \text{ cm}$

b) $a = 6 \text{ cm}$, $b = 3,3 \text{ cm}$, $e = 4,5 \text{ cm}$, $\alpha = 60^\circ$

c) $a = 5,5 \text{ cm}$, $e = 4,2 \text{ cm}$, $m = 3 \text{ cm}$, $\alpha = 75^\circ$



41. Szerkesszünk derékszögű trapézt a következő adatokból! (a és c az alapok, d a derékszögű szár)

$a = 6 \text{ cm}$, $c = 3 \text{ cm}$ $d = 7 \text{ cm}$

$b = 8,5 \text{ cm}$, $c = 4 \text{ cm}$ $d = 7 \text{ cm}$

42. Szerkesszünk paralelogrammát a következő adatokból! (a és b a paralelogramma oldalai, e az egyik átlója, β a két oldal által bezárt szög)

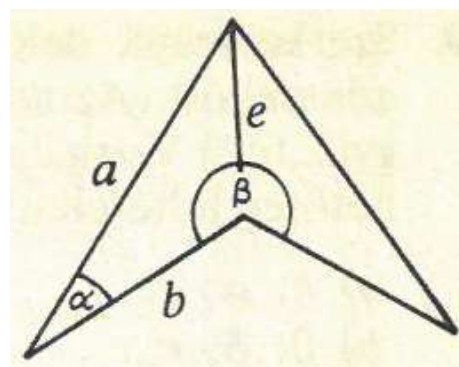
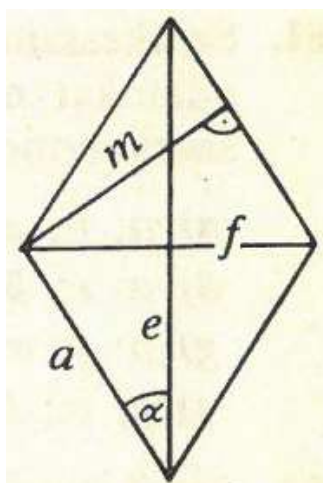
$a = 6 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$ $e = 9 \text{ cm}$

$a = 80 \text{ mm}$, $e = 9 \text{ cm}$ $\beta = 120^\circ$

43. Szögmérő használata nélkül szerkesszünk rombuszt a következő adatokból! (bal oldali ábra)

$a = 8 \text{ cm}$, $\alpha = 22,5^\circ$

$f = 5,5 \text{ cm}$, $\alpha = 15^\circ$



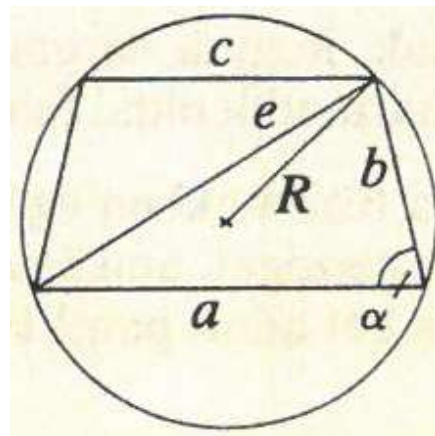
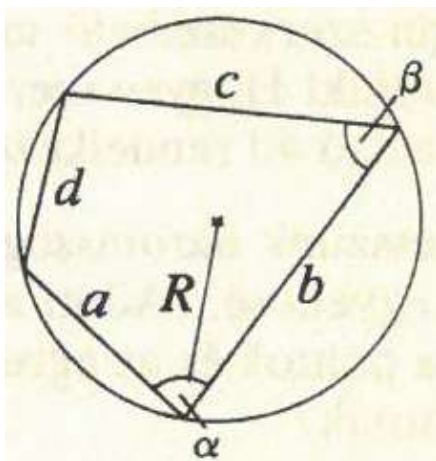
44. Szerkesszünk konkáv deltoidot a következő adatokból! (jobb oldali ábra)

$a = 8 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$ $\beta = 15^\circ$

$e = 4 \text{ cm}$, $\alpha = 15^\circ$ $\beta = 270^\circ$

45. Szerkesszünk húrnégyszöget a következő adatokból! (bal oldali ábra)

$a = 25 \text{ mm}$, $b = 70 \text{ mm}$ $c = 30 \text{ mm}$ $R = 50 \text{ mm}$ $a = 3 \text{ cm}$, $d = 6 \text{ cm}$ $\alpha = 45^\circ$ $R = 5 \text{ cm}$



46. Szerkesszünk húrtrapézt a következő adatokból! (jobb oldali ábra)

$a = 9 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$ $R = 6 \text{ cm}$

$a = 10 \text{ cm}$, $e = 7,5 \text{ cm}$ $R = 7 \text{ cm}$

47. Szerkesszünk trapézt a következő adatokból! (ábra a 40. feladatnál)

$a = 6 \text{ cm}$ $e = 6,5 \text{ cm}$ $c = 2 \text{ cm}$ $\alpha = 60^\circ$

Középvonalak

48. Egy háromszög területének és három középvonala hosszának összege 27 cm . Mekkora a háromszög területe?

49. Szerkesszük meg azt a háromszöget, melynek középvonalainak hossza 2 , 3 és 4 cm !

50. Egy háromszög két középvonalának hossza 3 és 4 cm , az általuk bezárt szög 60° . Szerkesszük meg a háromszöget!

51. Vegyünk fel egy általános négyszöget és kössük össze két szomszédos oldal felezőpontját. Lássuk be, hogy ez a szakasz párhuzamos a négyszög egyik átlójával.

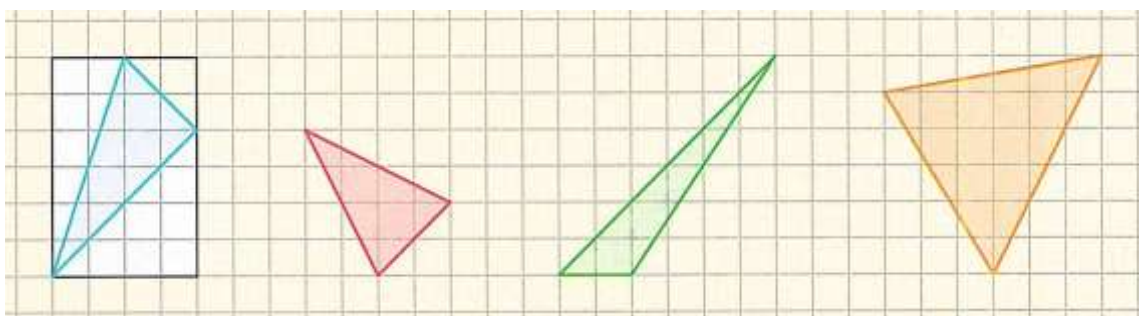
52. Mit mondhatunk arról a négyszögről, melyben az oldalfelező pontok által meghatározott négyszög a) rombusz, b) téglalap, c) négyzet?

Területszámítás

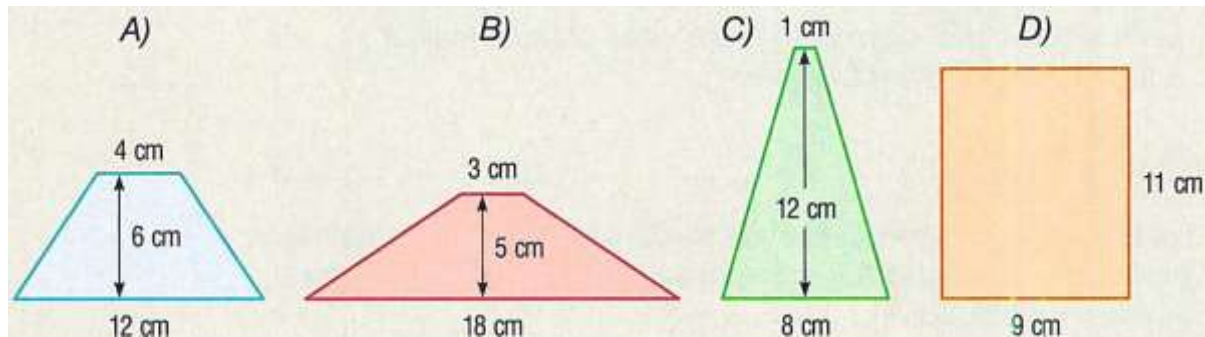
53. Számítsuk ki az egyes háromszögek hiányzó adatait!

a	m_a	b	m_b	c	m_c	T	K
5 cm	6 cm	4 cm		11,21 cm			
6 cm	8 cm	10 cm					24 cm
10 cm			8,66 cm			43,3 cm ²	30 cm
	12 cm	13 cm		12,65 cm		54 cm ²	

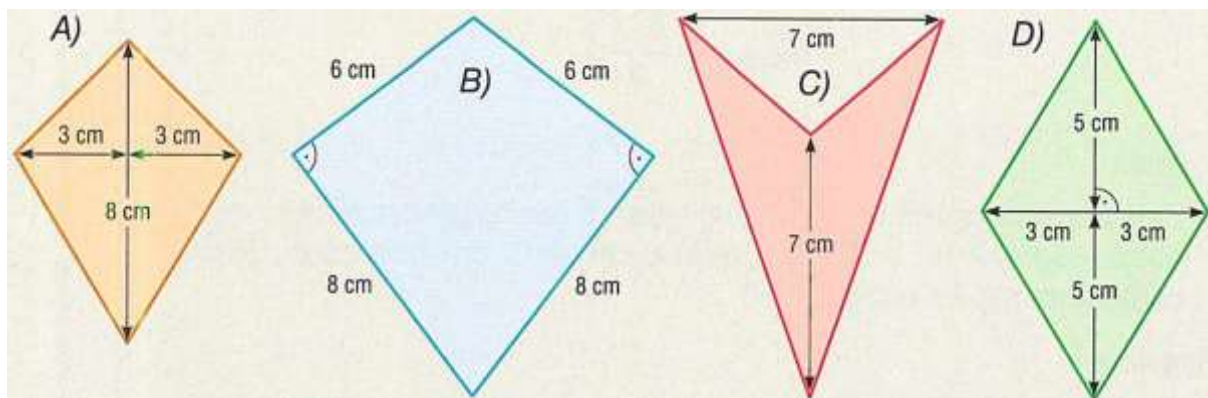
54. Határozzuk meg a háromszögek területét!



55. Számítsuk ki a területüket, majd állítsuk területük szerint csökkenő sorrendbe a trapézokat!



56. Számítsuk ki a következő deltoidok területét, majd állítsuk a területeket növekvő sorrendbe!

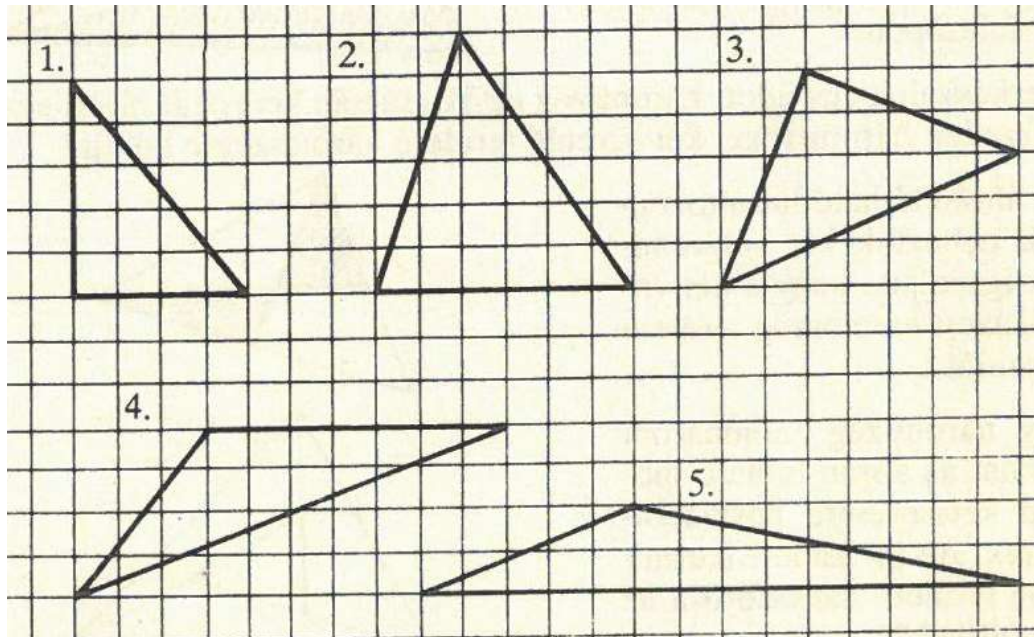


57. Tükrözzünk egy háromszöget mindhárom oldalának felezőpontjára. Milyen alakzatot alkot a négy háromszög együtt?

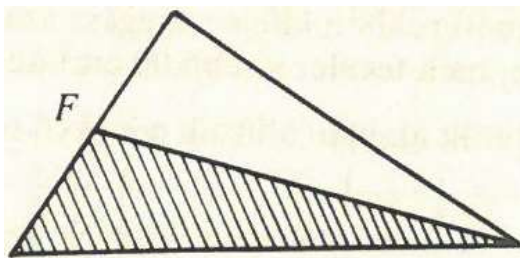
58. Jelölje a, b és c egy háromszög oldalainak hosszát, ma az a oldalhoz tartozó magasságot, K és T pedig a háromszög kerületét, illetve területét. Töltsük ki a táblázat üresen hagyott rovatait!

a	b	c	ma	k	t
3 cm	4 cm	5 cm	4 cm		
5 cm	12 cm	13 cm			
35 cm		41 cm		131 cm	716,9 cm ²
	51 cm		35 cm	186 cm	1050 cm ²

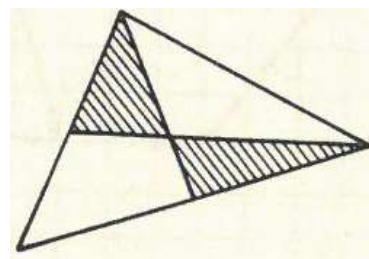
59. Számítsuk ki a háromszögek területét!



60. Igazoljuk, hogy az ábrán látható háromszögben a vonalkázott háromszög területe megegyezik az üresen hagyott háromszög területével! (F: felezőpont)



61. Az ábrán látható háromszögnek behúztuk két súlyvonalát. Igazoljuk, hogy a két vonalkázott háromszög területe egyenlő!



62. Határozzuk meg a deltoid területét a következő adatokból!

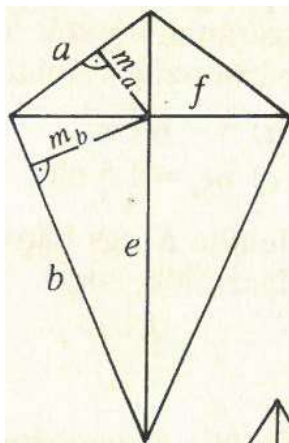
$$e = 10 \text{ cm}, \quad f = 6 \text{ cm}$$

$$e = 0,8 \text{ dm}, \quad f = 30 \text{ mm}$$

$$a = 3 \text{ cm} \quad m_a = 1,5 \text{ cm} \quad b = 6 \text{ cm} \quad m_b = 2 \text{ cm}$$

$$a + b = 1 \text{ cm}, \quad m_a = m_b = 0,6 \text{ cm}$$

$$a = b = 6 \text{ cm}, \quad m_a + m_b = 50 \text{ mm}$$



63. Határozzuk meg a rombusz területét a következő adatokból!

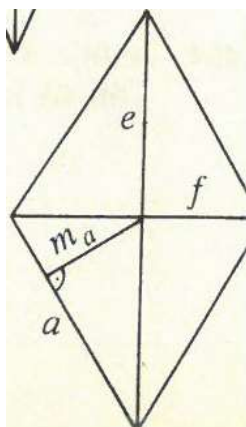
$$e = 8 \text{ cm}, \quad f = 6 \text{ cm}$$

$$e = 24 \text{ dm}, \quad f = 1 \text{ m}$$

$$e = 1,6 \text{ dm}, \quad f = 120 \text{ mm}$$

$$a = 5 \text{ m}, \quad m_a = 3 \text{ m}$$

$$a = 81 \text{ dm}, \quad m_a = 316 \text{ cm}$$



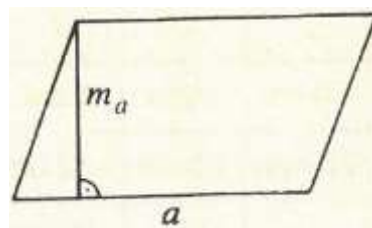
64. Határozzuk meg a paralelogramma területét a következő adatokból!

$$a = 8 \text{ cm}, \quad m_a = 4 \text{ cm}$$

$$a = 2,3 \text{ dm}, \quad m_a = 120 \text{ mm}$$

$$a = 301 \text{ mm}, \quad m_a = 4,2 \text{ dm}$$

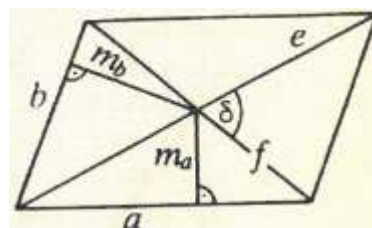
$$a = 5,2 \text{ m}, \quad m_a = 603 \text{ cm}$$



65. Határozzuk meg a paralelogramma területét a következő adatokból!

$$a = 5 \text{ cm} \quad m_a = 2 \text{ cm} \quad b = 3 \text{ cm} \quad m_b = 3 \text{ cm}$$

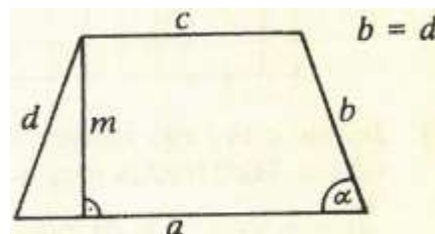
$$a + b = 10 \text{ cm}, \quad m_a = m_b = 0,4 \text{ dm}$$



66. Határozzuk meg a szimmetrikus trapéz területét a következő adatokból!

$$a = 16 \text{ cm}, \quad c = 10 \text{ cm} \quad m = 4 \text{ cm}$$

$$a = 20 \text{ dm}, \quad c = 120 \text{ cm} \quad \alpha = 45^\circ$$

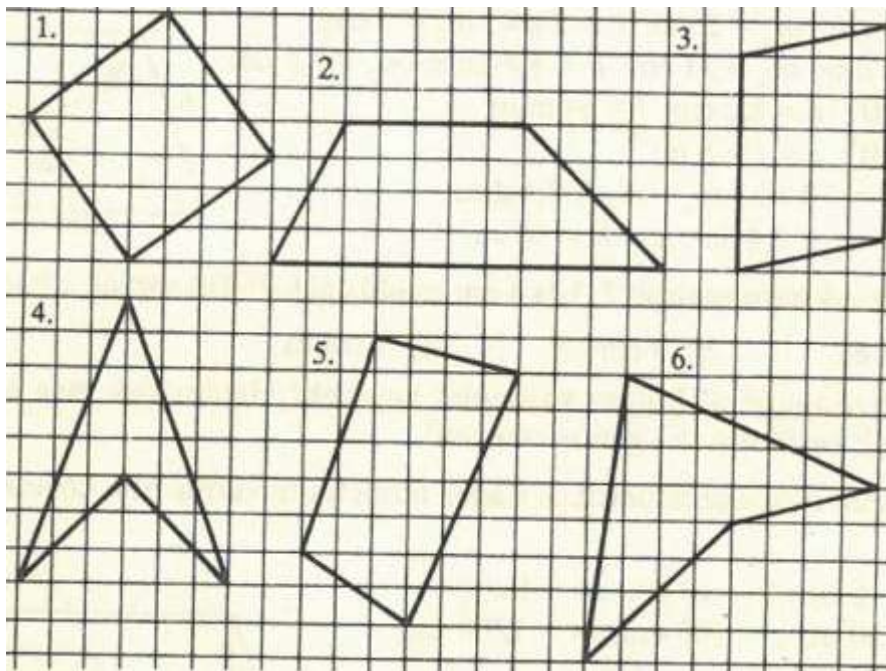


67. Határozzuk meg a szimmetrikus trapéz területét, ha átlói derékszögben metszik egymást, és egy átló hossza 5 cm!

68. Töltsük ki a táblázat üresen hagyott rovatait, ha k a trapéz kerülete, t a területe!

a	b	c	d	m	k	t
8 cm	10 cm	6 cm	8 cm	7,6 cm		
	2,2 cm	1,5 cm	1,2 cm			2,81 cm ²
13 m		8 m	6 m	5 m	32,3 m	

69. Számítsuk ki a négyszögek területét, majd területük alapján állítsuk csökkenő sorrendbe a következő négyszögeket!

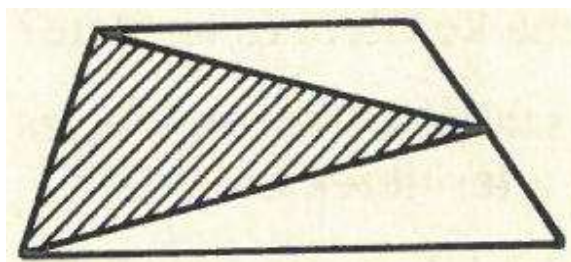


70. Jelölje e és f egy konvex négyszög átlóit. Tudjuk, hogy az átlók merőlegesek egy-másra. Határozzuk meg a négyszög területét, ha $e = 5$ cm, $f = 2$ cm !

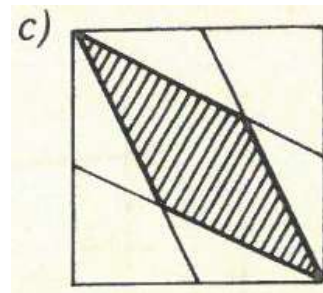
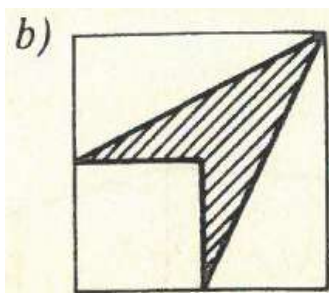
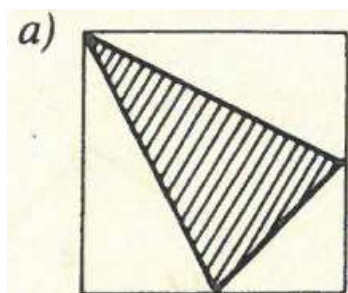
72. Igazoljuk, hogy ha egy konvex négyszög átlói merőlegesek egymásra, akkor a négyszög területe az átlók szorzatának felével egyenlő!

73. A paralelogramma átlói a paralelogrammát négy háromszögre bontják. Igazoljuk, hogy ezek közül bármely kettő területe egyenlő!

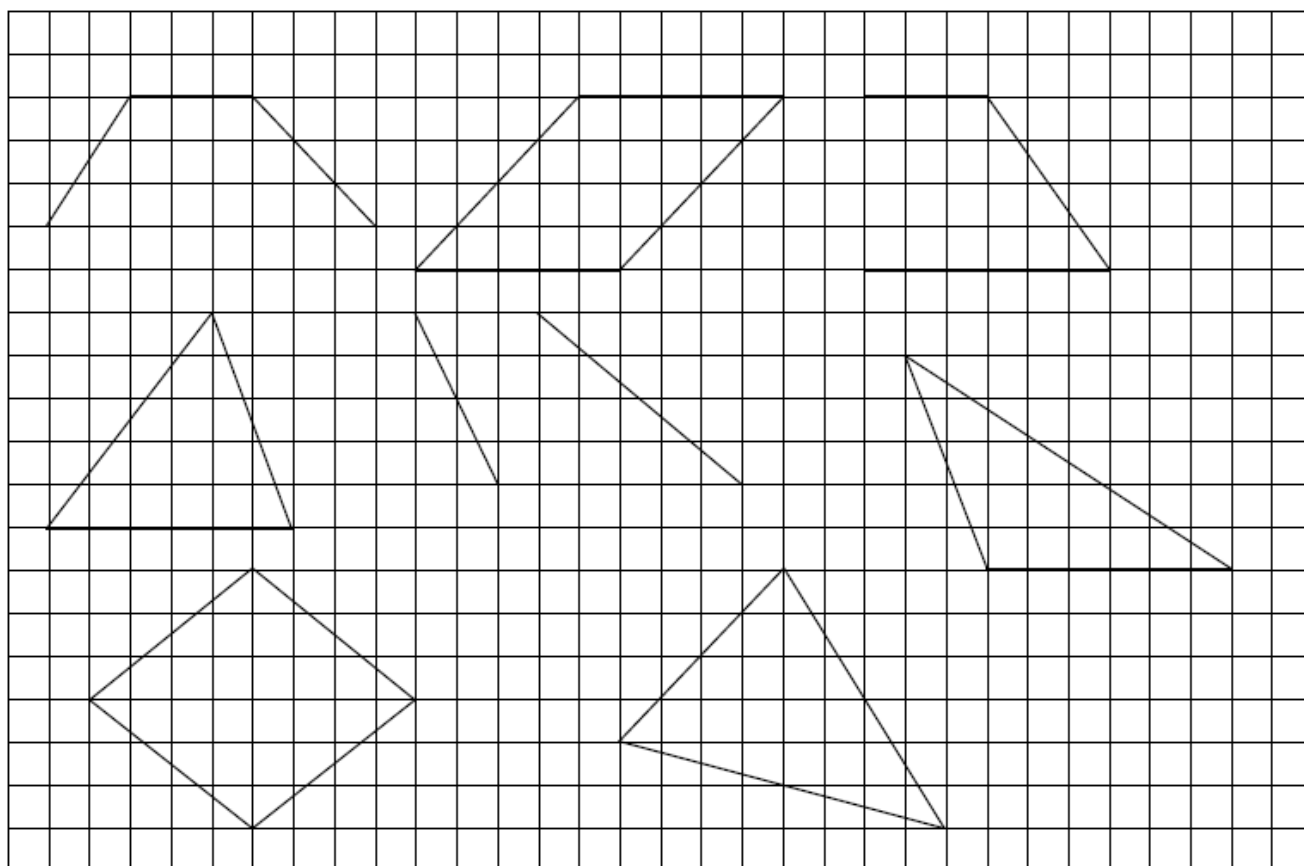
74. Az ábrán látható trapéz egyik szárának felezőpontját összeköttöttük a másik szár két végpontjával. Igazoljuk, hogy a vonalkázott háromszög területe fele a trapéz területének!



75. Az ábrán látható vonalkázott síkidomok területe hányad része a négyzet területének?



76. Határozzuk meg a sokszögek területét. Vegyük egy kis négyzet területét egynek.



IX. VEGYES FELADATOK

1. Egy furcsa országban járunk. Itt az a szokás, hogy hétfőn, szerdán és pénteken mindenki mindig igazat mond, a többi napokon pedig hazudni kötelező. Éppen az egyik kisvárosban sétálunk, amikor egyszer csak a következő mondat üti meg a fülünket: „Holnap igazat fogok mondani.” Milyen nap van ma?
2. Mondj egy olyan mondatot, amit az előbbi országban sohasem mondhat senki!
3. Egy nagy zsákban 10 piros, 20 sárga és 40 zöld golyó van. A zsákból látatlanban golyókat húzunk ki. Hány húzás esetén lehetünk már egészen biztosak abba, hogy a kihúzott golyók között lesz a) sárga, b) zöld, c) három különböző színű, d) három azonos színű (mindegy, hogy melyik színben), e) hét azonos színű, f) 13 azonos színű golyó?
4. Hány húzásnál lehetünk már biztosak abban, hogy van két szomszédos zöldhúzás is (tehát, hogy közvetlenül egymás után kétszer zöldet húzunk)?
5. Egy század katona halad célja felé. Útjukat szegi egy széles folyó, amelyen nincs híd. Tanácstalanul állnak a folyóparton, amikor arra vetődik két kisfiú egy csónakkal. A csónak olyan kicsi, hogy abban csak a két gyerek vagy egy katona fér el, egy gyerek és egy katona már nem. Hogyan lehet megoldani a katonák átszállítását a folyó túlsópartjára?
6. Van kilenc, szemre egyforma súlyunk és egy kétkarú mérlegünk. A súlyok közül nyolc jó, tömege 100 dkg, egy rossz, ennek tömege 101 dkg. Legkevesebb hány méréssel tudod szerencse nélkül kiválasztani a hibás súlyt?
7. Négy embert gyanúsítanak egy rablással. Tudjuk, hogy közülük három ártatlan, egy bűnös.
Ezeket vallják egymásról:
A: C nem rabló.
B: C vagy D a rabló.
C: D ártatlan.
D: A vagy B a rabló.
Az ártatlanok minden állítása igaz.
Melyikük a bűnös?
8. Seholsincs Szigeten két törzs él: az igazmondók és a hazudósok. Nevükhöz illően az előbbieket mindig igazat mondanak, az utóbbiak pedig mindig hazudnak. Nyolc szigetlakó: A, B, C, D, E, F, G és H társaságában üldögélünk most egy szobában. Kérdéseinkre az alábbi válaszokat kapjuk:
A: D hazudós
B: E igazmondó
C: G hazudós
D: C hazudós
F: B hazudós
G: F igazmondó
H: Nyolcunk között pontosan három igazmondó van.
Állapítsuk meg, hogy melyikük igazmondó és melyikük hazudós!
9. Mi a megoldás, ha H ezt mondja: „Nyolcunk között pontosan négy igazmondó van.”?
10. Egy majom figurákat rak fel egy sakktáblára. Hány felrakott figura esetén lehetünk abban egészen biztosak, hogy lesz a sakktáblán olyan (vízszintes) sor, amelyben legalább 4 figura áll?

11. Egy majom figurákat rak fel egy sakktáblára. Hány felrakott figura esetén van biztosan olyan sor vagy oszlop, amelyben legalább 4 figura áll?
12. Két házaspár akar átkelni egy folyón egy kétszemélyes csónak segítségével. A két férj annyira féltékeny természetű, hogy egyetlen pillanatra sem engedi, hogy a felesége a másik férfi társaságában lehessen, ha ő nincs jelen (még akkor sem, ha a másik felesé is ott van). Megoldható-e ilyen körülmények között az átkelés?
13. Helyezz el kedved szerint zárójeleket a $2+3\cdot4+5\cdot6$ kifejezésben! Hány különböző értéke lehet az így létrejövő kifejezéseknek?
14. Gondoltam egy kétjegyű számot. Felcseréltem jegyeinek sorrendjét, a kapott számhoz hozzáadtam 12-t, ennek felét vettem, majd az eredmény jegyeit felcseréltem. Így végül 42-öt kaptam. Mire gondoltam?
15. Most 11 szigetlakóval ülünk egy szobában. Mindegyiknek feltettük a következő kérdést: „Hány igazmondó van köztetek?” Ezeket a válaszokat kaptuk: 3, 2, 5, 7, 5, 3, 9, 4, 3, 6, 5. Meg lehet- ebből állapítani, hogy hány igazmondó volt a szobában?
16. Véget ért az öt lány: Kati, Évi, Zsuzsi, Panni, Rozi körmérkőzéses pingpong versenye. Szüleik azonban – mivel nem utaztak le a nagy vetélkedő színterére – kiérdemelték gyermekeik jogos haragját. Ezért a lányok megállapodtak abban, hogy mindegyikük csak féligazságot ír majd haza, azaz egy igaz és egy hamis hírt. Így büntetik meg méltón a nemtörődöm szülőket. Ezeket írták a versenyről:
- Kati: Panni a versenyen második lett. Sajnos én csak a harmadik lettem.
- Évi: Örömmel írom, hogy első lettem. Zsuzsi pedig a második.
- Panni: Második lettem, Rozi lecsúszott a negyedik helyre.
- Rozi: A negyedik helyen kötöttem ki. De jó Katinak, ő lett az első.
- Zsuzsi: Harmadik lettem, szegény Évinek csak az utolsó hely jutott.
17. A zsákban ezúttal is 40 zöld golyó van, de a piros és a sárga golyók számát nem árulom el. A 4. feladat c) kérdésére most 6 a helyes válasz, továbbá 6 azonos színű golyó biztosításához 11 húzás szükséges. Hány piros és hány sárga golyó van a zsákban?
18. Öt láda mindegyikében van 100-100 súly. Négy ládában mindegyik súly jó, azaz 100 dkg-os. Az egyik ládában viszont mindegyik súly hibás: 101 dkg-os. Rendelkezésünkre áll egy rendkívül precíz egykarú mérleg. Erre rátehetünk a súlyok közül bármennyit (a ládák nyitva vannak, annyi súlyt veszünk ki belőlük, amennyihez kedvünk van), majd egy gomb megnyomására a mérleg kiírja a rajta elhelyezett tömeg nagyságát. Állapítsd meg minél kevesebb méréssel, hogy melyik ládában vannak a hibás súlyok!
19. (A 8. feladat folytatása) A szigetlakók most így nyilatkoznak:
- A: C hazudós.
- B: H igazmondó.
- C: B vagy D igazmondó.
- D: E igazmondó.
- E: A hazudós.
- F: H hazudós.
- G: B hazudós.
- H: A igazmondó.
- A kérdés változatlan.
20. (A 12. feladat folytatása) Mi a helyzet akkor, ha három házaspár akar ilyen módon átkelni a folyón?

21. Négy játékos megegyezett, hogy a vesztes minden játszma után megkészszerzi a többi játékos pénzét. Összesen 4 játszmát játszottak. Mindenki egyszer vesztett. A játék befejeztével mindegyik játékos megszámolta a pénzét, és úgy találta, hogy mindegyiküknek egyformán 16 Ft-ja van. Mennyi pénze volt a játékosoknak külön-külön a játék kezdetekor?

22. Egy lapon a következő 101 kijelentés olvasható. Állapítsuk meg, hogy közülük hány állítás igaz!

Egyszer egy az egy.

Ezen a lapon legfeljebb egy igaz állítás van.

Ezen a lapon legfeljebb két igaz állítás van.

Ezen a lapon legfeljebb három igaz állítás van.

...

...

...

Ezen a lapon legfeljebb kilencvenkilenc igaz állítás van.

Ezen a lapon legfeljebb száz igaz állítás van.

23. Írjunk a betűk helyére számjegyeket úgy, hogy az összeadás helyes legyen. Azonos betűknek azonos, különböző betűknek különböző számjegyek felelnek meg.

MATEK
MATEK
+MATEK
VANEK

SEMMI
+SEMMI
KEVÉS

APA
+ANYA
SZÜLŐ

24. Töltsd ki!

Ebben a mondatban pontosan darab 0 számjegy van, pontosan darab 1-es van, pontosan darab 2-es van, pontosan . . . darab 3-as van, pontosan . . . darab 4-es van, pontosan . . . darab 5-ös van, pontosan . . . darab 6-os van, pontosan darab 7-es van, pontosan . . . darab 8-as van, pontosan . . . darab 9-es van.

25. Két egyenlő magasságú gyertya 4, illetve 3 óra alatt ég le teljesen. Egyszerre meggyújtjuk őket. Hány óra múlva lesz az egyik az egyik gyertyacsonk magassága a másik kétszerese?

26. Az x értékétől függően milyen nagyság szerinti sorrendben lehetnek az x , $2x$ x^2 értékek?

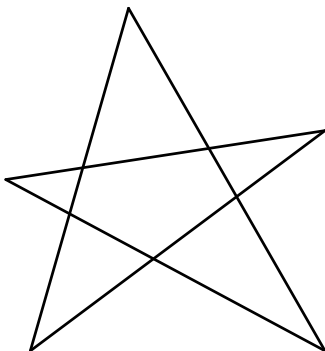
27. Ha Anna és Bea áll a mérlegre, akkor az 93 kg-ot mutat, ha Anna és Csilla, akkor 96 kg-ot, ha mindhárman a mérlegre állnak, akkor 138 kg-ot. Hány kilogramm a három lány külön-külön?

28. Egy lelátó minden padján 15-en ülnek, de így 175 nézőnek nem jut ülőhely. Ha minden padon 17-en ülnének, akkor 5 ülőhely még üresen is maradna. Hány pad van a lelátón?

29. Marci és Nándi bélyeget gyűjt. Marcinak 45-tel több bélyege van, mint Nándinak. Ha Marci átadna 15 bélyeget Nándinak, akkor Marci bélyegeinek a $\frac{3}{4}$ része ugyanannyi darab lenne, mint Nándi bélyegeinek a $\frac{4}{5}$ -e. Hány bélyege van Nándinak?

30. Két kupac kavics van az asztalon, mindkettőben 5-5 kavics. Ketten játszanak. Egy játékos egy lépésben kiválaszt egy kupacot, onnan annyi kavicsot vehet el, amennyit akar. (Legalább egyet el kell vennie.) Az nyer, aki az utolsó kavics(ka)t elveszi. Kinek van nyerő stratégiája?

31. Mekkora az ábrán látható csillagötszög szögeinek az összege?



32. Az 5 cm oldalú szabályos háromszög egy belső P pontjára a háromszög mindhárom oldalával párhuzamos egyeneseket fektettünk. Mely P pontban (vagy pontokban) lesz a legnagyobb a párhuzamosok háromszögbe eső darabjainak az összege? Mekkora ez az összeg?

33. Két kupac kavics van az asztalon, mindkettőben 5-5 kavics. Ketten játszanak. Egy játékos egy lépésben kiválaszt egy kupacot, onnan annyi kavicsot vehet el, amennyit akar. (Legalább egyet el kell vennie.) Az nyer, aki az utolsó kavics(ka)t elveszi. Kinek van nyerő stratégiája?

34. Bontsd fel az 1000-et három szám összegére úgy, hogy ha az elsőből 4-et kivonunk, a másodikhoz 4-et hozzáadunk, a harmadikat 3-mal elosztjuk, a kapott számok aránya 2:3:5 legyen!

35. Tímár Mihály a Szent Borbálával 3 nap alatt hajózott Komáromból a Vaskapuig. Visszafele 7 nap alatt tette meg az utat. (Egészen addig, míg el nem süllyedt.) Jókai idejében még tutajok is úsztak a Dunán. Egy tutaj hány nap alatt ért Komáromból a Vaskapuig? (A szokásos feltételek: a hajó éjjel-nappal állandó sebességgel halad, a folyó mindig ugyanakkora sebességgel folyik, stb.)

36. Matematikaország határán lakott az Érdekes család. Egy szép napon vendégek érkeztek hozzájuk: pontosan annyian voltak, mint ahány tagja van az Érdekes családnak. Szép idő volt, ezért heten elmentek sétálni. Az otthon maradottak közül egy kis idő múlva a családtagok számánál eggyel kevesebb ember felkerekedett biciglizni. Mivel közeledett az ebédidő, ezért néhányan visszatértek Érdekesék házába: a visszatérők száma hárommal volt kevesebb a családtagok számánál. Így a családtagok számánál néggyel kevesebben voltak a házban. Hány tagú az Érdekes család?

37. Egy folyón, és mellette egy tavon egy-egy evezős tartott edzést. Mindketten 8km/h sebességgel eveztek (az állóvízhez képest). Egy vonalból indultak, ugyanolyan távolságra eveztek, majd visszafordultak, és visszaeveztek a kiindulási helyre. Melyikük ért vissza hamarabb?

38. Egy társaságban mindenkinek páratlan sok ismerőse van. Igazold, hogy páros sok ember van a társaságban! (Az ismeretség kölcsönös.)

39. Oldd meg az egyenleteket:

$$10a - 4 + 3a - 11a = 2 + 4a + 4 - 7a$$

$$3b - 3 - 22b + 4 - 7 = 11 - 2b$$

$$11c - 2c - 24 + c - 12 = 7c - 18 + 3c - 16$$

40.

$$\frac{x}{2} + \frac{2-x}{3} = \frac{x-1}{4}$$

$$\frac{2}{3} + \frac{x+2}{5} + \frac{5-x}{6} = 2$$

$$1 = \frac{5-x}{2} + \frac{4-x}{5} + \frac{x+1}{10}$$

$$\frac{7-x}{4} + \frac{x-7}{6} + \frac{x}{8} = \frac{3-10x}{24}$$

41. Egy háromjegyű szám középső számjegyét töröltük, így az eredeti szám egyhatod részét kaptuk. Melyik számból indultunk ki?

42. a) Két szám összege 1023. Ha az egyik szám végéről elhagyjuk a nullát, akkor a másik számot kapjuk. Melyik ez a két szám?

b) Melyik az a kétjegyű szám, amely számjegyeinek kétszeres szorzatával egyenlő?

43. Melyik az a legnagyobb szorzat, amelyben a tényezők összege a) 11, b) 12, c) 15, d) 20?

44. Bontsuk a 60-at három részre úgy, hogy ha az első részből 3-at kivonunk, a második részhez 3-at adunk, a harmadik részt 3-mal elosztjuk, akkor mindig ugyanazt a számot kapjuk. Melyik ez a három szám?

45. Írj műveleti jeleket illetve zárójeleket a számok közé úgy, hogy az egyenlőség fennálljon.

$$1 \ 2 \ 3 = 1$$

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 = 1$$

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 = 1$$

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 = 1$$

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 6 \ 7 = 1$$

46. Szerkesszünk egy háromszög oldalegyeneseit érintő kört úgy, hogy a kör a háromszög egyik oldalát kívülről érintse.

47. Vegyünk fel a síkon három egyenest. Hány olyan kör szerkeszthető, amely mind a három egyenes érinti?

48. Egy háromszög egyik belső szöge 78° , egyik külső szöge 100° . Mekkora a harmadik csúcsnál levő belső és külső szöge?
49. Egy egyenlő szárú háromszögben meghúzzuk az egyik szárhoz tartozó magasságot, amelynek a másik szárral bezárt szöge 13° -kal kisebb, mint az alapon fekvő szög. Mekkora a háromszög szögei?
50. Egy háromszög egyik külső szögének szögfelezője párhuzamos az egyik oldallal. Igazold, hogy a háromszög egyenlő szárú.
51. Egy háromszög egyik szöge 84° . Mekkora szöget zárnak be a másik két szög szögfelezői?
52. Ha Anna és Bea áll a mérlegre, akkor az 93 kg-ot mutat, ha Anna és Csilla, akkor 95 kg-t, ha mindhárman a mérlegre állnak, akkor 138 kg-ot mutat. Hány kg a három lány külön-külön?
53. A könyvespolcon 12 híján nyolcszor annyi könyv van, mint az íróasztalon, a könyvszekrényben négyszer annyi, mint a könyvespolcon. Hány könyv van az íróasztalon, ha összesen 760 könyv van?
54. Két hajón az utasok létszámának arány 5:3. Ha a második hajóról leszállna 16 utas és a első hajóról átszállna 24 utas a másodikra, akkor az utasok létszámának arány 3:5 lenne. Hány utas van az egyes hajókon?
55. Egy iskolában 428-an voltak táborban. Nyáron 144-gyel többen, mint a téli táborban. A tanulók hány százaléka volt táborban nyáron és hány százaléka télen?
56. Pénzünk 35%-át, 14280 forintot elköltöttünk. Mennyi pénzünk volt?
57. Egy árucikk árát először 40%-kal felemelték, majd 40%-kal csökkentették és így 400 forinttal kevesebbe került, mint eredetileg. Mennyibe került eredetileg az áru?
58. Egy laptopgyártó cég a munkaidő alatt 20%-kal több laptopot gyártott, mint amennyit terveztek, majd további 250-et gyártottak. Mennyi volt a tervük, ha összesen 2650 laptop készült el?
59. Két autó egyszerre indul egymással szembe két, egymástól 450 km-re levő városból és 3 óra múlva találkoznak. Az egyik sebessége 50%-kal nagyobb, mint a másiké. Mekkora a sebességük? Az út hány százalékát teszi meg az egyik, hány százalékát a másik?
60. Egy munkát egy kőműves 40 óra alatt fejez be. A munka hányad részét végzi el a) egy óra alatt, b) kilenc óra alatt, c) t óra alatt?
61. Egy árkot egy ember 4 óra alatt, a fia 6 óra alatt ásna ki egyedül. Hány óráig tart az árok elkészítése, ha együtt dolgoznak rajta?

X. ISMÉTLÉS

Oszthatóság, hatványozás, normálalak

1. Mi lehet a 75_4 négyjegyű szám harmadik számjegye, hogy a szám, osztható legyen
a) 3-mal, b) 6-tal, c) 4-gyel, d) 36-tal?
2. Határozd meg a 140 prímtényezős felbontását, majd ennek segítségével az összes osztóját!
3. Melyik az a legnagyobb szám, amellyel osztható a 60, a 84 és a 90 is?
4. Adjuk meg a 4-gyel, az 5-tel, és a 10-zel osztható számok közös halmazábráját és mindegyik részbe (ahova egyáltalán lehet) írjunk legalább két számot!
5. Mi lehet a 8_12 négyjegyű szám második számjegye, hogy a szám, osztható legyen
a) 8-cal, b) 3-mal, c) 6-tal, d) 36-tal?
6. Határozd meg a 350 prímtényezős felbontását, majd ennek segítségével az összes osztóját!
7. Melyik az a legnagyobb szám, amellyel osztható a 210, a 300 és a 165 is?
8. Adjuk meg a 5-tel, az 7-tel, és a 14-gyel osztható számok közös halmazábráját és mindegyik részbe (ahova egyáltalán lehet) írjunk legalább két számot!
9. Oldjuk meg a következő egyenleteket! $x^5 = 3^{15}$ $x^4 = 3^8$
10. Oldd meg az egyenleteket! $3^x = 27^2$ $2^x \cdot 2^8 = 2^{15}$
11. Add meg normálalakkal, hogy hány kilométer 340 dm és 199 912 dm!
12. Hozd a legegyszerűbb alakra! (elég, ha a végeredmény egy hatványmennyiség)
 $5^4 \cdot 5^8 \cdot 5^{-6}$ $(2^{12})^3 \cdot 2$ $3^5 \cdot 7^5 \cdot 11^5$ $4 \cdot 8 \cdot 16 \cdot 64$ $5 \cdot (3^6)^2 + 3^{12}$
13. Írjuk át normálalakba a következő számokat! 2411 $306 \cdot 10^{12}$ $0,0123 \cdot 10^{-4}$ $200,2 \cdot 10^5$
14. Írj fel egy tetszőleges kétjegyű számot. Majd írd a végére egy harmadik számjegyet úgy, hogy a kapott háromjegyű szám osztható legyen 3-mal. Majd írd a végére egy negyedik számjegyet úgy, hogy a kapott négyjegyű szám osztható legyen 4-gyel. Majd írd a végére egy ötödik számjegyet úgy, hogy a kapott ötjegyű szám osztható legyen 5-tel. És így tovább egészen tízig.
15. Határozd meg 120 és 315 legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét!
16. Milyen szám lehet az x? Két különböző értéket adj meg! Elég az x-et a prímtényezős felbontásával megadni. $(x, 2^4 \cdot 5^3) = 2 \cdot 5^2$
17. Oldd meg az egyenleteket! $2^x = 8^7$ $5^x \cdot 5^6 = 5^9$
18. Add meg normálalakkal, hogy hány méter 234 567 dm és 29 dm!
19. Hozd a legegyszerűbb alakra! (elég, ha a végeredmény egy hatványmennyiség)
 $3^5 \cdot 3^9 \cdot 3^{-7}$ $(5^{31})^3 \cdot 5$ $2^4 \cdot 11^4 \cdot 13^4$ $2 \cdot 8 \cdot 32 \cdot 64$ $(3 \cdot 2^5)^3 + 2^{15}$

20. Írjuk át normálalakba a következő számokat! 982 $45011 \cdot 10^6$ $0,0002 \cdot 10^{-7}$ 2909808

21. Milyen szám lehet az x ? Két különböző értéket adj meg! Elég az x -et a prímtényezős felbontásával megadni. $[x, 3^3 \cdot 7^2] = 3^4 \cdot 5 \cdot 7^2$

22. Add meg az eredményt normálalakban!

$$(3,2 \cdot 10^3) \cdot (7 \cdot 10^5) \quad (7,2 \cdot 10^6) : (1,8 \cdot 10^4) \quad (3,5 \cdot 10^{-2}) : (7 \cdot 10^{-1})$$

23. Írjuk át normálalakba a következő számokat! $235,6 \cdot 10^5$ $0,05 \cdot 10^7$ $0,5 \cdot 10^{-1}$

24. Számítsuk ki! $(4 \cdot 10^2) \cdot (2,5 \cdot 10^4)$ $(9,2 \cdot 10^4) \cdot (3 \cdot 10^{-2}) \cdot (2 \cdot 10^{24})$

Algebrai kifejezések, egyenletek, szöveges feladatok

25. Bontsuk fel a zárójelet, majd végezzük el a lehetséges összevonásokat.

$$\begin{array}{llll} 2x + (1 - 3x) & -y + (-4y - 2) & (5z + 5) - 3z & (4 - x) + 5x \\ 2y - (2y + 2) & 5z - (3 - z) & 4x + 2 - (-3 + 2x) & 1 - (-x - 1) + 2x \end{array}$$

26. Végezzük el a zárójelfelbontást, majd ahol lehet, az összevonásokat!

$$(5 - c)(5 + c) \quad (a - 4)(2a + 8) \quad (3x - 2y)(4x + 5y) - 7xy \quad (c + 7)^2 \quad (3a - 4x)^2$$

27. Oldjuk meg a következő egyenletet! $\frac{3x - 1}{2} - \frac{2x + 1}{3} = x - 1$

28. Végezzük el az összevonásokat, majd kiemeléssel alakítsuk szorzattá a kapott kifejezéseket!

$$6 - 8ab + 8a - 10 + 12ab \quad -xy + 8x - 9y - 13x + 7xy + 4y - 6xy \quad 2b^2 - 12ab + 4b^2$$

29. Somnyó és Domboró távolsága 22 km. Somnyóból reggel 8-kor elindul Süsü, akinek a sebessége 3 km/ó, Domboróból pedig Dűdű 10 órákor, akinek a sebessége 4 km/ó, és egymás felé haladnak. Mikor lesz közöttük a távolság a találkozásukat megelőzően 2 km?

30. A nevezetes azonosságok felhasználásával alakítsuk szorzattá!

$$c^2 - 12c + 36 \quad 4b^2 - 9x^2 \quad 4 + 4c + c^2$$

31. Ottó életkora most 2,5-szerese Kázmér életkorának, 12 év múlva Ottó életkora csak másfélszerese lesz Kázmér életkorának. Hány évesek most?

32. Végezzük el a zárójelfelbontást, majd ahol lehet, az összevonásokat!

$$(8 - x)(8 + x) \quad (b + 1)(2b - 7) \quad (7a + 5b)(9a - 2b) - 31ab \quad (8 - b)^2 \quad (6x + 2y)^2$$

33. Oldjuk meg a következő egyenletet! $\frac{8x - 3}{5} - \frac{2x + 4}{2} = x + 1$

34. Végezzük el az összevonásokat, majd kiemeléssel alakítsuk szorzattá a kapott kifejezéseket!

$$5x^2 - 21xy + 2x^2 \quad 16cd - 8 + 10c - 6cd + 3 \quad 4b - 6ab - 13a - ab + 8a - 9b + 7ab$$

35. Csoszogi és Cammogi, a két jó barát kiscsiga az éjszakát egymástól 15 méter távolságban töltötte. Reggeli ébredésük pillanatában – Csoszogi 6-kor, Cammogi 10-kor ébredt – elindultak egymás felé. Csoszogi sebessége 0,5 méter/óra, Cammogi sebessége 2 méter/óra. Találkozásukat megelőzően mikor lesz közöttük a távolság 3 méter?

36. A nevezetes azonosságok felhasználásával alakítsuk szorzattá!

$$9a^2 - 1 \quad g^2 + 16g + 64 \quad 4 - 4d + d^2$$

37. Hilda életkora most kétszerese Natália életkorának, 4 évvel ezelőtt Hilda életkora 2,2-szerese volt Natália életkorának. Hány évesek most?

38. Végezd el a zárójelfelbontást, majd az összevonást, majd a kapott kifejezést alakítsd szorzattá!

$$3x(2y - 4) + 5(x - 3) - y(3 - x) + 3(y + 5)$$

39. Végezd el a négyzetre emelést! a) $(x - 4)^2$ b) $(2c + 7)^2$ c) $(2x - 6y)^2$

40. Alakítsd szorzattá a következő összegeket! a) $x^2 + 6x + 3$ b) $d^2 - 64$ c) $4x^2 - a^2$

41. Bontsd fel a zárójelet, majd vond össze az egyenmű tagokat! $(a - 4)(7 - 2a) + 2a^2$

42. Végezd el a zárójelfelbontást, majd az összevonást, majd a kapott kifejezést alakítsd szorzattá!

$$6(a + 2) - a(8 - b) + 3(b - 4) + 3b(3a - 1)$$

43. Végezd el a négyzetre emelést! a) $(y - 7)^2$ b) $(3f + 2)^2$ c) $(2a - 4c)^2$

44. Alakítsd szorzattá a következő összegeket: a) $x^2 - 8x + 16$ b) $k^2 - 36$ c) $s^2 - 9a^2$

45. Bontsd fel a zárójelet, majd vond össze az egyenmű tagokat! $(x - 8)(10 - 4x) + 4x^2$

46. Brigi egy 6 kg-os, Erika egy 7 kg-os, Pisti egy 9 kg-os, Zoli egy 12 kg-os dinnyét vett ugyanattól az árustól. Zoli kilóját 40 Ft-tal olcsóbban kapta, mert ő vette a legnagyobb dinnyét. Összesen 9720 forintot fizettek. Mennyibe került egy kg dinnye?

47. Három jószívű mesebeli rabló osztozkodik a zsákmányolt aranyakon. Az első kapja az aranyak egyharmadát, a második ennél 12-vel többet, a harmadik pedig ötödannyit kap, mint az első kettő összesen. a) Hány aranyat raboltak? b) Ki mennyit kap ebből?

48. Vond össze az egyenmű tagokat.

$$\begin{array}{ll} 5x - 2xy + 3xy - 4x + xy & 2y^2 - y + 3y^2 - 3y - 4y - 5y^2 \\ x^2 - x^2y + 4x^2 - 4x^2y + xy & xy^2 - 2xy + 3xy^2 - y - 4xy - y \\ 12 - 4xy + 3x - 4 + 2xy + x & 2y^2 - x^2 + 3x^2y^2 + 3y^2 - 3x^2 - 5y^2 \end{array}$$

49. Számítsuk ki a kifejezések helyettesítési értékét, ha $a = 3$ és $b = 5$.

$$\begin{array}{ll} 2a - 3b + a - 5a + 5b & a^2 + 2b^2 - 3a^2 + b^2 \\ a + a^2b - 3a + \frac{1}{2}a^2b & \frac{2}{9}a + \frac{1}{5}b - \frac{2}{3}b + \frac{2}{3}a \end{array}$$

50. Bontsd fel a zárójeleket.

$$\begin{array}{lll} (a - 2) \cdot 7 & (2b + 5) \cdot 7,2 & -3,5(c - 2) \quad (3d - 9) \cdot (-5) \\ (e - x)y & -2x(x + y) & -3a(2a - 5b + 6c) \end{array}$$

51. Végezd el a zárójelfelbontást, majd vond össze az egynemű tagokat.

$$\begin{array}{lll} a(a+b) - b(a+b) & 3(x+y) - 5(x-y) & x(x+y) - y(x-y) \\ 2m(m-2n) + n(4m+n) & -3x(x-2y) + 2x(2x-y) & \end{array}$$

52. A betűk mely értékeinél nem értelmezhetők a következő törtek?

$$\frac{3a-2}{2a+4} \quad \frac{2b+6}{3b-9} \quad \frac{7c-1}{3c+5} \quad \frac{8d+2}{2d-1} \quad \frac{3-6e}{8e-4}$$

53. Oldjuk meg az egyenleteket.

$$\frac{x}{4} - \frac{1}{6} + \frac{2x}{3} = x - \frac{2}{3} \quad \frac{2x}{5} - \frac{5}{4} + x = 1 + \frac{x}{2}$$

54. Oldjuk meg az egyenleteket.

$$\frac{x}{2} + \frac{2-x}{3} = \frac{x-1}{4} \quad \frac{2}{3} + \frac{x+2}{5} + \frac{5-x}{6} = 2$$

$$1 = \frac{5-x}{2} + \frac{4-x}{5} + \frac{x+1}{10} \quad \frac{x+1}{2} + \frac{x+1}{4} + \frac{x+1}{8} = 7x$$

55. Ha Anna és Bea áll a mérlegre, akkor az 93 kg-ot mutat, ha Anna és Csilla, akkor 96 kg-ot, ha mindhárman a mérlegre állnak, akkor 138 kg-ot. Hány kilogramm a három lány külön-külön?

56. Egy lelátó minden padján 15-en ülnek, de így 175 nézőnek nem jut ülőhely. Ha minden padon 17-en ülnének, akkor 5 ülőhely még üresen is maradna. Hány pad van a lelátón?

57. Marci és Nándi bélyeget gyűjt. Marcinak 45-tel több bélyege van, mint Nándinak. Ha Marci átadna 15 bélyeget Nándinak, akkor Marci bélyegeinek a $\frac{3}{4}$ része ugyanannyi darab lenne, mint Nándi bélyegeinek a $\frac{4}{5}$ -e. Hány bélyege van Nándinak?

Arányosság, százalékszámítás, függvények, egyenlőtlenségek

58. Évának 320 forintja van, Beának 20%-kal több. a) Hány forintja van Beának? b) Mennyi Bea és Éva pénzének aránya? c) Hány százaléka Bea pénze Évának? d) Hány százaléka Éva pénze Beának? e) Mennyi összes pénzük 40 százaléka?

59. Hány kg 55%-os sóoldathoz öntsünk 8 kg vizet, hogy 15%-os legyen az új oldat?

60. Egy 80 m hosszú töltést 25 munkás 20 nap alatt készít el. Hány nap alatt készít el ugyanilyen széles és magas, de 300 m hosszú töltést egy 50 tagú munkacsapat? (Feltételezzük, hogy mindenki ugyanolyan ütemben dolgozik.)

61. Hány kg 60%-os sóoldathoz öntsünk 8 kg vizet, hogy 25%-os oldatot kapjunk?

62. Öt férfi 40 óra alatt 860 munkadarabot készít el. Hány ilyen munkadarabot készít el 10 férfi 48 óra alatt? (Feltételezzük, hogy mindenki ugyanolyan ütemben dolgozik.)

63. Oldd meg a következő egyenlőtlenséget! $\frac{2f-4}{4} - \frac{3f-5}{7} < 2$

64. Hét kg 40%-os oldathoz 8 kg oldatot öntöttünk, így 60%-os oldatot kaptunk. Milyen töménységű (hány százalékos) volt a 8 kg oldat?

65. Oldd meg grafikusán a következő egyenletet és egyenlőtlenségeket!

a) $\frac{1}{3}x - 2 = 2x - 3$ b) $(x-3)^2 \geq |x| - 1$

66. Oldd meg a következő egyenlőtlenséget! $\frac{5e-7}{3} - \frac{2e+4}{4} > 6$

67. Hat kg 50%-os oldathoz 4 kg oldatot öntöttünk, így 40%-os oldatot kaptunk. Milyen töménységű (hány százalékos) volt a 4 kg oldat?

68. Adj meg egy függvény hozzárendelési szabályát, ha ismerjük a grafikonjának két pontját!

$P(3, -4)$ $Q(6, 2)$ $A(0, -4)$ $B(2, 8)$

69. Adj meg egy függvény hozzárendelési szabályát, ha ismerjük a grafikonjának két pontját!

$G(7, -1)$ $H(-2, 5)$
 $C(-1, 4)$ $D(2, -5)$

70. Add meg a függvénynek a hozzárendelési szabályát, ha ismerjük a grafikonjának egy pontját és a függvény meredekségét! a) $m = -2$ $P(1, 1)$ b) $m = \frac{4}{5}$ $P(5, 7)$

71. Egy 7600 forintos áru árát 30 %-kal megemelték, majd 20 %-kal csökkentették. Mennyi volt az áru ára az emelkedés, és mennyi a csökkentés után? Hány százaléka a végső ár az eredetinek?

72. Az ötös lottón nyert kettes találatának 40%-át Pisti egy toll megvásárlására költötte. Mennyibe került a toll, ha a vásárlás után 390 Ft-ja maradt?

73. Egy 5600 forintos áru árát csökkentették 30%-kal, majd az így kapott árat felemelték 30%-kal. Mennyi volt az áru ára a csökkentés után, és mennyi a áremelkedés után? A legújabb ár hány %-a az eredetinek?

74. Egy nyitott edényből a nagy melegben elpárolgott a víz egy része. 36 liter maradt az edényben, ami az eredeti mennyiség 80%-a. Mennyi víz volt az edényben eredetileg?

75. A 70 dvd-ből csak 13 maradt meg. Hány százalék fogyott el?

76. A füzetben dolgozz! Találj ki a kihagyott helyekre szöveget, és számítsd ki az eredményeket!

Tavaly 126 volt, idén ez 23%-kal több, azaz

Mennyivel csökkent , ha 190 helyett ma már csak 110? Válasz: százalékkal.

.... megnőtt 42%-kal, így ma már 3124. Mennyi lehetett tavaly? Válasz:

..... lecsökkent 22%-kal, így csupán 1248. Mennyi lehetett tavaly? Válasz:

77. Hány százalékot számolunk, ha valaminek a a) kétötödét vesszük? b) 0,02-szeresét vesszük? c) ötnyolcadát vesszük? d) 0,23-szorosát vesszük? e) hat ötödét számoljuk? f) 0,4-szeresét vesszük? g) 1,12-szeresét vesszük?

78. Ossz fel 2:7 arányban 180 gombóc fagyit!

79. Oldjuk meg grafikusan:

$$-1 = \frac{1}{2}x + 1 \quad 2x + 3 = x - 5 \quad 1 - x = 2x - 8 \quad x + 3 = -x + 5$$

$$4 - \frac{1}{2}x = 3x - 3 \quad -x = -2x - 2 \quad \frac{1}{3}x + 1 = \frac{1}{3}x - 1 \quad x - 2 = -3x + 6$$

80. Hús gombapörkölt közül 12 friss, 5 romlott, a maradék mérgező.

- a) A gombapörköltök hány százaléka friss? b) A gombapörköltök hány százaléka romlott?
c) A gombapörköltök hány százaléka mérgező?

81. A 70 évfolyam-DVD-ből csak 13 maradt meg. Hány százalék fogyott el?

82. Töltsd ki szöveggel, vagy számmal.

Tavaly 126 _____ volt, idén ez 23%-kal több, azaz _____

170 az összpont _____-ből, ebből 163-at értél el, ami _____ százalék.

Mennyivel növekedett meg _____, ha 120-ról 170-re nőtt? _____ százalékkal.

Mennyivel csökkent _____, ha 190 helyett ma már csak 110? _____ százalékkal.

_____ megnőtt 43%-kal, így ma már 23000. Mennyi lehetett tavaly? _____

_____ lecsökkent 22%-kal, így csupán 430. Mennyi lehetett tavaly? _____

83. Megnőtt az eredetileg 170 forintos kenyér ára 20%-kal, de azután a nagy tiltakozásra lecsökkenték 20%-kal. Mennyi most az ára?

84. Melyik hány százalékos változást jelent?

- a) Egy fa 6 méteresről 12 méteresre nőtt.
b) Egy akvárium ára 8000 forintról 6000 forintra csökkent.
c) Egy ember fizetése 100 000 forintról 120 000 forintra növekedett.
d) Egy 4 kilogrammal született kisbaba testtömege 9 kilogramm lett.

Tartalom

I. Számтан	1
Számolás egész számokkal és törtszámokkal	
Számolás tizedes törtekkel	
Zárójelek felbontása	
Egyenletek	
II. Oszthatóság, hatványozás, normálalak	8
Oszthatóság	
Hatványozás	
Műveletek tíz-hatványokkal	
Normálalak	
III. Geometria I.	15
Háromszögek, négyszögek, számításos feladatok	
Háromszögek, négyszögek szerkesztése	
A tengelyes tükrözés	
IV. Algebra	25
Algebrai kifejezések	
Műveletek algebrai kifejezésekkel	
Nevezetes azonosságok	
Egyenletek	
Egyenlőtlenségek	
V. Geometria II.	37
Középpontos tükrözés	
Eltolás	
Elforgatás	
Vegyes feladatok	
VI. Arányosság, százalékszámítás	47
Arányosság	
Százalékszámítás	
Vegyes feladatok	
VII. Függvények	51
Grafikonok	
A függvény fogalma	
Lineáris függvények	
Abszolút értékes és másodfokú függvények	
Vegyes feladatok	
VIII. Geometria III.	68
Háromszögek, négyszögek, sokszögek	
Háromszögek, négyszögek szerkesztése	
Középvonalak	
Területszámítás	
IX. Vegyes feladatok	81
X. Ismétlés	87

